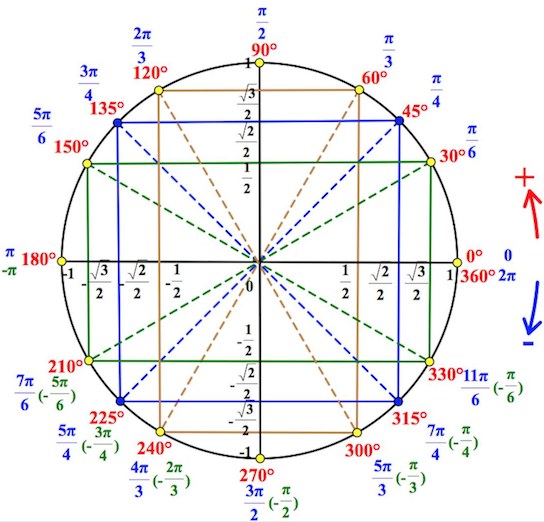
**Лекция. Простейшие тригонометрические неравенства.**

Неравенство, в котором неизвестная переменная находится под знаком

тригонометрической функции, называется *тригонометрическим неравенством*

К *простейшим тригонометрическим неравенствам*относятся следующие 16 неравенств:  
sin x > a, sin x ≥ a, sin x< a, sin x ≤ a,  
cos x > a, cos x ≥ a, cos x < a, cos x ≤ a,  
tg x > a, tg x ≥ a, tg x < a, tg x ≤ a,  
ctg x > a, ctg x ≥ a, ctg x < a, ctg x ≤ a.  
Здесь x является неизвестной переменной, a может быть любым действительным числом.

Вспомним тригонометрическую окружность, сегодня нам это очень пригодится.

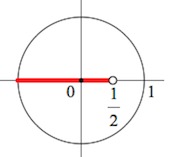


1. Решить неравенство:

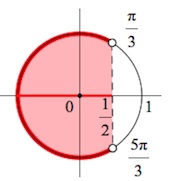
*Решение:*

Отмечаем на оси  косинусов

Все значения , меньшие   – **левее** точки   на оси косинусов.



Отмечаем все точки (дугу, точнее – серию дуг) тригонометрической окружности косинус которых будет меньше



Полученную дугу мы **проходим против часовой стрелки (!)**, то есть от точки    до  .

Обратите внимание, многие, назвав первую точку   вместо второй точки    указывают точку  , что неверно!

Становится видно, что неравенству удовлетворяют следующие значения

***Следите за тем, чтобы «правая/вторая точка» была бы больше «левой/первой». Не забываем +***

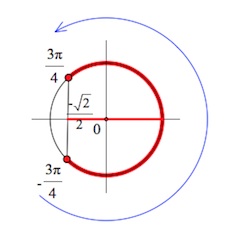
1. Решить неравенство:

Решение:

Отмечаем на оси  косинусов

Все значения  , большие или равные    – **правее** точки  , включая саму точку.

Тогда выделенные красной дугой аргументы  отвечают тому условию, что  .

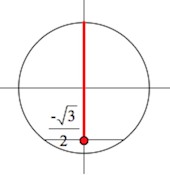


1. Решить неравенство:

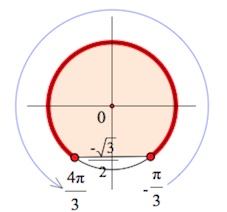
Решение:

Отмечаем на оси синусов

Все значения   , большие или равные   – **выше** точки  , включая саму точку.



Рассмотрим выделенные точки на тригонометрической окружности:

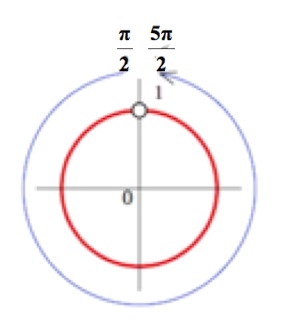
**

Идем по окружности от к

1. Решить неравенство:

Решение:

Кратко:

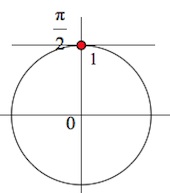


или все x , кроме

1. Решить неравенство:

Решение:

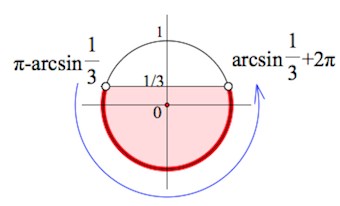
Неравенство   равносильно уравнению  , так как область значений функции   находится в промежутке



1. Решить неравенство:

Решение:

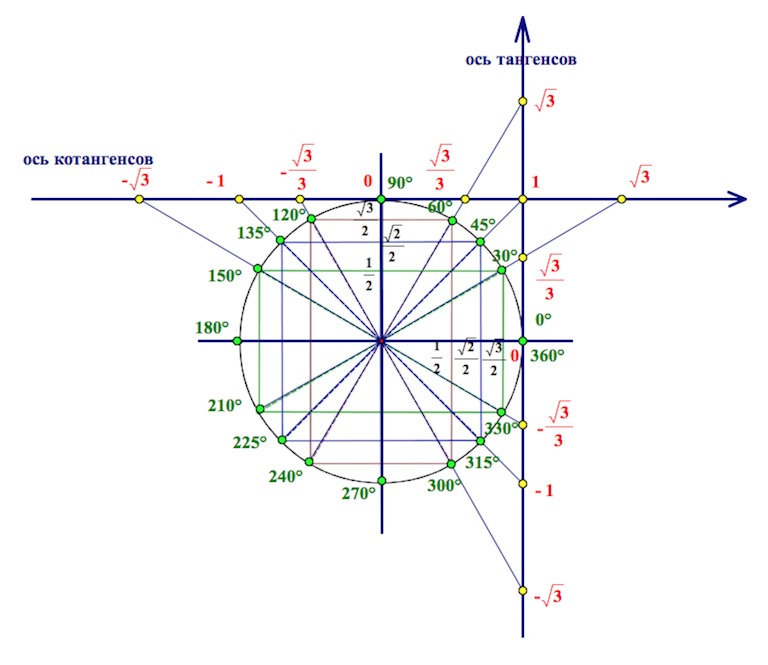
Единственное отличие данного неравенства, то что мы имеем дело не с табличным значением синуса.



Зная определение [арксинуса](https://egemaximum.ru/obratnye-trigonometricheskie-funkcii/), запишем:

Мы с движемся против часовой стрелки, поэтому необходимо, чтобы левый конец промежутка был меньше правого. Как это записать – надо добавить к еще , тогда правый конец промежутка будет больше. Вы в этом убедитесь, если возьмете n=0, просто посчитайте.

При решении простейших тригонометрических неравенств, содержащих функции тангенса и котангенса, необходимо помнить об области определения этих функций.



Область определения функции тангенс ,

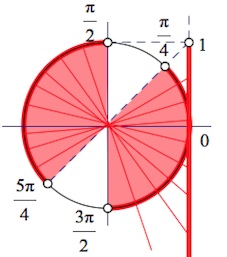
Область определения функции котангенс .

1. Решить неравенство:

Решение:

Решим тригонометрическое уравнение

Отмечаем все точки тригонометрической окружности, значение тангенса в которых будет меньше 1.  Для этого мы  соединяем каждую точку оси тангенсов ниже 1 с началом координат; тогда каждая проведенная прямая пересечет дважды тригонометрическую окружность Вот эти-то точки нас и интересуют! Они выстраиваются в две дуги (точнее в **две серии дуг**). Значения тангенса в них – меньше 1.



При решении неравенства нет необходимости рисовать тригонометрическую окружность. В данной лекции показано наглядно, что мы исключаем те точки, где функция тангенса не определена.

Все подходящие значения  можно записать в виде следующего двойного неравенства:

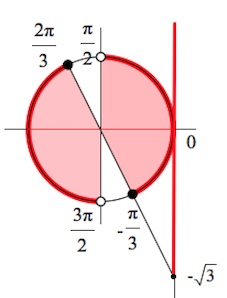
или так

(В видеоуроке данное неравенство показано в других промежутках, и это тоже правильно.)

1. Решить неравенство:

Решение:

Решим тригонометрическое уравнение



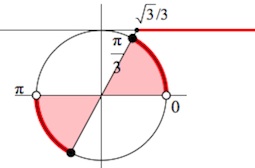
Все подходящие значения x  можно записать в виде следующего двойного неравенства:

или такого (разницы – никакой):

1. Решить неравенство:

Решение:

Решим тригонометрическое уравнение

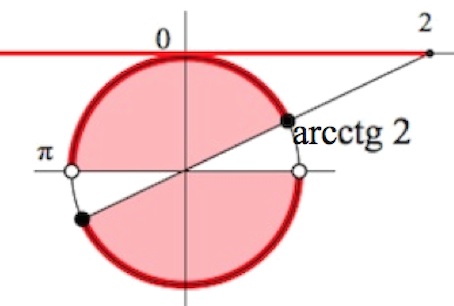


Все подходящие значения x можно записать в виде следующего двойного неравенства:

1. Решить неравенство:

Решение:

Решим тригонометрическое уравнение



Предлагаю посмотреть видеоурок по решению тригонометрических неравенств и попробовать решить самостоятельно.

Задачи для самостоятельного решения:

sin x ≥ ; cos x˃

sin x ˃ ; cos x≤

Обращаю внимание, пользуйтесь учебником. Глава 6. Основы тригонометрии» стр.93 – 120.

Занятие 5 «Тригонометрические уравнения» стр.114 – 119.

см. учебник Башмаков М.И. Математика: алгебра и начала математического анализа, геометрия: учеб. для студ. учреждений сред.проф. образования/ М.И. Башмаков. – 4-е изд.,стер. – М. : ИЦ «Академия», 2017, - 256 с.

В случае отсутствия печатного издания, Вы можете обратиться к Электронно-библиотечной системе.