

# 基于混合整数二阶锥规划的 主动配电网有功-无功协调多时段优化运行

刘一兵, 吴文传, 张伯明, 李正烁, 李志刚

(电力系统及发电设备控制和仿真国家重点实验室(清华大学电机系), 北京市 海淀区 100084)

## A Mixed Integer Second-order Cone Programming Based Active and Reactive Power Coordinated Multi-period Optimization for Active Distribution Network

LIU Yibing, WU Wenchuan, ZHANG Boming, LI Zhengshuo, LI Zhigang

(State Key Laboratory of Control and Simulation of Power Systems and Generation Equipments

(Dept. of Electrical Engineering, Tsinghua University), Haidian District, Beijing 100084, China)

**ABSTRACT:** With increasing penetration of distributed generation (DG), dynamic optimal operation of active distribution network (ADN) is indispensable. A three-phase active and reactive power coordinated dynamic optimization model is proposed in this paper, whose control variables include the output of DG, charge and discharge operation of energy storage system (ESS), operation of SVC and Capacitor Banks. This is a mixed integer nonconvex nonlinear programming problem and is hard to solve. In this paper, the second-order cone relaxation (SOC) technique is used to convexify the power flow equations in this optimization model. Consequently, the original model is converted to a mixed integer second-order cone programming (MISOCP) which can be solved efficiently by MOSEK. Numerical tests on the modified IEEE 33-bus system show this MISOCP based multi-period optimization model for ADN is exact and can be solved efficiently.

**KEY WORDS:** active distribution network (ADN); mixed integer second-order cone programming (SOC); active and reactive power coordination; multi-period optimization

**摘要:** 通过日前多时段优化, 可以为主动配电网中的分布式电源、无功补偿装置和储能装置安排合理高效的生产计划, 以达到调节电压水平、提高能源资源利用率、节能降损的目的。首先建立基于三相 Distflow 潮流的辐射状配电网有功-无功协调动态优化模型。该模型考虑分布式电源出力、储能

装置充放电功率、电容器组投切等连续和离散决策变量, 是一个典型的混合整数非凸非线性规划。该类模型缺乏严格高效的求解方法。为此, 采用二阶锥松弛技术将其中的三相潮流方程进行凸化松弛, 使得优化问题转化为可有效求解的混合整数二阶锥规划模型。最后, 采用扩展的 IEEE 33 节点三相测试系统仿真计算, 利用 MOSEK 等算法包求得电网中各设备动作时刻和投运容量, 验证了所提方法寻优稳定、松弛精确、计算高效等特性。

**关键词:** 主动配电网; 混合整数二阶锥规划; 有功-无功协调; 多时段优化运行

## 0 引言

配电网中分布式电源(distributed generation, DG)、储能系统(energy storage system, ESS)、静止无功补偿装置(static VAR compensation, SVC)和分组投切电容器(capacitors banks, CB)等设备的渗透率日益提高, 传统配电网正在逐步演变为具有众多可调可控资源的主动配电网(active distribution network, ADN)<sup>[1]</sup>。

不同于输电网, 中低压配电网线路不再进行三相整体循环换位, 且用户侧负荷不均衡现象普遍存在, 因此建立基于三相模型的配电网潮流计算、优化调度、分析决策模型已逐渐成为研究的主流<sup>[2-7]</sup>。另外, 配电网中线路电阻和电抗数值接近, 有功功率和无功功率耦合性较强, 传统的基于有功无功解耦的分析决策理论也难以在配电网中直接应用。综上, 如何在三相有功无功耦合的模型基础上解决主动配电网的双向潮流、过电压、弃风(光)、支路功

**基金项目:** 国家科技支撑计划项目(2013BAA01B01); 国家自然科学基金项目(51321005); 黔科重大专项字[2012]6022。

Project Supported by Key Technologies Research and Development Program of China (2013BAA01B01); The National Natural Science Foundation (51321005); Science & Technology Major Project of Guizhou [2012]6022.

率拥塞、线路损耗等问题是配电网的运行管理中面临的挑战<sup>[8]</sup>。

高渗透率的分布式电源并网会引起电压波动或者过电压导致其脱网,严重制约主动配电网消纳可再生能源发电的能力,浪费电网资源和可再生能源。计及日前数据和设备多时段运行特性的主动配电网的多时段优化从前瞻的视角安排各设备的优化操作策略,是解决该类问题的一种有效工具<sup>[9-13]</sup>。文献[9]优化调度主动配电网中可四象限运行的PCS(power condition system)储能系统和风电机组等可调资源,研究了含连续变量模型下的配电网多时段优化问题。文献[10]将变压器的有载调压分接头和 SVC 的优化调度考虑在内,建立了一个混合整数非凸非线性规划模型,并针对该模型提出了一种离散变量连续化处理再规整的两阶段求解方法。文献[11]根据英国的电力市场模式,将 DG、可控负荷和 ESS 同时优化,文中 ESS 的建模不同于以往方式,并未附加“充放电不能同时进行”这一硬约束,而只是在目标函数最优解处满足上述约束。

主动配电网的多时段优化问题本质上是一个混合整数非凸非线性规划问题,国内外学者对此已有研究。文献[14]提出了无功优化的的分时段控制法,弱化时间断面约束带来的求解难度。文献[15-16]均提出了基于内点法和罚函数相结合的离散变量处理方法,将混合整数规划问题变为连续问题。近来,随着二阶锥规划研究的兴起<sup>[17-18]</sup>,文献[19-21]对配电网无功优化问题的二阶锥松弛精确性、适用范围、可行性等做了深入研究。

针对上述问题,本文建立考虑 DG、ESS、SVC 和 CB 等连续、离散控制变量,以降低配电网运行成本、提高 DG 并网能力、消除过电压为目的的主动配电网有功无功协调的三相多时段优化模型;然后采用二阶锥松弛技术(second-order cone relaxation, SOCR)将其中的三相潮流方程作凸化松弛处理,将原问题转化为一个可被有效求解的混合整数二阶锥优化问题;然后,采用 MOSEK 等算法包求得原问题的最优解;基于扩展 IEEE 33 节点的三相测试系统所做的数值算例验证了本文方法的效果。

## 1 有功-无功协调动态优化的数学模型

### 1.1 辐射状配电网的 Distflow 支路潮流形式

对于如图 1 所示的辐射状运行主动配电网,其

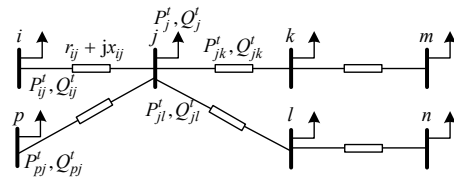


图 1 辐射状配电系统示意图

Fig. 1 Topology of radial distribution network

动态优化模型的 Distflow<sup>[22]</sup>支路潮流形式如下。

对于电网中节点  $j$ , 有

$$\begin{cases} \sum_{i \in u(j)} [P_{ij}^{\varphi,t} - r_{ij}^{\varphi} \frac{(P_{ij}^{\varphi,t})^2 + (Q_{ij}^{\varphi,t})^2}{(U_i^{\varphi,t})^2}] = \sum_{k \in v(j)} P_{jk}^{\varphi,t} + P_j^{\varphi,t} \\ \sum_{i \in u(j)} [Q_{ij}^{\varphi,t} - x_{ij}^{\varphi} \frac{(P_{ij}^{\varphi,t})^2 + (Q_{ij}^{\varphi,t})^2}{(U_i^{\varphi,t})^2}] = \sum_{k \in v(j)} Q_{jk}^{\varphi,t} + Q_j^{\varphi,t} \\ P_j^{\varphi,t} = P_{j,DG}^{\varphi,t} + P_{j,discharge}^{\varphi,t} - P_{j,charge}^{\varphi,t} - P_{j,d}^{\varphi,t} \\ Q_j^{\varphi,t} = Q_{j,DG}^{\varphi,t} + Q_{j,SVC}^{\varphi,t} + Q_{j,CB}^{\varphi,t} - Q_{j,d}^{\varphi,t} \end{cases} \quad (1)$$

对于电网中支路  $ij$ , 有

$$\begin{aligned} (U_j^{\varphi,t})^2 &= (U_i^{\varphi,t})^2 - 2(r_{ij}^{\varphi} P_{ij}^{\varphi,t} + x_{ij}^{\varphi} Q_{ij}^{\varphi,t}) + \\ &[(r_{ij}^{\varphi})^2 + (x_{ij}^{\varphi})^2] \frac{(P_{ij}^{\varphi,t})^2 + (Q_{ij}^{\varphi,t})^2}{(U_i^{\varphi,t})^2} \end{aligned} \quad (2)$$

式中:  $\varphi \in \{A, B, C\}$  为 ABC 三相模型; 集合  $u(j)$  为电网中以  $j$  为末端节点的支路的首端节点集合; 集合  $v(j)$  为电网中以  $j$  为首端节点的支路的末端节点集合;  $U_i^{\varphi,t}$  为电压幅值;  $P_{ij}^{\varphi,t}$ 、 $Q_{ij}^{\varphi,t}$  分别为支路  $ij$  首端三相有功功率和无功功率;  $P_j^{\varphi,t}$  和  $Q_j^{\varphi,t}$  分别为节点  $j$  的有功功率和无功功率净注入值;  $P_{j,DG}^{\varphi,t}$ 、 $P_{j,discharge}^{\varphi,t}$ 、 $P_{j,charge}^{\varphi,t}$ 、 $P_{j,d}^{\varphi,t}$  分别为节点  $j$  上所连接的 DG 有功功率、ESS 放电功率、ESS 充电功率、负荷有功功率;  $Q_{j,DG}^{\varphi,t}$ 、 $Q_{j,SVC}^{\varphi,t}$ 、 $Q_{j,CB}^{\varphi,t}$ 、 $Q_{j,d}^{\varphi,t}$  分别为节点  $j$  上所连接的 DG 无功功率、SVC 连续补偿功率、分组投切电容器组 CB 的离散补偿功率、负荷无功功率;  $r_{ij}^{\varphi}$ 、 $x_{ij}^{\varphi}$  分别为计及三相线路自阻抗和互阻抗的支路电阻和电抗。

### 1.2 主动配电网运行约束

#### 1.2.1 三相潮流方程

三相潮流方程为式(1)、(2)。

#### 1.2.2 系统运行安全约束

$$\begin{cases} U_i^{\varphi,\min} \leq U_i^{\varphi,t} \leq U_i^{\varphi,\max} \\ I_{ij}^{\varphi,t} \leq I_{ij}^{\varphi,\max} \end{cases} \quad (3)$$

式中:  $U_i^{\varphi,\max}$ 、 $U_i^{\varphi,\min}$  分别为节点电压幅值上下限值;  $I_{ij}^{\varphi,\max}$  为支路电流幅值上限值;  $U_i^{\varphi,t}$  和  $I_{ij}^{\varphi,t}$  分别

为  $t$  时刻各相节点电压和支路电流幅值。

### 1.2.3 配变关口功率约束

为了抑制主动配电网的功率波动对输电网造成的影响, 需要将配变关口交换功率控制在某一范围内, 即

$$\begin{cases} P_0^{\varphi, \min} \leq P_0^{\varphi, t} \leq P_0^{\varphi, \max} \\ Q_0^{\varphi, \min} \leq Q_0^{\varphi, t} \leq Q_0^{\varphi, \max} \end{cases} \quad (4)$$

式中:  $P_0^{\varphi, t}$  为  $t$  时刻从根节点流入本级配电网的各相功率;  $P_0^{\varphi, \min}$ 、 $P_0^{\varphi, \max}$  为调控中心设定的各相关功率交换下界和上界, 无功功率约束类同。

### 1.2.4 分组投切电容器 CB 运行约束

受到生产制造技术和设备使用寿命的限制, 在一个调度周期内 CB 的操作次数有严格限制<sup>[15]</sup>, 且每一次投切都是成组操作, 即 CB 的运行应该满足如下约束特性:

$$\begin{cases} Q_{i, \text{CB}}^{\varphi, t} = N_{i, \text{CB}}^t Q_{i, \text{CB}, \text{step}}^{\varphi} \\ N_{i, \text{CB}}^t \leq N_{\text{CB}}^{\max}, \quad N_{i, \text{CB}}^t \in \text{int} \\ B_{i, \text{CB}}^t \in \{0, 1\} \\ \sum_{t=1}^{T-1} B_{i, \text{CB}}^t = B_{\text{CB}}^{\lim} \end{cases} \quad (5)$$

$$B_{i, \text{CB}}^t \times 1 \times Q_{i, \text{CB}, \text{step}}^{\varphi} \leq |Q_{i, \text{CB}}^{\varphi, t+1} - Q_{i, \text{CB}}^{\varphi, t}| \leq B_{i, \text{CB}}^t N_{\text{CB}}^{\max} Q_{i, \text{CB}, \text{step}}^{\varphi} \quad (6)$$

式中:  $Q_{i, \text{CB}}^{\varphi, t}$  为第  $i$  节点上所连接的 CB 在  $t$  时刻各相的实际投运补偿功率;  $Q_{i, \text{CB}, \text{step}}^{\varphi}$  为每一组补偿功率;  $N_{i, \text{CB}}^t$  为优化投运组数; 整数  $N_{\text{CB}}^{\max}$  为每个电容器组的最大补偿组数;  $B_{i, \text{CB}}^t$  为 0-1 变量。式(6)表示当  $B_{i, \text{CB}}^t$  为 0 时,  $Q_{i, \text{CB}}^{\varphi, t+1} - Q_{i, \text{CB}}^{\varphi, t}$  为 0, 即 2 个不同时刻补偿功率不变, 电容器组不操作; 但当  $B_{i, \text{CB}}^t$  为 1 时,  $Q_{i, \text{CB}}^{\varphi, t+1} - Q_{i, \text{CB}}^{\varphi, t}$  可以在  $[-N_{\text{CB}}^{\max} Q_{i, \text{CB}, \text{step}}^{\varphi}, -Q_{i, \text{CB}, \text{step}}^{\varphi}] \cup [Q_{i, \text{CB}, \text{step}}^{\varphi}, N_{\text{CB}}^{\max} Q_{i, \text{CB}, \text{step}}^{\varphi}]$  区间内优化取得离散投运功率。  $\sum_{t=1}^{T-1} B_{i, \text{CB}}^t = B_{\text{CB}}^{\lim}$  则表示在一天  $T$  个调度周期内 CB 的动作次数限制为  $B_{\text{CB}}^{\lim}$ , 满足其实际运行要求。

### 1.2.5 储能装置 ESS 运行约束

考虑到 DG 出力的波动与负荷的变化不完全匹配, 在关口功率、配电网中节点电压、支路电流等受限的情况下, DG 将会采取弃风(光)策略以满足上述硬性约束。

本文提出的有功无功协调动态优化模型为提高 DG 的并网能力, 充分利用配电网中的可再生能源, 引入了储能装置 ESS, 其模型如下:

$$\begin{cases} E_{i, \text{bat}}^{\varphi, t} + P_{i, \text{charge}}^{\varphi, t} \eta_{\text{charge}} \Delta t - \frac{P_{i, \text{discharge}}^{\varphi, t}}{\eta_{\text{discharge}}} \Delta t = E_{i, \text{bat}}^{\varphi, t+1}, \\ t=1, 2, \dots, T-1 \end{cases} \quad (7)$$

$$\begin{cases} E_{i, \text{bat}}^{\varphi, t} + P_{i, \text{charge}}^{\varphi, t} \eta_{\text{charge}} \Delta t - \frac{P_{i, \text{discharge}}^{\varphi, t}}{\eta_{\text{discharge}}} \Delta t = E_{i, \text{bat}}^{\varphi, 1}, \quad t=T \\ 0 \leq P_{i, \text{charge}}^{\varphi, t} \leq P_{i, \text{charge}}^{\varphi, \max} D_{i, \text{charge}}^{\varphi, t} \\ 0 \leq P_{i, \text{discharge}}^{\varphi, t} \leq P_{i, \text{discharge}}^{\varphi, \max} D_{i, \text{discharge}}^{\varphi, t} \\ D_{i, \text{charge}}^{\varphi, t} + D_{i, \text{discharge}}^{\varphi, t} \leq 1 \end{cases} \quad (8)$$

$$\begin{cases} E_{i, \text{bat}}^{\max} \times 20\% \leq E_{i, \text{bat}}^{\varphi, t} \leq E_{i, \text{bat}}^{\max} \times 90\% \\ P_{i, \text{charge}}^{A, t} = P_{i, \text{charge}}^{B, t} = P_{i, \text{charge}}^{C, t} \\ P_{i, \text{discharge}}^{A, t} = P_{i, \text{discharge}}^{B, t} = P_{i, \text{discharge}}^{C, t} \end{cases} \quad (9)$$

式(7)表示 ESS 的电量约束,  $E_{i, \text{bat}}^{\varphi, t}$  为  $t$  时刻第  $i$  节点上所连接的 ESS 的电量;  $P_{i, \text{charge}}^{\varphi, t}$  和  $P_{i, \text{discharge}}^{\varphi, t}$  分别为相应的 ESS 的充电功率和放电功率;  $\eta_{\text{charge}}$  和  $\eta_{\text{discharge}}$  分别为充放电效率;  $\Delta t$  为调度时间间隔; 为保证在新的调度周期内 ESS 具有相同的调节性能, ESS 的本周期初始  $E_{i, \text{bat}}^{\varphi, 1}$  和下一周期的初始  $E_{i, \text{bat}}^{\varphi, T+1}$  相等<sup>[9]</sup>。

式(8)中,  $P_{i, \text{charge}}^{\varphi, \max}$  和  $P_{i, \text{discharge}}^{\varphi, \max}$  分别为 ESS 的充放电功率上限。考虑到任一时刻 ESS 的充放电不能同时进行, 引入 0-1 变量  $D_{i, \text{charge}}^{\varphi, t}$  和  $D_{i, \text{discharge}}^{\varphi, t}$ , 且引入  $D_{i, \text{charge}}^{\varphi, t} + D_{i, \text{discharge}}^{\varphi, t} \leq 1$  约束, 即表示任一时刻 ESS 只能处于充电、放电、不充不放 3 种状态之一, 而不存在既充电又放电的物理不可行现象。

式(9)中,  $E_{i, \text{bat}}^{\max}$  为 ESS 电量限值, 考虑到储能装置的使用寿命, 将其实际使用范围设定为 20% 至 90%<sup>[9]</sup>。为切合实际储能运行特点不致使得 ESS 调节模型过于复杂, 本文并未将 ESS 设定为三相独立可调, 于是引入了充电约束  $P_{i, \text{charge}}^{A, t} = P_{i, \text{charge}}^{B, t} = P_{i, \text{charge}}^{C, t}$  三相联动, 放电约束类同。

### 1.2.6 静止无功补偿装置 SVC 运行约束

$$Q_{i, \text{SVC}}^{\varphi, \min} \leq Q_{i, \text{SVC}}^{\varphi, t} \leq Q_{i, \text{SVC}}^{\varphi, \max} \quad (10)$$

为体现本文方法的普适性, 即本文能够兼顾离散-连续无功补偿装置的运行特性, 将 SVC 纳入到考虑范围。

在传统的配电网中, 线路充电功率较少, 无功过剩问题不会出现, 因此过电压问题也鲜有出现, 传统的无功补偿主要围绕如何提高电网的电压水平、节能降损展开。但在主动配电网中, 由于屋顶

光伏发电等分布式发电在中低压配电网并网,且其渗透率日渐提高,在负荷低谷时可能引起潮流反向,从而导致过电压问题,传统的纯容性补偿的方式也应适当调整,因此配电网配置感性补偿设备也是必要。式中,  $Q_{i,\text{SVC}}^{\varphi,\min}$  和  $Q_{i,\text{SVC}}^{\varphi,\max}$  分别为 SVC 各相的可调功率的下限值和上限值,  $Q_{i,\text{SVC}}^{\varphi,t}$  为节点  $i$  上所连接的 SVC 的各相优化调节功率。

### 1.2.7 分布式电源 DG 运行约束

$$\begin{cases} 0 \leq P_{i,\text{DG}}^{\varphi,t} \leq P_{i,\text{DG}}^{\varphi,t,\text{pre}} \\ Q_{i,\text{DG}}^{\varphi,t} = P_{i,\text{DG}}^{\varphi,t} \tan \varphi \end{cases} \quad (11)$$

式中:  $P_{i,\text{DG}}^{\varphi,t}$ 、 $Q_{i,\text{DG}}^{\varphi,t}$  分别为 DG 的有功功率和无功功率,根据文献[23]将 DG 设定为定功率因数运行方式;  $P_{i,\text{DG}}^{\varphi,t,\text{pre}}$  为  $t$  时刻节点  $i$  上所连接的 DG 的预测功率值。

### 1.3 多时段优化的目标函数

对于主动配电网的多时段优化运行,本文选取了调度周期内的最小能量损耗作为目标函数,即

$$\min_{\substack{P_{\text{DG}}^{\varphi,t}, P_{\text{discharge}}^{\varphi,t}, P_{\text{charge}}^{\varphi,t} \\ Q_{\text{SVC}}^{\varphi,t}, Q_{\text{CB}}^{\varphi,t}}} f_{\text{OBJ}} = \sum_{t=1}^T \sum_{\varphi=A}^C \sum_{i=1}^N \sum_{j \in v(i)} r_{ij}^{\varphi} (I_{ij}^{\varphi,t})^2 \Delta t \quad (12)$$

式中:  $T$  为调度周期内的时刻数;  $\varphi$  为 A、B、C 三相;  $N$  为电网的节点数量;集合  $v(i)$  定义与上文相同,为电网中以  $i$  为首端节点的支路的末端节点集合;  $r_{ij}^{\varphi}$  为支路  $ij$  的电阻;  $I_{ij}^{\varphi,t}$  为支路电流幅值;  $\Delta t$  为调度周期时间间隔;  $f_{\text{OBJ}}$  为一个调度周期内的电网网络能量损耗。

### 1.4 小结

该决策模型的优化变量包括 ESS 充放电功率、SVC 补偿功率、CB 投运功率及各设备的操作时刻、DG 功率等,因此是一个包含连续变量和离散变量的 ADN 三相动态优化模型。该模型虽然考虑了 ADN 的三相有功无功耦合、CB 离散投切、ESS 充放电等实际物理特性,但其数学本质上仍是一个大规模的混合整数非凸非线性规划问题,属 NP 难题。根据亚利桑那大学 Hans Mittelmann 提供的比对资料[24],目前的商用和开源优化软件很难有效求解该问题。制约该问题求解效率的原因有 2 点: 1) 问题扩展为三相且考虑了众多设备运行约束之后,优化变量数量大为增加; 2) Distflow 潮流方程为二次等式形式,是导致该模型难以求解的强非凸源。问题 1) 属实际数学本质,可以通过提高计算机性能

改善;针对问题 2),可以根据配电网的实际特点作凸松弛变形,下文将展开论述。

## 2 原始模型的二阶锥等价变形

二阶锥规划(second-order cone programming, SOCP)的标准形式[25-26]如下:

$$\min_{x_i} \{c^T x \mid Ax = b, x_i \in K, i = 1, 2, \dots, N\} \quad (13)$$

式中: 变量  $x \in \mathbf{R}_N$ ; 系数常量  $b \in \mathbf{R}_M$ 、 $c \in \mathbf{R}_N$ 、 $A_{M \times N} \in \mathbf{R}_{M \times N}$ ;  $K$  为如下形式的二阶锥或旋转二阶锥。

二阶锥:

$$K = \{x_i \in \mathbf{R}_N \mid y^2 \geq \sum_{i=1}^N x_i^2, y \geq 0\} \quad (14)$$

旋转二阶锥:

$$K = \{x_i \in \mathbf{R}_N \mid yz \geq \sum_{i=1}^N x_i^2, y, z \geq 0\} \quad (15)$$

SOCP 本质上是一种凸规划,解的最优性和计算高效性都有优良特性。利用现有的二阶锥规划算法包可以轻易求取最优结果,求解过程可以在多项式时间内完成[17,27]。

根据 SOCP 的特点,将潮流方程作 SOCP 松弛,对于式(1)和(2)中,定义:

$$(I_{ij}^{\varphi,t})^2 = \frac{(P_{ij}^{\varphi,t})^2 + (Q_{ij}^{\varphi,t})^2}{(V_i^{\varphi,t})^2} \quad (16)$$

令  $\tilde{I}_{ij}^{\varphi,t} = (I_{ij}^{\varphi,t})^2$ ,  $\tilde{U}_i^{\varphi,t} = (U_i^{\varphi,t})^2$ ,并分别将式(1)和式(2)中的电压幅值二次项都用  $\tilde{U}_i^{\varphi,t}$  替换,得

$$\begin{cases} \sum_{i \in u(j)} (P_{ij}^{\varphi,t} - r_{ij}^{\varphi} \tilde{I}_{ij}^{\varphi,t}) = \sum_{k \in v(j)} P_{jk}^{\varphi,t} + P_j^{\varphi,t} \\ \sum_{i \in u(j)} (Q_{ij}^{\varphi,t} - x_{ij}^{\varphi} \tilde{I}_{ij}^{\varphi,t}) = \sum_{k \in v(j)} Q_{jk}^{\varphi,t} + Q_j^{\varphi,t} \\ P_j^{\varphi,t} = P_{j,\text{DG}}^{\varphi,t} + P_{j,\text{discharge}}^{\varphi,t} - P_{j,\text{charge}}^{\varphi,t} - P_{j,\text{d}}^{\varphi,t} \\ Q_j^{\varphi,t} = Q_{j,\text{DG}}^{\varphi,t} + Q_{j,\text{SVC}}^{\varphi,t} + Q_{j,\text{CB}}^{\varphi,t} - Q_{j,\text{d}}^{\varphi,t} \\ \tilde{U}_j^{\varphi,t} = \tilde{U}_i^{\varphi,t} - 2(r_{ij}^{\varphi} P_{ij}^{\varphi,t} + x_{ij}^{\varphi} Q_{ij}^{\varphi,t}) + [(r_{ij}^{\varphi})^2 + (x_{ij}^{\varphi})^2] \tilde{I}_{ij}^{\varphi,t} \end{cases} \quad (17)$$

$$\tilde{I}_{ij}^{\varphi,t} = \frac{(P_{ij}^{\varphi,t})^2 + (Q_{ij}^{\varphi,t})^2}{\tilde{U}_i^{\varphi,t}} \quad (18)$$

经过上述变形,原始 Distflow 潮流方程已经变为一个线性方程组式(17)和一个形式简洁的二次等式(18)。然后将式(18)做一步松弛得到

$$\tilde{I}_{ij}^{\varphi,t} \geq \frac{(P_{ij}^{\varphi,t})^2 + (Q_{ij}^{\varphi,t})^2}{\tilde{U}_i^{\varphi,t}} \quad (19)$$

再做一步等价变形,将(19)化为标准二阶锥

形式:

$$\left\| \begin{array}{c} 2P_{ij}^{\varphi,t} \\ 2Q_{ij}^{\varphi,t} \\ \tilde{I}_{ij}^{\varphi,t} - \tilde{U}_i^{\varphi,t} \end{array} \right\|_2 \leq \tilde{I}_{ij}^{\varphi,t} + \tilde{U}_i^{\varphi,t} \quad (20)$$

经过上述变形之后, 原始的三相 ADN 有功无功协调动态优化问题变为

$$\left\{ \begin{array}{l} \min \quad f_{\text{OBJ}} = \sum_{t=1}^T \sum_{\varphi=A}^C \sum_{i=1}^N \sum_{j \in v(i)} r_{ij}^{\varphi} \tilde{I}_{ij}^{\varphi,t} \Delta t \\ \quad P_{\text{DG}}^{\varphi,t}, P_{\text{discharge}}^{\varphi,t}, P_{\text{charge}}^{\varphi,t} \\ \quad Q_{\text{SVC}}^{\varphi,t}, Q_{\text{CB}}^{\varphi,t} \\ \text{s.t.} \quad \text{式(17)(20)} \\ \quad (3)(4)(5) \\ \quad (6)(7)(8) \\ \quad (9)(10)(11) \end{array} \right. \quad (21)$$

根据文献[28], 对于下述数学规模模型

$$\left\{ \begin{array}{l} \min \quad f(x) \\ \text{s.t.} \quad g_i(x) \leq 0, \quad i = 1, 2, \dots, m \\ \quad h_j(x) = 0, \quad j = 1, 2, \dots, l \end{array} \right. \quad (22)$$

该模型为凸规划的判定条件为: 目标函数  $f(x)$  为凸函数(海森矩阵是半正定的), 约束中的所有等式约束  $h_j(x)$  为线性函数, 所有不等式约束  $g_i(x)$  的海森矩阵是半正定的。

对于上述提出的优化模型, 如果不考虑储能和无功补偿装置等离散控制变量的话, 其目标函数为线性的、约束中的所有等式约束是线性的, 除式(20)之外的不等式约束也均为线性, 式(20)的数学形式抽象为  $\sqrt{x_1^2 + x_2^2 + x_3^2} \leq x_4$ , 这一形式的不等式刚好满足二阶锥的定义, 即上述问题是一个二阶锥规划问题, 文献[17,19,25]中均证明或阐述了二阶锥规划是一种凸规划, 具有优良的数学性质。

上述松弛过程的简图如图 2 所示, 原问题非凸可行域  $C_{\text{original}}$  将会被松弛成为一个凸二阶锥可行域  $C_{\text{SOC}}$ , 此时原问题的 Distflow 潮流方程已经是一个凸形式。由于二阶锥松弛的引入,  $C_{\text{SOC}}$  中得到的最优解  $S$  是原问题的一个下界解, 而如果最优解  $S$  是可行域  $C_{\text{original}}$  中的点, 则称该 SOC 松弛是严格的, 最优解  $S$  便是原问题的最优解。文献[19-21]严格推导出了松弛精确成立的一组充分条件, 即目标函数必须是关于支路电流的增函数, 网络拓扑是树状连通图等, 而本文的有功-无功协调多时段优化刚好满足这一条件。如果没有整数变量, 原问题变得已然具有全局最优性, 而加入整数变量之后, 由于潮流方程这一非凸源的凸化, 也可以利用成熟算

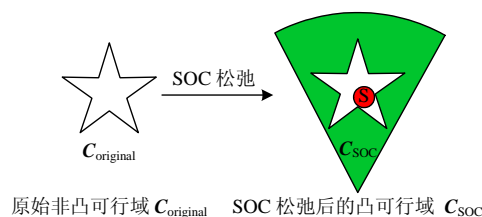


图 2 二阶锥松弛示意图

Fig. 2 Schematic figure of second-order cone relaxation

法包的分支定界和割平面方法保证解的最优性和计算效率。

### 3 算例分析

#### 3.1 测试平台与算例系统

为了验证本文方法的效果, 利用 Matlab-YALMIP<sup>[29]</sup>平台开发上述有功无功协调动态优化程序, 并分别利用 MOSEK 二次规划算法包和 Bonmin<sup>[30]</sup>非线性混合整数规划算法包测试凸化技术对于原问题计算效果的改善。测试系统的硬件环境为英特尔双核 i5-3210M CPU 2.50 GHz, 8 GB 内存, 操作系统为 Win7 64 bit, 开发环境为 Matlab R2013b, YALMIP 版本为 20131220。

本文基本算例系统选取文献[2]中的 IEEE 33 节点三相辐射状配电系统, 并将 DG、SVC、CB、ESS 加入其中, 如图 3 所示。考虑到中低压配电系统中光伏 PV 是主要的 DG 接入形式<sup>[23,31-32]</sup>, 本文亦选取 PV 光伏作为并网 DG。系统的日前 24 时刻的负荷曲线和光照强度曲线, 利用美国国家可再生能源实验室 NREL 的 Homer 软件, 根据我国西北某市经纬度产生。考虑到配电系统涵盖区域面积不大, 且为结果分析简便, 所有的光伏 PV 均采用相同的光照曲线, 负荷节点采用相同的负荷曲线。将文献[2]中给出的负荷设定为系统负荷曲线的峰值负荷, 将

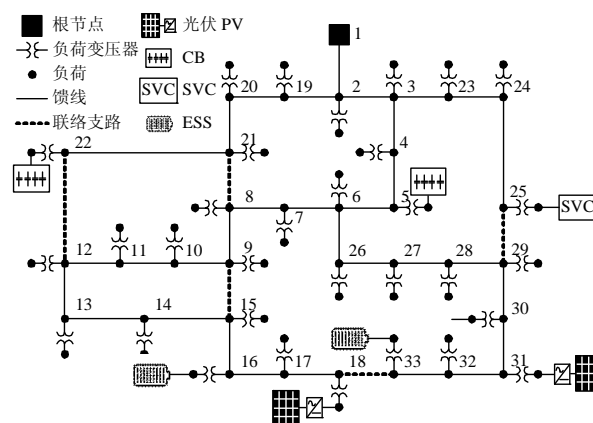


图 3 扩展 IEEE 33 节点测试系统

Fig. 3 Modified IEEE 33-bus test system

光伏 PV 的装机容量对应为系统光照曲线的峰值光照点。

在扩展的 IEEE 33 节点系统测试本文方法的有效性,该系统包含 37 条支路,5 个环,辐射状运行,电压等级为 12.66 kV,负荷有功总和为 3 635 kW,无功总和为 2 265 kvar,系统三相不平衡现象普遍存在。基本配置参数为:节点 18 和 31 连接 2 个光伏 PV(PV18, PV31),装机容量 300 kW,功率因数设为  $\cos\varphi=0.95$ <sup>[33]</sup>,三相独立可调;为体现本文方法的普适性以及电网电压的高效调节能力,设定节点 25 连接有 SVC(SVC25),无功补偿区间为 -100~300 kvar,三相独立可调;节点 5 和 22 连接两个分组投切电容器组 CB(CB5、CB22),每个调度周期内允许操作次数为 5 次,每相有 4 组,每组的补偿功率为 25 kvar,即每相的补偿功率为 0~100 kvar 共 5 种状态;节点 16 和 33 连接有两个储能装置 ESS(ESS16、ESS33),总充放电功率上限为 240 kW,每相设为 80 kW,总电量上限为 1 200 kW·h,充放电效率均为 93.81%<sup>[34]</sup>。

### 3.2 多种工况下算例测试结果

#### 3.2.1 优化调度结果

为测试本文方法在大数据量条件下的鲁棒性,利用 Matlab 的三次样条插值方法,将前述 24 时刻的数据插值为 96 个数据点,即表示日前调度时的数据获取间隔为 15 min。系统的负荷和光照强度曲线设定为 Homer 给出波动较大的我国某地 2001 年 7 月 7 日的负荷曲线和光照强度曲线,其中数据为以峰值为基值的标么化结果,见图 4(a)。从该曲线图

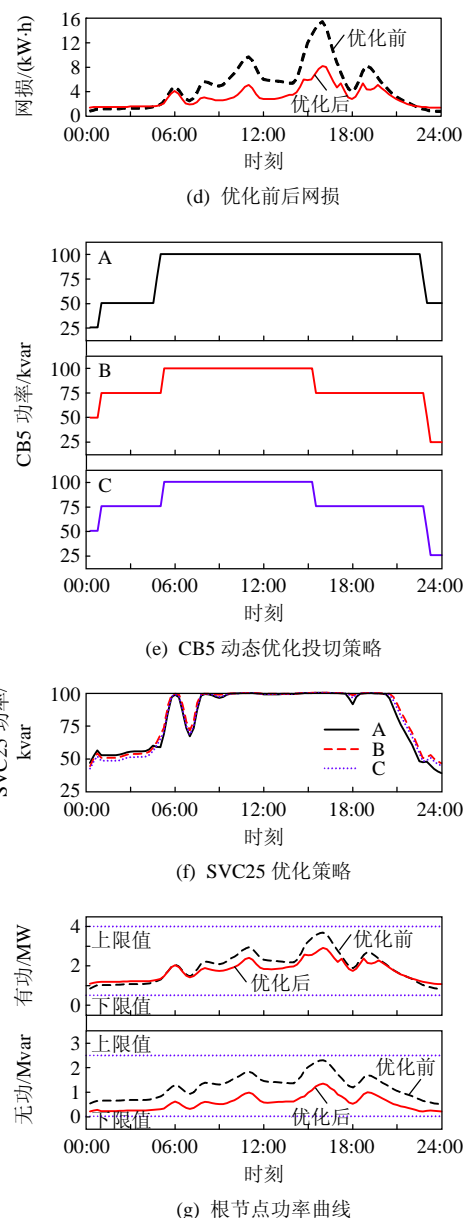
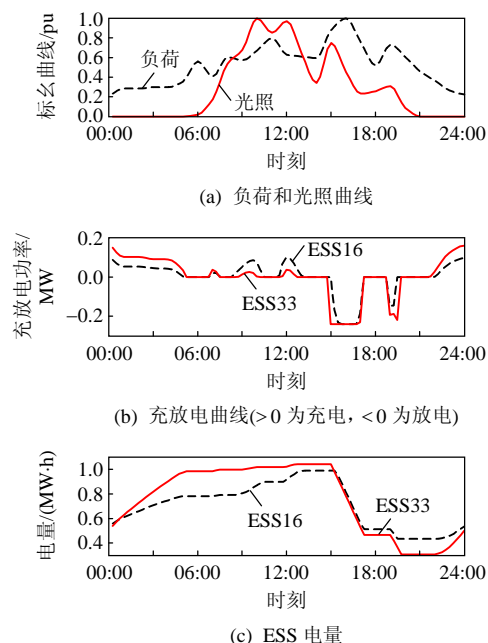


图4 有功无功动态协调优化结果

Fig. 4 Results of active-reactive coordinated optimization

可知,负荷的峰值点和光照的峰值点并不同时出现。

如果没有储能等调控设备 PV 在光照最强时会由于负荷轻而弃光,导致在重负荷时只能通过远处的配变根节点输送功率,进而拉低重负荷节点电压,进一步提高压差造成大量的网络损耗。

本文有功-无功协调动态优化调度模型,采用 MOSEK 算法包求解。从图 4(b)中 ESS 充放电功率曲线图可以发现,在负荷较轻时,节点电压偏高,网络压差较小,网损较小,此时 ESS 会从配变根节点适当吸收能量以便在重负荷时释放能量,降低调度周期内的总损耗。

随着充放电的进行,ESS 总电量也呈现出相应的变化趋势,见图 4(c),在 PV 出力增加时,ESS



储存电量增加,而当负荷到达峰值时,ESS 电量开始减少。

从图 4(d)可以发现,优化前后网损降低效果明显,在重负荷时本文方法降损效果尤为突出,但在 00:00 和 24:00 降损效果不明显,这是因为此时负荷较轻,馈线末端电压并未远离配电根节点的电压限值,且受制于 CB 严格操作次数约束、ESS 的电量、充放电功率和效率限制,有功和无功调节设备并没有大幅投入运行。

图 4(e)给出的则是 CB5 的三相分时段优化投切策略,从图中可见 CB 的操作出现在负荷和 PV 光伏增加时,且严格符合本文设定的操作次数限制。

图 4(f)则给出了 SVC25 的三相优化策略,根据标准<sup>[35]</sup>,分布式电源总容量原则上不宜超过上一级变压器供电区域内最大负荷的 25%,本文系统总负荷 3.6MW 左右,故 DG 有功总和合理地配置为 600kW。在这一渗透率下 DG 并网点过电压并不明显,所以在算例中 SVC 优化调度策略以容性补偿为主。另外,由于该算例系统存在一定的三相不平衡性,SVC25 的各相补偿功率也呈现出细微差异,体现出了本文三相模型的效果。

优化调度前后的配电网根节点的有功和无功交换功率曲线见图 4(g),从图中可以看出经过优化调度,在允许的功率交换区间内,本文方法可以明显减少 ADN 从输电网获取的有功和无功功率,减少无功的长距离输送,提高分布式电源的利用率。

电网中的其他设备,CB22 的操作策略依然满足模型特点,限于篇幅不再赘述;由于储能装置的存在且光伏 PV 装机容量不大,所有光伏接近满发状态,在此也不一一列出。

### 3.2.2 提高分布式电源利用率

为测试在分布式电源渗透率提高时,本文有功无功协调动态优化方法提高新能源利用率的效果,设计算例所有光伏 PV 装机容量增加为原来的三倍,即 PV18 和 PV31 装机容量均为 900kW,系统中的所有光伏 PV 发电功率情况如图 5。

图 5 中的深灰工况为只有光伏 PV 并网,而将 SVC、CB 和 ESS 从电网切除。在 PV 预测功率到达峰值时,由于电压约束和线路安全约束的存在,而又缺乏 SVC、CB 和 ESS 的调压与储能作用,大量可再生能源被迫舍弃。反观浅灰图形所示工况,虽然光伏 PV 的装机容量已远超本地负荷的需求,但对于本文提出的有功-无功协调动态优化方法依

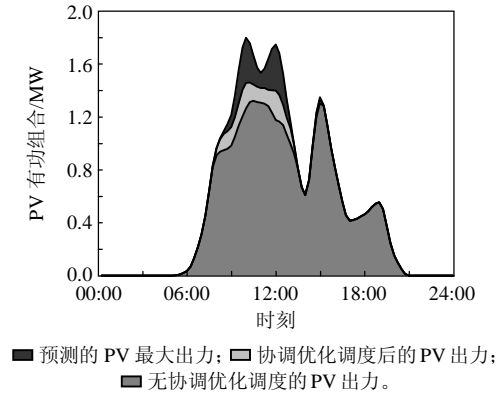


图 5 光伏 PV 出力总加曲曲线图

Fig. 5 Total active power of PV generators

然可以协调优化各有功无功调控设备消除过电压。防止支路拥塞、并利用储能削峰填谷,提高系统消纳分布式电源的能力(在光照最强时段,协调优化模式可以多消纳 100kW 光伏出力,换算电量为 1.5MW·h,之所以仍存在一定量的弃光,是因为储能和补偿装置的电量、功率数值限制所致)。

### 3.2.3 求解效率与松弛精确性

为验证二阶锥松弛的精确性,即最优解处式(19)是否能够满足等式要求,定义:

$$d_{\text{evi}} = \left\| \tilde{\mathbf{I}} - \frac{\mathbf{P}^2 + \mathbf{Q}^2}{\tilde{\mathbf{U}}} \right\|_{\infty} \quad (23)$$

式中  $d_{\text{evi}}$  为矢量,其元素为任一时刻电网所有支路的偏差量的无穷范数,其数据见图 6。

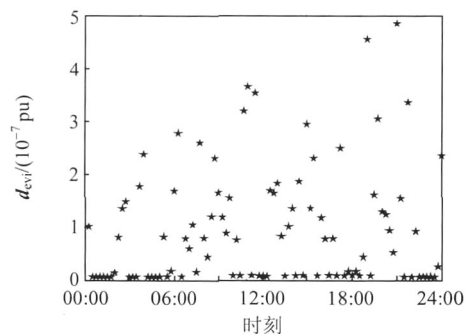


图 6 松弛偏差量散点图

Fig. 6 Scatter of deviation vector

从图 6 不难发现,本文凸松弛之后的支路电流幅值平方偏差矢量的最大值非常小,为  $10^{-7}$  量级左右,已经小于实际的潮流方程收敛判据等要求,表明本文的松弛是严格而精确的。

另外,为验证本文方法的求解效率,分别利用 Mosek 求解本文 MISOCP 问题和 Bonmin 求解原始问题,并利用 Matlab 的三次样条插值分别插出 48 断面和 96 断面数据,其余参数均同算例 1,对比求解时间与效果,信息见表 1。

表 1 求解信息对照表  
Tab. 1 Comparison of solution information

求解算法	问题类型	求解时间		
		24 断面	48 断面	96 断面
MOSEK	MISOCP	6.285 s	15.143 s	39.047 s
Bonmin	原始非凸	> 5 h	> 5 h	> 5 h

不难发现, 原始非凸非线性规划问题的求解非常缓慢, 24 断面问题在上述 PC 机上由 Bonmin 运行 5 h 之后依然未能给出结果, 在 96 断面问题计算时甚至出现了内存溢出问题。反观本文 MISOCP, 由于潮流方程的凸化, 原模型形式大为简化, 求解效率令人满意。

4 结论与展望

大量可调可控设备的接入会对传统配电网的潮流分布及其调控策略产生影响。如何在三相配电网模型的基础上协调管理各可控设备、提高资源利用率, 保证电网的安全与经济运行是本文动态优化的立意所在。

1) 对辐射状配电网建立三相 Distflow 模型, 在多时段优化框架下建立储能装置、分布式电源、三相线路、分组投切电容器组的数学模型, 并考虑储能和电容器组在不同时间断面之间的操作约束。

2) 根据目标函数为网损这一特点, 将 Distflow 潮流方程中的二次等式等价松弛为二阶锥形式, 使得原问题形式大为简化, 其可解性和寻优性均有提高。

3) 基于扩展的 IEEE 33 节点测试系统的三组算例验证了本文方法在处理三相不平衡 ADN 有功无功协调多时段优化运行问题时求解效率高、松弛精度高、优化效果好的特点。配电网虽然整体规模庞大, 但其具有天然的分區独立性, 而各独立区域的规模不大, 因此本文方法具有在线应用的潜力。

由于主动配电网与输电网耦合度较高, 如何将本文方法扩展到输配协调调度问题是一个重要的课题。另外, 考虑到 ADN 运行的经济性, 如何权衡弃光与 SVC、储能配置的经济性关系, 同时研究这些设备的选址和定容也是值得进一步研究的课题。

致 谢

感谢瑞典林雪平大学的 Johan Löfberg 副教授提供的帮助。

参考文献

[1] 范明天, 张祖平, 苏傲雪, 等. 主动配电系统可行技术的研究[J]. 中国电机工程学报, 2013, 33(22): 12-18.

Fan Mingtian, Zhang Zuping, Su Aoxue, et al. Enabling technologies for active distribution systems[J]. Proceedings of the CSEE, 2013, 33(22): 12-18(in Chinese).

[2] 车仁飞, 李仁俊. 一种少环配电网三相潮流计算新方法[J]. 中国电机工程学报, 2003, 23(1): 75-80.

Che Renfei, Li Renjun. A new three-phase power flow method for weakly meshed distribution systems[J]. Proceedings of the CSEE, 2003, 23(1): 75-80(in Chinese).

[3] Cheng C S, Shirmohammadi D. A three-phase power flow method for real-time distribution system analysis[J]. IEEE Transactions on Power Systems, 1995, 10(2): 671-679.

[4] Khushalani S, Solanki J M, Schulz N N. Development of three-phase unbalanced power flow using PV and PQ models for distributed generation and study of the impact of DG models[J]. IEEE Transactions on Power Systems, 2007, 22(3): 1019-1025.

[5] Ferreira P D F, Carvalho P M S, Ferreira L A F M, et al. Distributed energy resources integration challenges in low-voltage networks: voltage control limitations and risk of cascading[J]. IEEE Transactions on Sustainable Energy, 2013, 4(1): 82-88.

[6] Kashem M A, Ledwich G. Distributed generation as Voltage support for single wire Earth return systems[J]. IEEE Transactions on Power Delivery, 2004, 19(3): 1002-1011.

[7] Bruno S, Lamonaca S, Rotondo G, et al. Unbalanced three-phase optimal power flow for smart grids[J]. IEEE Transactions on Industrial Electronics, 2011, 58(10): 4504-4513.

[8] 王成山, 李鹏. 分布式发电、微网与智能配电网的发展与挑战[J]. 电力系统自动化, 2010, 34(2): 10-14. Wang Chengshan, Li Peng. Development and challenges of distributed generation, the micro-grid and smart distribution system[J]. Automation of Electric Power Systems, 2010, 34(2): 10-14(in Chinese).

[9] Gabash A, Li P. Active-Reactive optimal power flow in distribution networks with embedded generation and battery storage[J]. IEEE Transactions on Power Systems, 2012, 27(4): 2026-2035.

[10] Daratha N, Das B, Sharma J. Coordination between OLTC and SVC for voltage regulation in unbalanced distribution system distributed generation[J]. IEEE Transactions on Power Systems, 2014, 29(1): 289-299.

[11] Gill S, Kockar I, Ault G W. Dynamic optimal power flow for active distribution networks[J]. IEEE Transactions on Power Systems, 2014, 29(1): 121-131.

[12] Gayme D, Topcu U. Optimal power flow with large-scale energy storage integration[J]. IEEE Transactions on Power Systems, 2013, 28(2): 709-717.

[13] Wu W C, Zhang B M, Lo K L. Capacitors dispatch for quasi minimum energy loss in distribution systems using a loop-analysis based method[J]. International Journal of Electrical Power and Energy Systems, 2010, 32(6): 543-550.



- [14] 胡泽春, 王锡凡. 配电网无功优化的分时段控制策略[J]. 电力系统自动化, 2002, 26(6): 45-49.  
Hu Zechun, Wang Xifan. Time-interval based control strategy of reactive power optimization in distribution networks[J]. Automation of Electric Power Systems, 2002, 26(6): 45-49(in Chinese).
- [15] 刘明波, 朱春明, 钱康龄, 等. 计及控制设备动作次数约束的动态无功优化算法[J]. 中国电机工程学报, 2004, 24(3): 39-45.  
Liu Mingbo, Zhu Chunming, Qian Kangling, et al. Dynamic reactive-power optimization algorithm incorporating action number constraints of control devices[J]. Proceedings of the CSEE, 2004, 24(3): 39-45(in Chinese).
- [16] 李志刚, 吴文传, 张伯明, 等. 一种基于高斯罚函数的大规模无功优化离散变量处理方法[J]. 中国电机工程学报, 2013, 33(4): 68-76.  
Li Zhigang, Wu Wenchuan, Zhang Boming, et al. A large-scale reactive power optimization method based on gaussian penalty function with discrete control variables[J]. Proceedings of the CSEE, 2013, 33(4): 68-76(in Chinese).
- [17] Alizadeh F, Goldfarb D. Second-order cone programming [J]. Mathematical programming, 2003, 95(1): 3-51.
- [18] Ben-Tal A, Nemirovski A. On polyhedral approximations of the second-order cone[J]. Mathematics of Operations Research, 2001, 26(2): 193-205.
- [19] Farivar M, Low S H. Branch flow model: Relaxations and convexification(part I)[J]. IEEE Transactions on Power Systems, 2013, 28(3): 2554-2564.
- [20] Taylor J A, Hover F S. Convex models of distribution system reconfiguration[J]. IEEE Transactions on Power Systems, 2012, 27(3): 1407-1413.
- [21] Li N, Chen L, Low S H. Exact convex relaxation of OPF for radial networks using branch flow model[C]// 2012 Smart Grid Communications (SmartGridComm), Tainan: IEEE Third International Conference on, 2012: 7-12.
- [22] Baran M E, Wu F F. Network reconfiguration in distribution systems for loss reduction and load balancing[J]. IEEE Transactions on Power Delivery, 1989, 4(2): 1401-1407.
- [23] Wang Y, Zhang P, Li W Y, et al. Online overvoltage prevention control of photovoltaic generators in microgrids[J]. IEEE Transactions on Smart Grid, 2012, 3(4): 2071-2078.
- [24] Mittelman H D. Decision tree for optimization software [EB/OL]. Arizona: Arizona State University, 2013 <http://plato.asu.edu/guide.html>.
- [25] 全然, 韦化, 简金宝. 求解大规模机组组合问题的二阶锥规划方法[J]. 中国电机工程学报, 2010, 30(25): 101-107.  
Quan Ran, Wei Hua, Jian Jinbao. Solution of large scale unit commitment by second-order cone programming[J]. Proceedings of the CSEE, 2010, 30(25): 101-107(in Chinese).
- [26] Andersen E D, Roos C, Terlaky T. On implementing a primal-dual interior-point method for conic quadratic optimization[J]. Mathematical Programming, 2003, 95(2): 249-277.
- [27] Lobo M S, Vandenberghe L, Boyd S, et al. Applications of second-order cone programming[J]. Linear algebra and its applications, 1998, 284(1): 193-228.
- [28] 陈宝林. 最优化理论与算法[M]. 2 版. 北京: 清华大学出版社, 2005.  
Chen Baolin. Theory and algorithm of operation research[M]. 2nd Edition. Beijing: Tsinghua University Press, 2005(in Chinese).
- [29] Lofberg J. YALMIP: A toolbox for modeling and optimization in Matlab[C]//2004 IEEE International Symposium on Computer Aided Control Systems Design. Taipei: IEEE, 2004: 284-289.
- [30] Bonami P, Biegler L T, Conn A R, et al. An algorithmic framework for convex mixed integer nonlinear programs[J]. Discrete Optimization, 2008, 5(2): 186-204.
- [31] Tonkoski R, Lopes L A. Impact of active power curtailment on overvoltage prevention and energy production of PV inverters connected to low voltage residential feeders[J]. Renewable Energy, 2011, 36(12): 3566-3574.
- [32] Tonkoski R, Lopes L A, El-Fouly T H. Coordinated active power curtailment of grid connected PV inverters for overvoltage prevention[J]. IEEE Transactions on Sustainable Energy, 2011, 2(2): 139-147.
- [33] Ochoa L F, Dent C J, Harrison G P. Distribution network capacity assessment: Variable DG and active networks[J]. IEEE Transactions on Power Systems, 2010, 25(1): 87-95.
- [34] 王成山, 于波, 肖峻, 等. 平滑可再生能源发电系统输出波动的储能系统容量优化方法[J]. 中国电机工程学报, 2012, 32(16): 1-8.  
Wang Chengshan, Yu Bo, Xiao Jun, et al. Sizing of energy storage systems for output smoothing of renewable energy systems[J]. Proceedings of the CSEE, 2012, 32(16): 1-8(in Chinese).
- [35] 国家电网公司. Q/GDW 480—2010 分布式电源接入电网技术规定[S]. 北京: 中国电力科学研究院, 2010.  
State Grid Corporation. Q/GDW 480—2010 Technical rule for distributed resources connected to power grid[S]. Beijing: China Electric Power Research Institute, 2010(in Chinese).



刘一兵

收稿日期: 2014-02-07.

作者简介:

刘一兵(1989), 男, 硕士研究生, IEEE student member, 主要研究方向为含分布式电源的主动配电网优化调度, liuyibing45@126.com.

(责任编辑 张玉荣)