**Практическое занятие №30**

**«Решение однородных тригонометрических уравнений»**

На прошлом занятии мы рассмотрели решение квадратных тригонометрических уравнений.

Проверим задачи для самостоятельного решения:



sin(x)=t,

,

t = , , получаем ,

t = ,

1. ,

cos(x)=t,

, t = , t =

Ни одно из значений не принадлежит ОДЗ для нашей переменной:

, значит уравнение решений не имеет

1. ,

Применим: ,

Получим:

, ,

,

sin(x)=t,

t =, получаем ,

t = ,

1. ,

t =, получаем ,

t = ,



Область определения тангенса ,

t = 4

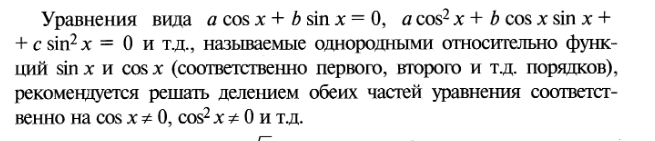
t =

Вернемся к началу нашего практического занятия: Решение однородных тригонометрических уравнений. Ответим на вопрос: какое уравнение называется однородным?

Рассмотрим обычный многочлен https://ege-study.ru/wp-content/themes/ege/img/52d.png

Степень каждого слагаемого равна двум (степень одночлена — это сумма степеней,  входящих в него сомножителей. Поскольку степени всех слагаемых одинаковы, такое уравнение называют **однородным.**

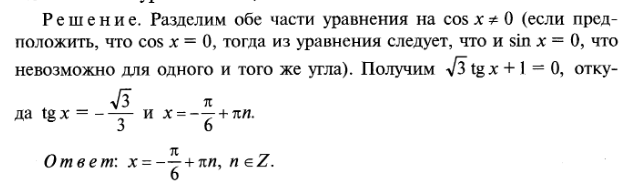
Для решения однородных тригонометрических уравнений используется один прием.



Рассмотрим следующий пример:



Данное уравнение является однородным тригонометрическим уравнением, т.к. степени входящих в него слагаемых одинаковы и равны 1 (однородное тригонометрическое уравнение первого порядка).



Почему предположение того, что и и для одного и того же угла невозможно?

Предположим, что https://ege-study.ru/wp-content/themes/ege/img/54d.png. Тогда в силу условия данного уравнения и https://ege-study.ru/wp-content/themes/ege/img/55d.png, что противоречит основному  тригонометрическому тождеству . Следовательно, любое решение данного уравнения удовлетворяет условию https://ege-study.ru/wp-content/themes/ege/img/56d.png, и мы можем поделить обе его части на https://ege-study.ru/wp-content/themes/ege/img/56d.png.

Данную формулировку необходимо выучить и прописывать при решении однородных тригонометрических уравнений.

**Решить уравнение:**

Предположим, что https://ege-study.ru/wp-content/themes/ege/img/54d.png. Тогда в силу условия данного уравнения и https://ege-study.ru/wp-content/themes/ege/img/55d.png, что противоречит основному  тригонометрическому тождеству . Следовательно, любое решение данного уравнения удовлетворяет условию https://ege-study.ru/wp-content/themes/ege/img/56d.png, и мы можем поделить обе его части на https://ege-study.ru/wp-content/themes/ege/img/56d.png.

Получим

.

**Решите самостоятельно:**

**Следующий пример имеет некоторую особенность:**

Мешает 1 в правой части уравнения. Воспользуемся формулой двойного аргумента

, ,

Произведем подстановку

) =

Перенесите все в левую часть и приведите подобные слагаемые,

в итоге Вы получите

Степень каждого слагаемого в левой части равна двум.

Поскольку степени всех слагаемых одинаковы, такое уравнение является однородным.

Предположим, что https://ege-study.ru/wp-content/themes/ege/img/54d.png. Тогда в силу уравнения и https://ege-study.ru/wp-content/themes/ege/img/55d.png, что противоречит основному тригонометрическому тождеству. Следовательно, любое решение данного уравнения удовлетворяет условию https://ege-study.ru/wp-content/themes/ege/img/56d.png, и мы можем поделить обе его части на https://ege-study.ru/wp-content/themes/ege/img/53d.png.

, ,

Окончательно

Переходим к следующему уравнению.

**Рассмотрим уравнение:**

https://ege-study.ru/wp-content/themes/ege/img/51d.png

Степень каждого слагаемого в левой части равна двум.

Поскольку степени всех слагаемых одинаковы, такое уравнение является однородным.

Предположим, что https://ege-study.ru/wp-content/themes/ege/img/54d.png. Тогда в силу уравнения и https://ege-study.ru/wp-content/themes/ege/img/55d.png, что противоречит основному тригонометрическому тождеству. Следовательно, любое решение данного уравнения удовлетворяет условию https://ege-study.ru/wp-content/themes/ege/img/56d.png, и мы можем поделить обе его части на https://ege-study.ru/wp-content/themes/ege/img/53d.png.

В результате деления приходим к равносильному квадратному уравнению относительно тангенса:

https://ege-study.ru/wp-content/themes/ege/img/57d.png

Решаем полученное уравнение:

произведем замену

Получим

Решим квадратное уравнение относительно t:

t=1, следовательно ,

t= -3, следовательно

Ответ: ,

Есть также некоторые приемы для приведения тригонометрического уравнения к однородному.

Рассмотрим уравнение

https://ege-study.ru/wp-content/themes/ege/img/58d.png

Если бы в правой части стоял нуль, уравнение было бы однородным.

Заменим число 3 на выражение

https://ege-study.ru/wp-content/themes/ege/img/59d.png  
https://ege-study.ru/wp-content/themes/ege/img/60d.pnghttps://ege-study.ru/wp-content/themes/ege/img/61d.png

Поскольку степени всех слагаемых одинаковы, такое уравнение является однородным.

Предположим, что https://ege-study.ru/wp-content/themes/ege/img/54d.png. Тогда в силу уравнения и https://ege-study.ru/wp-content/themes/ege/img/55d.png, что противоречит основному тригонометрическому тождеству. Следовательно, любое решение данного уравнения удовлетворяет условию https://ege-study.ru/wp-content/themes/ege/img/56d.png, и мы можем поделить обе его части на https://ege-study.ru/wp-content/themes/ege/img/53d.png.

В результате деления приходим к равносильному квадратному уравнению относительно тангенса:

Решаем полученное уравнение:

произведем замену

Получим

Решим квадратное уравнение относительно t:

t= , следовательно ,

t= -1, следовательно ,

Перед тем, как приступить к решению заданий, запишите следующую схему решения тригонометрических уравнений.

1. Привести к одному аргументу (например, sin x, х – это аргумент, sin 2x, 2х – это аргумент).
2. Привести к одной функции (например, только синус, только косинус, только тангенс или котангенс)
3. В случае квадратного тригонометрического уравнения, ввести новую переменную, записать квадратное уравнение относительно новой переменной. Решить полученное уравнение.
4. Проверить корни на ограничения. Если необходимо, выполнить обратную замену
5. Решить простейшее тригонометрическое уравнение.

**Задания для самостоятельного решения:**