

大系统无功最优补偿规划计算的 一种简化线性直接法

A NEW LINEAR APPROACH TO THE OPTIMIZATION OF REACTIVE
COMPENSATION PLANNING IN LARGE POWER SYSTEMS

董元汉 张万椿

(成都科技大学水利电力学院电力工程系)

Dong yuanhan, Zhang Wanchun (Chendu University of Science &
Technology)

提 要

十多年来,在线性算法范畴里,无功优化计算问题的求解,国内外广泛采用的是著名的灵敏度算法。本文从优化数学分析入手,指出了灵敏度算法实质上是一种迂回的算法,增添了问题求解计算的复杂性。文章根据无功控制的特点,在 $P-Q$ 解耦的基础上,给出了一种简化线性直接法数学模型。对6节点和14节点算例作了计算,并对我国西南某220kv135节点大型规划系统的八种正常运行方式和四种事故运行方式作了无功最优补偿规划方案的计算。由于所提模型占用时间和空间少,能满足在线实时应用的要求。

ABSTRACT

In linear algorithm field the well-known sensitivity method has been so far widely used in the solution of optimal reactive compensation in power systems both at home and abroad. In fact, beginning with the analyses of operations research we can see that the sensitivity method is only a zigzag one and complicates the calculation. A new linear approach is presented according to the principle of $P-Q$ decomposition and the characteristics of optimal reactive power control. The simpler and easier method has been successfully in trial calculation of two examples (6-node, 14-node). A schedule of optimal var compensation has been put forward for an real 220kv systems (135-node, 3,800 MW) after the programming was run for eight normal operating modes and four contingent ones. It is available for real-time control of system voltage and reactive power.

一、引言

在电力系统安全经济运行的管理中,除了要进行有功优化(通常称为一次管理)外,无功优化管理(亦对应地称为二次管理)也是必不可少的。它的内容是,通过

- 调整发电机节点电压
- 调整变压器分接头
- 调整无功补偿(包括同步调相机,电容器,电抗器,无功静止补偿器的调整、投切,确定新的补偿节点位置及容量等)

从而改善电压控制和电压分布;提高系统安全和输电能力;降低网损和发电成本。

60年代后,运筹学确定型的诸多种优化方法,几乎都在无功优化计算上作了研究、尝试和应用。^{[1][8][9]}非线性规划,动态规划,整数规划和/或0—1规划,二次规划以及最小二乘法等都各有其优缺点。^[9]

事实上,在无功优化中,研究得最多,应用得最广的莫过于线性规划了。这不仅因为线性规划理论上比较完善和成熟,求解方法快速简便,而且在实际应用中,往往采用线性逐步逼近迭代求解的方法,使得这种一阶近似较为合理地反映了系统的客观实际,从而达到人们预期的目的。

二、直接法简化数学模型

灵敏度算法的指导思想是,把非线性原规划问题(1)中的变量划分为控制变量U和状态变量X,利用一阶泰勒展式,得到线性规划问题(2),继续消去等式约束,得到用控制变量表示状态变量的线性不等方程的规划问题(3),使优化问题只在控制变量空间求解,降低了约束方程数和约束变量数。

$$\left. \begin{aligned}
 \min. \quad & f(\mathbf{U}, \mathbf{X}, \mathbf{P}) && \text{注1} \\
 \text{s.t.} \quad & \mathbf{G}(\mathbf{U}, \mathbf{X}, \mathbf{P}) = 0 && \text{注2} \\
 & \mathbf{U}_{\min} \leq \mathbf{U} \leq \mathbf{U}_{\max} \\
 & \mathbf{X}_{\min} \leq \mathbf{X} \leq \mathbf{X}_{\max}
 \end{aligned} \right\} \quad (1)$$

$$\left. \begin{aligned}
 \min. \quad & \left[\frac{\partial f}{\partial \mathbf{U}} \right]^T \mathbf{U} + \left[\frac{\partial f}{\partial \mathbf{X}} \right]^T \Delta \mathbf{X} \\
 \text{s.t.} \quad & \frac{\partial \mathbf{G}}{\partial \mathbf{U}} \Delta \mathbf{U} + \frac{\partial \mathbf{G}}{\partial \mathbf{X}} \Delta \mathbf{X} = 0 \\
 & \Delta \mathbf{U}_{\min} \leq \Delta \mathbf{U} \leq \Delta \mathbf{U}_{\max} \\
 & \Delta \mathbf{X}_{\min} \leq \Delta \mathbf{X} \leq \Delta \mathbf{X}_{\max}
 \end{aligned} \right\} \quad (2)$$

注1. \mathbf{P} 为参数向量,这是习惯表示法。

注2. 若还考虑不等式约束 $H(\mathbf{U}, \mathbf{X}, \mathbf{P}) \leq 0$,则推导可作相应修改即可。

$$\begin{array}{ll}
 \min. & \left[\frac{df}{d\mathbf{U}} \right]^T \Delta \mathbf{U} \\
 \text{s.t.} & \Delta \mathbf{X}_{min} \leq \mathbf{S} \Delta \mathbf{U} \leq \Delta \mathbf{X}_{max} \\
 & \Delta \mathbf{U}_{min} \leq \Delta \mathbf{U} \leq \Delta \mathbf{U}_{max}
 \end{array} \quad (3)$$

$$\text{其中 } \mathbf{S} \Delta = \left[\frac{\partial \mathbf{G}}{\partial \mathbf{X}} \right]^{-1} \frac{\partial \mathbf{G}}{\partial \mathbf{U}} \quad \left[\frac{df}{d\mathbf{U}} \right]^T = \left[\frac{\partial f}{\partial \mathbf{X}} \right]^T \mathbf{S} + \left[\frac{\partial f}{\partial \mathbf{U}} \right]^T$$

令人遗憾的是 迄今为止, 对线性规划问题(3)无法直接求解, 也就是说, 还必须把规划问题(3)换成相应于求解方法所要求的标准形式。

不失一般性, 假定要换成单纯形法的标准形式(4)(其它方法, 如带限单纯形法 改进单纯形法, 原来一对偶单纯形法, 对偶规划等, 也可以得出类似相同的结论)。

$$\begin{array}{ll}
 \min. & \mathbf{C}^T \mathbf{X} \\
 \text{s.t.} & \mathbf{A} \mathbf{X} = \mathbf{b} \\
 & \mathbf{X} \geq 0
 \end{array} \quad (4)$$

设 $\mathbf{G}(\mathbf{U}, \mathbf{X}, \mathbf{P}) = 0$ 包含 N 个独立方程, \mathbf{X} 为 N 维向量, \mathbf{U} 为 M 维向量。容易证明, 不论是规划问题(2), 还是规划问题(3), 换成标准形式(4)后, \mathbf{A} 阵的最小规模均为 $(2N+M) \times (2N+2M)$ 。也即是说, 规划问题(2)和(3)在求解过程中构成的约束方程数和约束变量数都是相等的。由此我们得到:

a. 所谓灵敏度法降低了约束方程数和约束变量数仅仅是一种表面现象;

b. 由于规划问题(3)是从规划问题(2)在 $\frac{\partial \mathbf{G}}{\partial \mathbf{X}}$ 非奇异的前提下导出的 根据优化理论,

两个规划等价, 二者有相同的极值;

c. 灵敏度算法需要对变量进行划分, 需要计算高阶逆阵才能求得 \mathbf{S} 阵, 而且 \mathbf{S} 阵基本上是满阵。相反, 直接法不需要对变量进行划分, 不需计算逆阵, 且构成线性约束方程的系数矩阵是高度稀疏阵。

一般 $\mathbf{G}(\mathbf{U}, \mathbf{X}, \mathbf{P}) = 0$ 即是潮流平衡方程, 为叙述方便, 等价表为:

$$P_i = P_i(\theta, \mathbf{U}, \mathbf{K}) = U_i \sum_{j \in I} U_j (G_{ij} \cos \theta_{ij} + B_{ij} \sin \theta_{ij}) \quad (5)$$

$$Q_i = Q_i(\theta, \mathbf{U}, \mathbf{K}) = U_i \sum_{j \in I} U_j (G_{ij} \sin \theta_{ij} - B_{ij} \cos \theta_{ij}) \quad (6)$$

$$I = \{j | j \text{ 与 } i \text{ 直接相联} \}$$

\mathbf{Q}, \mathbf{U} 分别为极坐标形式下的电压幅角向量和幅值向量; \mathbf{K} 为变压器非标准变化(理想变压器标么变化)向量, 为使表达式简洁, 它隐含在 G_{ij} 和 B_{ij} 中,^[9]而没有以显函数的形式表示出来; \mathbf{P}, \mathbf{Q} 分别为节点注入的有功和无功功率向量。

对式(5)~(6)取全微分, 并用增量 $\Delta P_i, \Delta Q_i, \Delta \theta_i, \Delta U_i$ 和 ΔK_i 代替微分 $dP_i, dQ_i, d\theta_i, dU_i$ 和 dK_i , 就得到线性约束条件:

$$\begin{bmatrix} -\frac{\partial P}{\partial \theta} - \frac{\partial P}{\partial U} - \frac{\partial P}{\partial K} & 1 \\ -\frac{\partial Q}{\partial \theta} - \frac{\partial Q}{\partial U} - \frac{\partial Q}{\partial K} & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \Delta b \\ \Delta U \\ \Delta K \\ \Delta P \\ \Delta Q \end{bmatrix} = 0 \quad (7)$$

$$[\Delta \theta \ \Delta U \ \Delta K \ \Delta P \ \Delta Q]_{n+1}^T \leq [\Delta \theta \ \Delta U \ \Delta K \ \Delta P \ \Delta Q]^T \leq [\Delta \theta \ \Delta U \ \Delta K \ \Delta P \ \Delta Q]_{n+1}^T \quad (8)$$

在无功优化中,除平衡节点外, $\Delta P_i = 0$ ($i = 2, 3, \dots, N$)。根据实际电网中的 $P-Q$ 解耦原理,由于 $\Delta P_i \equiv 0$, 因此就有 $\Delta \theta_i \rightarrow 0$ ($i = 2, 3, \dots, N$)。于是导出简化的直接法数学模型:

$$\min. \quad (C_p \Delta P_L + \sum C_i \Delta Q_i) \quad (9)$$

$$\text{s.t.} \quad \left(-\frac{\partial Q}{\partial U} - \frac{\partial Q}{\partial K} \quad 1 \right) \begin{pmatrix} \Delta U \\ \Delta K \\ \Delta Q \end{pmatrix} = 0 \quad (10)$$

$$\begin{cases} \Delta U_{\min} \leq \Delta U \leq \Delta U_{\max} \\ \Delta K_{\min} \leq \Delta K \leq \Delta K_{\max} \\ \Delta Q_{\min} \leq \Delta Q \leq \Delta Q_{\max} \end{cases} \quad (11)$$

需要说明的是:

1. 根据无功优化的特点,优化只在 $Q-U$ 空间进行,由于实际计算是按线性逐步迭代求解寻优的,每作了一次步长的优化后,还要用潮流平衡方程进行校正。因此这种简化只影响中间计算过程而不影响最终结果。

2. 目标函数反映的是综合效益最优,以弥补目前广泛采用的求解最小网损或求解最小补偿的不足。它的物理含义是,在满足约束条件的前提下,如果在节点 i 补偿 ΔQ_i , 费用为 $C_i \Delta Q_i$, 同时使网损下降,效益为 $C_p \Delta P_L$ ($\Delta P_L < 0$)。当其 $C_p \Delta P_L + C_i \Delta Q_i \leq 0$ 时,这种补偿就是经济合理的。^[9] 特别地

当 $C_p = 1$, $C_i = 0$ ($i = 1, \dots, N$) 即为最小网损型。

当 $C_p = 0$ 即为最小补偿型。

3. ΔP_L 的表达形式

$$P_L = \sum_{i=1}^N P_i = \sum_{i=1}^N U_i \sum_{j \in I} U_j (G_{ij} \cos \theta_{ij} + B_{ij} \sin \theta_{ij}) \quad (12)$$

$$\Delta P_L = \sum_{i=1}^N \frac{\partial P_L}{\partial U_i} \Delta U_i + \sum_{j=1}^L \frac{\partial P_L}{\partial K_j} \Delta K_j + \sum_{k=2}^N \frac{\partial P_L}{\partial \theta_k} \Delta \theta_k \quad (13)$$

当节点 i 无接地电阻支路时,容易得到:

$$\frac{\partial P_L}{\partial U_i} = 2 \sum_{j \in I} |G_{ij}| (U_i - U_j \cos \theta_{ij}) \quad (14)$$

$$\frac{\partial P_L}{\partial \theta_i} = 2 \sum_{j \in I} |G_{ij}| U_i U_j \sin \theta_{ij} \quad (15)$$

由式 (14) ~ (15) 可见, 在标么值系统中, $\frac{\partial P_L}{\partial U}$ 和 $\frac{\partial P_L}{\partial \theta}$ 是同一数量级的。但如前所述, 在无功优化中, $\Delta U \gg \Delta \theta$, 所以:

$$\Delta P_L \approx \sum_{i=1}^N \frac{\partial P_L}{\partial U_i} \Delta U_i + \sum_{j=1}^L \frac{\partial P_L}{\partial K_j} \Delta K_j \quad (16)$$

把式 (16) 代入式 (9) 中, 即把目标函数表成了约束变量的函数。

三、大系统分块和线性规划的求解

按前述的数学模型, 对于一个分成 P 个子系统的网络 (图 1), 对其变量进行适当排列后, 构成规划的约束方程系数具有图 2 的形式。数学表达式为:

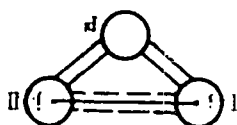


图1 子系统的划分



图2 系数矩阵的形式

$$\min. \quad (C_1^T X_1 + C_2^T X_2 + \cdots + C_P^T X_P) \quad (17)$$

$$s.t. \quad A_{11}X_1 + A_{12}X_2 + \cdots + A_{1P}X_P = b_{11} \quad (18)$$

$$\left. \begin{aligned} A_{21}X_1 &= b_{21} \\ A_{22}X_2 &= b_{22} \\ &\vdots \\ A_{2P}X_P &= b_{2P} \end{aligned} \right\} \quad (19)$$

$$X_1, X_2, \cdots, X_P \geq 0 \quad (20)$$

规划(17)~(20)可用Dantzig-Wolfe分解原理的 P 分法求解。^{[4][5]}

规划(17)~(20)的精确解对于非线性的原问题只是中间过程的解, 还需要继续迭代计算。因此我们可以用规划(17)~(20)的近似最优解代替其精确最优解, 使计算进一步简化。

当某种运行方式确定后, 在无功优化过程中, 联络线上的有功功率的交换量是基本保持不变的, 又根据无功就近补偿, 就近平衡的原理, 无功在联络线上的变化也应是不大的。设图1中某一联络线分别与I、II子系统的 i 、 j 节点联接。保持联络线上功率流动基本不变的条件是:

$$\Delta U_i = \Delta U_j \quad (21)$$

$$\Delta \theta_i = \Delta \theta_j \quad (22)$$

在简化的数学模型中, 条件(22)已自然满足。将条件(21)代入式(17)~(20), 即可得到更为简单的规划形式 (参见图3):

$$\min. \quad (C'_1{}^T X'_1 + C'_2{}^T X'_2 + \cdots + C'_P{}^T X'_P) \quad (23)$$

$$\left. \begin{aligned} A'_{21}X'_1 &= b'_{21} \\ A'_{22}X'_2 &= b'_{22} \\ &\vdots \\ A'_{2P}X'_P &= b'_{2P} \end{aligned} \right\} \quad (24)$$

$$\mathbf{X}'_1, \mathbf{X}'_2, \dots, \mathbf{X}'_P \geq 0 \quad (25)$$

由于约束条件 (24) 中, 各约束条件相互独立, 因此规划 (23) ~ (25) 即等效为 P 个独立子规划之和:

$$\sum_{i=1}^P \min. \mathbf{C}'_i \mathbf{X}'_i \quad (26)$$

$$s.t. \mathbf{A}'_{2i} \mathbf{X}'_i = \mathbf{b}_{2i} \quad (27)$$

$$\mathbf{X}'_i \geq 0 \quad (28)$$

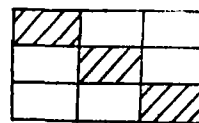


图3 分块处理后系数矩阵的形成

这样的规划只需依次求解即可。

实际规划的求解过程中, 考虑到所有变量都有上下限约束限制, 见式 (11)、因此采用了带上限限制的单纯形法进行求解。即将规划 (9) ~ (11) 中的变量作一简单的坐标位移变换后, 换成

$$\min. \mathbf{C}' \mathbf{X} \quad (29)$$

$$s.t. \mathbf{A} \mathbf{X} = \mathbf{b} \quad (30)$$

$$0 \leq \mathbf{X} \leq \mathbf{d} \quad (31)$$

的形式后, 再进行求解, 这样对于同一问题, 所构成约束方程数和约束变量数都只为一般单纯形法的 30~40%。同时, 通过对原有带限单纯形算法作了较大改进,^[9] 从而大大节省了信息贮存量和计算量。

四、加速收敛和防止振荡的一些技巧措施

1. 迭代过程中生长的选取

本文提出的数学模型, 是在潮流收敛的基础上, 在初始运行点处作一阶近似而构成的, 因此这种算法只有在一定范围内才能有效地进行, 即必须加步长限制:

$$\max\{\Delta X_{\min}, -T_{iK}\} \leq \Delta X_{iK} \leq \min\{\Delta X_{\max}, T_{iK}\} \quad (32)$$

ΔX_{iK} 表示第 K 次迭代计算时, 对应 ΔX_i 的步长约束, T_{iK} 即是第 K 次迭代中选用的步长。

步长的选取是重要的。步长太大, 可能引起振荡, 步长太小, 会使收敛变慢, 或停留在次最优点上。

通常步长的选取是选等步长。^{[11][8]} 本文采用衰减步长的办法, 即

$$T_{iK} = \gamma T_{iK-1} \quad (\gamma < 1) \quad (33)$$

衰减步长的好处是, 既可克服开始步长太小影响收敛速度, 又可避免迭代后期步长太大出现振荡问题。

通常, 只对电压增量 ΔU , 变比增量 ΔK 作步长限制, 而对无功增量 ΔQ 不作步长限制。

2. 目标函数系数的修正

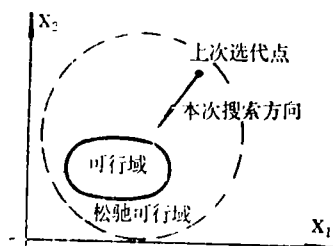
在电感性网络中, 一般地, 对于发电机节点 i , 有 $\frac{\partial P_L}{\partial U_i} > 0$; 而对负荷节点 j , 有

$\frac{\partial P_L}{\partial U_i} < 0$ 。这一结论, 不难从数学角度分析或从物理角度解释得出, 实际的计算也表明了

这一点。因此,为了加速收敛,不妨令 $\frac{\partial P_L}{\partial U_i} = 0$,因为优先使发电机节点电压下降并非是我们所希望的;而使 $\frac{\partial P_L}{\partial U_i}$ 保持不变,因为我们总是希望负荷节点电压有所提高。通过这样的处理后,就可大大改善和加速收敛性。

3. 某些约束条件的松弛

当网络的初始无功分布不合理或相差太多时,都会使初始潮流不收敛,即或收敛,电压分布也很糟糕,偏离可行点和最优点甚远,这就给后续的优化寻优带来困难。考虑最优点,它有两个特征,一是必须满足约束条件,二是线路上有功无功损耗都要小,满足这两个特征的必要条件是全网电压分布比较均匀。因此可暂时增加一些PV节点,如所有发电机节点和调相机节点,一般都是电压支撑点,都可选为PV节点,而松弛其无功的限制,使初始点具有较好的电压分布。而在后续的迭代中,对不满足实际约束(被松弛的)变量,对目标函数中对应的原数作相应修改,即相当于引入罚函数项,使新的搜索点迅速进入或靠近真正的可行域。^[9]见图4。



4图 约束集的松弛

五、程序框图及算例

程序框图见图5。全部程序是用FORTRAN77语言编制的。

1. 6节点Ward-Half系统算例^{[1][9]}

该系统有7条支路,拟通过调整两个发电机节点电压,两条变压器支路变比和两个补偿节点无功补偿,在满足约束条件下,求解最小网损。结果见表1。

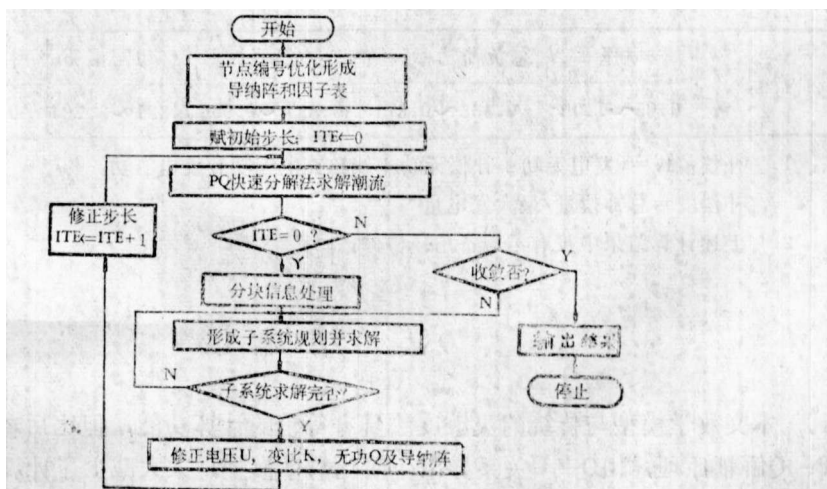


图5 程序流程图

表1.

部分变量	U_1	U_2	ΔQ_4	ΔQ_6	K_4	K_7	优化PL	迭代次数	初始PL
文献[1]	1.092	1.150	0.050	0.055	0.956	0.981	0.0893	11	0.1162
本文	1.100	1.1499	0.0500	0.0550	0.9684	0.9947	0.08845	7	

2. 14节点算例^{[2][9]}

该系统有16条支路,当一条支路断线后,电压水平不能保持,拟求解满足电压约束的最小无功补偿量。结果见表2

表2.

节点 补偿量	9	10	13	14	其余节点	总补偿量	条 件	
文献[2]	0.04	0.00	0.09	0.43	0.00	0.56	四个发电机节点电压及两个可调变压器变比均不调整	/
本文	0.0443	0.0262	0.0496	0.4233	0.0000	0.5434		6
文献[2]	/	/	/	/	/	/	四个发电机节点电压及两个可调变压器变比均调整	/
本文	0.0000	0.0000	0.0000	0.4238	0.0000	0.4238		7

注:文献[2]计算时,无功补偿量取离散值,单位是0.01P.u.,本文没有作限制。

3. 135节点规划系统补偿结果

该系统有147条支路,等效发电机数为22,可调整变比数为55,可容许作无功补偿节点数为22,最大发电量为380万千瓦,给定八种正常运行方式和四种事故运行方式。根据电气结构,划分成了五个子系统进行无功最优补偿规划的计算,对每一种运行方式,在MV/6000超级小型机(速度为110万条指令/秒)上计算,所用CPU时间约为70~80秒。补偿规划结果的部分指标见表3。

表3.

几项指标	电压	总负荷功率因数	补偿值K	有功网损%	补偿度	总补偿量
	0.95~1.05	0.865~0.871	0.831~0.965	1.381~3.221	0.368	1002MVAR

注:1. 补偿值 $K = (\text{发电无功} + \text{补偿无功} + \text{线路充电无功}) / \text{发电有功}$

补偿度 = 总补偿量 / 最大发电量

2. 上述计算结果中没有考虑备用、检修。

六、结 束 语

1. 本文数学模型与传统的灵敏度法具有等价的计算功能,但比后者简单,计算量小;利用P-Q解耦原理,由Q-U关系导出了简化数学模型,大大减少了计算量和贮存量。

2. 采用带限单纯法求解线性规划,这样对于同一问题,所形成的规划的规模只为一

般单纯形法的30~40%；通过对原有带限单纯形标法的改进，提出了新的更简单的标法。

3. 利用分解技术，给出了更为合理的边界条件的处理方法和大系统具体分块计算方法；出了防止振荡、加速收敛计算的几点技巧和措施；成功地实现了初始无功分布不合理的大系统的最优无功补偿规划方案的计算。

4. 算例和实际规划系统的优化计算表明，本方法对无功的实时调度也是实用的。

参 考 文 献

- [1] K.R.C Mamandur et al; Optimal Control of Reactive Power Flow for Improvements in Voltage Profiles and for Real Power Loss Minimization, IEEE Trans, vol.PAS-100, pp.3185-3193, July 1981.
- [2] J.B.X.Devotta et al.; Optimal Reactive Compensation in Power System, Comput. & Elect. Engng, vnl, 9, No. 2, pp.111-116, 1982.
- [3] J.Peschon and W.F.Tinney; Sensitivity in Power Systems, IEEE Trans, vol. PAS-87, pp.1687-1696, August 1968.
- [4] S.Lasdon Leon; Optimization Theory for Large systems, Macmillan Co. London, 1970.
- [5] 成都科技大学应用数学系: 线性规划(讲义), 1983, 9.
- [6] A Hughes et al; Optimal Reactive Power Planning, IEEE Trans, vol. PAS-100, pp 2189-2196, May 1981.
- [7] R.A.Fernades et al; Large Scale Reactive Power Planning, IEEE Trans, vol. PAS-102, pp.1083-1088, May 1983.
- [8] 徐国禹, 赵允新: 用敏感度方法分析计算电力系统无功功率最优控制问题, 重庆大学电气工程系硕士学位论文, 1985, 4.
- [9] 张万椿, 董元汉: 电力系统无功优化的一种新方法及其在大系统无功补偿规划中的应用、成都科技大学电力工程系硕士论文, 1986.1.