

分 类 号\_\_\_\_\_

学号 M201471150

学校代码 10487

密级 \_\_\_\_\_

# 华中科技大学

# 硕士学位论文

基于二阶锥规划的含随机电源配电网  
最优潮流建模研究

学位申请人： 陈乐

学 科 专 业： 新能源科学与工程

指 导 教 师： 林湘宁 教授

答 辩 日 期： 2017 年 5 月 23 日

**A Thesis Submitted in Partial Fulfillment of the Requirements  
For the Degree of Master of Engineering**

**SOCP-based Optimal Power Flow Modelling of Low Voltage  
Grids Integrating Stochastic Power Sources**

**Candidate :     Chen Le**  
**Major       :    New Energy Science and Engineering**  
**Supervisor :    Prof. Lin Xiangning**

**Huazhong University of Science & Technology**  
**Wuhan 430074, P.R.China**  
**May, 2017**

## 独创性声明

本人声明所呈交的学位论文是我个人在导师指导下进行的研究工作及取得的科研成果。尽我所知，除文中已经标明引用的内容外，本论文不包含任何其他个人或集体已经发表或撰写过的研究成果。对本文的研究做出贡献的个人和集体，均已在文中以明确方式标明。本人完全意识到，本声明的法律结果由本人承担。

学位论文作者签名：

日期： 年 月 日

## 学位论文版权使用授权书

本学位论文作者完全了解学校有关保留、使用学位论文的规定，即：学校有权保留并向国家有关部门或机构送交论文的复印件和电子版，允许论文被查阅和借阅。本人授权华中科技大学可以将本学位论文的全部或部分内容编入有关数据库进行检索，可以采用影印、缩印或扫描等复制手段保存和汇编本学位论文。

本论文属于 ☐ 保密，在\_\_\_\_\_年解密后适用本授权书。  
☐ 不保密。

（请在以上方框内打“√”）

学位论文作者签名：

指导教师签名：

日期： 年 月 日

日期： 年 月 日

## 摘 要

在全球能源转型的背景下，分布式可再生电源的接入在减少二氧化碳排放和保障电网安全性与可靠性方面发挥了重要作用。考虑到可再生能源发电自身存在的高度间歇性、波动性和随机性等特点，大规模风电、太阳能发电机组的接入会给电力系统的运行与调度带来新的挑战，与之相匹配的含高渗透率可再生能源电网规划方案和优化调度策略成为了电力系统亟待解决的难题。随着电网配置（线路和发电机等）在不断升级与扩容，不断增长的用电需求也对电力生产的效率以及环境友好性提出了更高的要求。

近年来，已有很多学者对相关问题进行了研究，提出了许多用来解决电力系统运行中的安全和经济问题的最优潮流模型。但是，在含随机电源配电网最优潮流规划与建模方面仍有可挖掘和提升的空间。因此，在电网新形势的背景下，本文提出了基于二阶锥松弛（**SOCP**）的最优潮流算法的编程建模与仿真分析，构建了一种考虑可再生能源发电不确定性因素和负荷变化情况下的最优潮流模型，并通过理论推导及仿真分析证明所提模型的可行性和优越性。该模型不仅考虑了系统光伏元件和储能系统高光伏渗透率下的不确定性因素，而且考虑了最优潮流在多时段下的整体最优协调，可以有效应对大规模随机电源接入的有源配电网安全高效运行问题。

本文的主要研究工作与成果如下：

（1）阐述了最优潮流问题的数学难点和求解方法，并基于不同网络拓扑结构和潮流求解模型的区别，建立了用二阶锥模型对数学问题进行松弛优化的方法；

（2）详细介绍了所提出的二阶锥最优潮流问题的求解模型和仿真流程。通过编程建模环境基于 **R** 语言下的商业优化算法包 **MOSEK** 得到最优潮流的最优解；

（3）针对提出的最优潮流求解算法进行了准确性分析。通过与传统前推后置潮流法所得的物理潮流结果对比，发现当大容量的光伏元件或充放电储能接入系统中时，不能同时满足网损最小和可再生能源的利用最大化的优化目标，然后利用剖切平面法对求解算法进行改进以确保优化结果的准确性；

（4）在之前优化算法的基础上从单时段拓展到多场景下多时段的整体协调。综合考虑天气因素下的多场景建模方式、储能系统的能量协调作用，多时段下随机最优潮流和确定性潮流进行了对比分析。

**关键词：**智能电网；可再生能源；最优潮流算法；二阶锥松弛；随机模型；

## Abstract

In the context of the energy transition, the integration of distributed energy resources (DER) into the electric grid plays a primary role in CO<sub>2</sub> reduction as well as ensuring energy security. Because of the intermittent, volatile and stochastic characteristics of wind/solar power generation, the massive integration of DER which are possibly highly variable create new management challenges for grid operators. Real time management strategies and electric grid planning with high DER penetration become a very complicated task.

As the power system configuration (lines and generators, etc.) continues to upgrade its capacity and electricity demand is also growing rapidly, a more efficient and environmentally friendly power production is required. In general, the optimal power flow model is used to solve the safety and economic problems in the operation of the power system. However, with the advent of distributed power supply, the traditional passive distribution network is moving towards a newly type of power network with controllability. Thus, we need a new model of optimal power flow which tackles the uncertainties of renewable generators and load changes to solve the new challenges of power systems.

This paper briefly introduces the research status of the optimal power flow problem, mainly based on the research of OPF algorithm and the OPF model based uncertainty. Under the background of new power system requirement, we proposed a second order cone optimal power flow algorithm which considered the uncertainties brought by the high penetration of PV units and storage system. We then built the SOC OPF model, and analyzed the simulation results. Therefore, the main research work and results of this paper include:

Firstly, the mathematical difficulty and solution method of the optimal power flow problem are formulated. Based on different network topology and power flow models, the method of relaxation optimization of mathematical problem is established by the second order cone model.

Secondly, we introduced in detail the solution model and simulation procedures of the proposed second-order cone optimal power flow problem. The programming environment is written by R language, and the optimal solution of the optimal power flow is solved by the commercial optimization algorithm solver MOSEK.

Then, the exactness of the proposed algorithm is then analyzed. Compared with the physical trend results obtained by the traditional forward and backward power flow method, it is found that in the case of large-scale integration of photovoltaic units or charging/discharging energy storage system is connected, the objective of optimization the network losses and the utilization of the renewable energy cannot be satisfied at the same time. We then introduced additional inequities constraints in the algorithm to ensure the exactness of the optimization results;

Finally, On the basis of previous optimization algorithm, we expand the problem from single timestep to multistep with multiple scenario case, and focused more on the overall coordination of power usage. We have compared the difference of deterministic OPF and stochastic OPF and proved that the stochastic OPF performed the deterministic OPF.

**Keywords:** Smart Grid Distributed energy resources, Optimal Power Flow (OPF),  
Second-order cone programming (SOCP), Stochastic model

# 目 录

摘 要.....	I.
Abstract.....	III
1 绪 论	
1.1 研究背景及意义 .....	(1)
1.2 最优潮流问题研究现状 .....	(4)
1.3 本文主要内容及章节安排 .....	(11)
2 最优潮流数学分析与仿真模型	
2.1 最优潮流公式形式 .....	(13)
2.2 数学难点分析 .....	(15)
2.3 仿真模型平台介绍 .....	(18)
2.4 本章小结 .....	(23)
3 基于二阶锥松弛的最优潮流算法	
3.1 基于二阶锥松弛的最优潮流问题模型搭建 .....	(24)
3.2 基于二阶锥松弛最优潮流算法准确性分析 .....	(35)
3.3 改进的基于二阶锥松弛最优潮流优化算法 .....	(41)
3.4 本章小结 .....	(45)
4 多时段下的随机最优潮流整体协调	
4.1 引言 .....	(46)
4.2 多时段下最优潮流仿真分析 .....	(47)
4.3 本章小结 .....	(57)
5 总结与展望	
5.1 总结 .....	(58)
5.2 展望 .....	(59)
致 谢.....	(60)
参考文献.....	(61)
附 录 攻读硕士学位期间的科研成果和个人奖励.....	(67)



# 1 绪 论

## 1.1 研究背景及意义

近年来，能源需求持续增长，大多数的常规能源正在枯竭。国际能源署 (IEA, International Energy Agency) 的年度报告显示，2013年生产的能源中有 70%以上仍然来自化石燃料，包括煤、石油和天然气。然而，世界每年消耗大约 110 亿吨煤，而原油储量以每年 40 亿吨的速度减少。虽然化石燃料可以通过自然过程不断形成，但它们通常被认为是不可再生的。随着化石燃料快速消耗以及储量的日益减少，各个国家和组织正着手设立目标，以希望通过可再生能源（例如风力和太阳能）逐渐替换化石燃料。例如，欧盟成员国的目标是在 2020年之前在其最终能源消耗中实现 20% 的可再生能源份额；我国《能源发展“十三五”规划》提出，“十三五”时期非化石能源消费比重提高到 15%以上，非化石能源发电装机比例达到 35%。

此外，人类不断地燃烧化石燃料而排放出二氧化碳（温室气体的主要来源之一），也是加快全球变暖的主要因素之一。随着公众环保意识的不断提高，相关的应对政策正在陆续制定中。例如，2015 年联合国气候峰会通过的“巴黎气候协定”设立的减排长期目标是，“全球平均气温上升幅度远远低于工业化前水平 2°C，并努力将气温上升限制在 1.5°C 以内。”因此，清洁能源的开发利用显得尤为重要。它包括核能和可再生能源，如水力发电、风力发电、太阳能、生物能、地热能和潮汐能等。清洁能源排放少，污染成度小，有助于降低温室气体的排放，而且安全、清洁，资源丰富，取之不竭。

从 2004年底开始，世界各地的可再生能源容量每年以 10%-60%的速度增长。到 2010年，可再生能源占到了新装机发电容量的 1/3。截止 2015年底，全球风电与光伏的累计装机容量分别达到 432 GW 和 169 GW。目前我国风电并网装机容量达 147.6 GW 光伏累计装机容量 43.18 GW，风电与光伏装机容量均居全球之首，与光伏装机容量占全国总装机的 11.46% 并且将在未来继续高速增长，逐渐成为主要的能源供给形式<sup>[1]</sup>。

与火电、水电与其他常规电力相比，可再生能源最根本的区别在于其功率输出的不确定性，由于其发电间歇性的特性<sup>[2]</sup>。这种间歇性（主要取决于天气状况或者风况），可导致时而不足或时而过量的电力生产。例如，在有云间断覆盖的阴天时，光伏系统产生的功率可以在一分钟间隔内变化其铭牌容量的 15%左右；而在晴天时，太阳能发电可能很容易超出当地需求（尤其是在非用电高峰时段的中午），并导致过电压；而夜间的电动汽车充电又可能导致严重的电压骤降<sup>[3]</sup>。同样，风力发电也随着天气与季节变化而变化。然而，由于受到风力与光伏发电自身特性的限制以及我国电网运行方式制约，我国的可再生能源消纳问题情势严重<sup>[4]</sup>。2015 年全年平均弃风率约为 15%，甘肃、新疆、吉林三省份弃风率均超过 30%，不仅造成了能源的极大浪费，也给电网的运行带来了新的挑战与隐患。

因此，以分散性的可再生能源（主要是太阳能和风能）和能量存储设备为主的分布式发电将会影响传统的集中式发电模式<sup>[5]</sup>。这些影响可能是积极的或者消极的，积极的有：使得电网运行更加灵活，分布式电源靠近负荷中心，有利于减少电能传输损耗；但是反过来，电网不得不应对分布式电源并网造成的不利影响。配电网运行通常采用辐射状网络的结构，潮流单向流动。可再生能源发电单元的接入，配电网中含有多电源，潮流的大小和方向都有可能发生改变，例如过高的接入量可能会造成电力系统产生双向潮流，从而使得电力系统中某些部分电压发生变化。所以传统电网的调度、安全和供电可靠性，配电网的投资和损耗，以及保护方式的选取都需要进行相应调整，从而对电力系统的设计和运行造成较大的影响。

当下，随着分布式电源的接入，传统无源配电网正向着具有一定可控性的新型电力网络转变，因此“主动配电网”（AND, Active Distribution Network）概念应运而生<sup>[6]</sup>。主动配电网基于可控负荷、发电机和储能设备，具有传统上仅在输电网中存在的物理结构和控制能力。主动配电网的作用将不只是服务于负荷，而是以一种类似于输电网络的方式，利用柔性组网技术、保护技术、储能技术、能量管理技术、即插即用技术、电能质量控制技术等将负荷侧和发电侧联系起来，进行需求侧管理和减少分布式电源对配电网的影响，避免了或者延迟了主要系统的投资。主动配电网是解决高渗透率下分布式电源接入的关键技术<sup>[7]</sup>。

同时，智能电网概念的兴起也使得人们对分布式电源的关注日益增加<sup>[9]</sup>。智能电网结合了通信技术、计算机计算、信息技术、可再生能源发电技术、先进的电力电子技术，并与原有的输配电基础设施高度集成从而形成灵活的新型电网。信息和电能的双向互动是智能电网的一大特点。鼓励用户改变传统的用电消费方式，积极参与电网运行，实现分布式电源、电动汽车即插即用的并网运行方式，通过用电信息采集、需求侧管理（DSM, Demand Side Management）等方式使得用电实践越来越“智能化”<sup>[10]</sup>。此外，虽然未来关于确保可持续能源的许多技术和政策主要集中在可再生能源，储能装置和插入式电动汽车，但是人们经常忽略或低估这些能源解决方案都依赖于更智能的电网，以实现规模和成本效益。因此，智能电网是可持续能源未来的基础，因为它能够应对前面提到的风能、太阳能等可再生能源发电规模快速增长的挑战与适应电动汽车、分布式电源等用电结构的变化。

分布式发电与并网和微电网技术是作为智能电网发展的重要组成部分。微电网在国际上被认为是提高分布式电源利用效率的有效方式。在分布式电源渗透率较高的局部地区及电网覆盖不到的偏远地区或海岛，采用微电网的方式，可以提高配电网对分布式能源的接纳能力、解决偏远地区的供电问题。

在过去几十年间，电力系统配置（线路和发电机等）在不断地升级扩容，用电需求也在不断增长，而且也对电力生产的效率以及环境友好性提出了更高的要求<sup>[11]</sup>。因此需要寻找一种有效可靠的优化模型以解决系统运行中的安全和经济问题。20 世纪 60 年代，法国学者 Carpentier 提出了一组含节点电压、支路电流和电网运行约束条件的潮流计算方法，以解决实际生活中的经济调度问题。这种非线性规划公式后来被认为是第一个最优潮流模型（OPF, optimal power flow）的数学模型<sup>[12]</sup>。

最优潮流把电力系统经济调度与潮流计算有机地融合在一起，以潮流方程为基础，进行经济与安全（包括有功与无功）的全面优化，是一个大型的多约束非线性规划问题。利用最优潮流能将可靠性与电能质量量化成相应的经济指标，最终达到优化资源配置，降低发电、输电成本，提高对用户的服务质量的目标。

最优潮流是解决电力市场理论和实践中诸如节点实时电价与辅助服务定价、输电费用计算、网络阻塞管理、可用传输容量估计等重要问题的理论计算方法<sup>[13]</sup>。

然而，光伏发电的间歇性与光伏模型中存在的不确定性是在实际运行中需要考虑的问题之一。应对光伏不确定性建模，有几种方法，一是通过包括物理和统计方法在内的具有小误差的先进预测技术准确预测光照强度。另一种方法是基于设计的随机过程，其中可变的光照强度由一组具有相应发生概率的有限场景来表示<sup>[14][15]</sup>。

## 1.2 最优潮流问题研究现状

由于系统的状态变量及有关函数变量的上下限值间有一定的间距，控制变量也可以在其一定的容许范围内调节，因而对某一种负荷情况，理论上可以同时存在为数众多的、技术上都能满足要求的可行潮流解。每一个可行潮流解对应于系统的某一个特定的运行方式，具有相应总体的经济上或技术上的性能指标（如系统总的燃料消耗量、系统总的网损等），为了优化系统的运行，就有需要从所有的可行潮流解中挑选出上述性能指标的最佳的一个方案<sup>[16]</sup>。

最优潮流问题力求以最小化诸如发电成本和传输损失的某些目标找到电力系统最佳运行点，同时还受到潮流约束和系统运行限制。最优潮流模型是电力系统规划和运行的主要工具之一，主要应用于稳定性和可靠性评估，电压/无功控制，机组组合，经济调度和负荷响应等。

目前，学者针对最优潮流问题的主要研究方向一是利用不同的数学方法改善算法的收敛性能和提高算法的计算速度<sup>[17][18]</sup>；二是采用不同的目标函数或者包含不同约束条件的最优潮流模型<sup>[19][20]</sup>。接下来，主要是分别针对最优潮流问题求解算法和基于不确定性的最优潮流模型的现状研究。

### 1.2.1 最优潮流求解算法研究现状

随着电力系统规模的不断扩大，潮流问题的方程式阶数越来越高，目前已达几千阶甚至上万阶，所以电力系统潮流方程数学上是一组高阶的非线性代数方程组。牛顿法是数学中求解非线性方程式的典型方法，其特点是将非线性方程线性化，具有较好的收敛性。然而，由于配电网中的固有特性，它属于病态系统（有较高  $R/X$  比的重负荷系统，具有辐射状的网络拓扑结构），在潮流计算中往往会出现计算过

程震荡甚至不收敛的现象，严重阻碍了传统解决输电网最优潮流的算法的使用<sup>[21]</sup>，例如以牛顿-拉夫逊法 **NewtonRaphson** 算法为基础的 **Matpower** 软件包或者其他的电力系统潮流软件。同时，在输电网常常使用的简化方法来计算潮流，例如潮流约束条件的线性化，反而会在配电网中会取得比较糟糕的结果，主要也由于网络较高的 **R/X** 比例，使得潮流算法很难收敛。因此，尽管近年来已有学者进行了相关的研究（在接下来的章节详细阐述），仍然需要一种解决配电网最优潮流问题的计算算法，具有较满意的收敛特性、计算能力和可拓展性，以作为模拟配电网的规划和运行阶段的控制策略。

至今已提出的求解优化潮流的算法很多，归纳起来有线性规划法、非线性规划法、以及近年出现的内点法和人工智能方法等。线性规划法是在一组线性约束条件下，寻找线性目标函数的最大值或最小值的优化方法。对于 **OPF** 问题，线性规划方法一般将非线性方程和约束条件使用泰勒级数近似线性化处理，或将目标函数分段线性化。线性化后的求解可以用改进的单纯形法或对偶线性规划法。非线性规划法是求解在等式或/和不等式约束条件下目标函数的最优解，其中等式约束、不等式约束和目标函数为非线性函数。最优潮流计算是一个典型的有约束非线性规划问题，求解最优潮流的经典优化算法有简化梯度法、二次规划法、牛顿法等。

#### (1) 简化梯度法 (Reduced gradient method)

**Dommel** 和 **Tinney** 在 1968 年提出的简化梯度法<sup>[22]</sup>，成为了第一代得到了广泛采用地最优潮流求解算法。利用牛顿拉夫逊潮流程序，采用梯度法进行搜索，用惩罚函数处理不等式约束，这样便把原来的有约束最优化问题转换成了一个无约束的最优化问题。

简化梯度法能够较好地求解较大规模的最优潮流问题。该算法原理简单直观，具有一阶收敛性，程序设计简单，存储需求较小。然而，这个算法也有一些缺点<sup>[24]</sup>：在迭代过程中可能出现锯齿现象。而且越是接近最优点，锯齿越来越小，因此收敛速度很慢；另外，罚因子数值的选取是否恰当，对算法的收敛速度影响很大，过大的惩罚因子会使得计算过程的收敛性变坏；此外，每次迭代都采用牛顿法计算潮流，耗时过多。

尽管简化梯度法存在诸多缺点，如今很少在最优潮流计算中应用，但作为第一代得到广泛应用的最优潮流求解算法，为此后最优潮流算法的发展奠定了基础<sup>[23]</sup>。

## (2) 牛顿法 (Newton's method)

1984年，台湾学者 Sun D I 等人提出了牛顿法可以求解最优潮流的算法<sup>[25]</sup>，被公认为是最优潮流发展过程中的一次飞跃。牛顿法又成为海森矩阵法，除了利用了目标函数的一阶导数之外，还利用了目标函数的二阶导数，考虑了梯度变化的趋势，因此能够较快地找到最优点。此外，牛顿算法还充分利用了电力网络的物理特征和稀疏矩阵技术，同时直接对拉格朗日函数的 Kuhn-Tucker 条件进行牛顿法迭代求解，收敛速度快，具有二阶收敛性。牛顿法的缺点是内存量和计算量都十分大，每一步都要计算海森矩阵及其逆阵。

牛顿法初值的选取对结果的影响较大，随着电力系统网络拓扑结构的增大，由于基本迭代矩阵的“病态”程度也相应增大，因此许多学者投入精力到改进牛顿法的研究中，取得了显著的进步<sup>[26]</sup>。

## (3) 内点法 (Inter-point method)

美籍印度数学家 Karmarkar 于 1984 年提出了线性规划中具有多项式时间复杂性的算法，即线性规划内点法。此后，内点法的最大优点就是计算量随系统规模的增大不是很明显，适于求解大规模的系统优化问题<sup>[27]</sup>。

内点法最初的基本思路是希望寻优迭代过程始终在可行域内进行，因此，初始点应取在可行域内，并在可行域的边界设置“障碍”使迭代点接近边界时其目标函数值迅速增大，从而保证迭代点均为可行域的内点。与牛顿法相比，内点法求解最优潮流是在可行域内部向最优解逼近，无需估计起作用的约束集的困难；广泛应用的原一对偶内点算法收敛迅速，鲁棒性强，对初值的选择敏感。但是，其对偶变量和障碍参数的确定需要根据人为经验给出，并且迭代步长的控制也比较复杂。

近几年，随着计算机和人工智能等技术的发展，不断有新的方法出现，人工神经网络方法、模拟进化规划方法（遗传算法、进化规划）、模糊集理论、模拟退火算法等人工智能方法先后用于电力系统最优潮流问题。然而人工智能算法解决了寻

找全剧最优解的问题，能精确出力问题中的离散变量，但由于这一类方法通常属于随机搜索方法，具有计算速度慢的先天缺陷，难以适应在线计算及电力市场的要求。

### 1.2.2 基于不确定性的最优潮流模型研究现状

此外，传统的最优潮流问题，也被称为确定性潮流 (**D-OPF, deterministic OPF**)，其通常假定网络结构和线路参数是不变的，输入变量的取值也忽视了系统不确定性因素，例如发电机出力的预测难以精确预知、负荷功率的测量误差、设备可能发生的故障和元件参数发生变化带来的影响；并且为了安全原因，还常常采取保守的估计，这样可能也导致优化结果的偏差。

考虑不确定因素的随机潮流模型是解决上述问题的有效方法和手段，当前的研究主要可分为两类：概率最优潮流和随机最优潮流。一般认为，短期不确定因素情况下采用随机潮流出力，而对于长期的具备规律性的不确定因素的情况采用概率潮流处理，后者更趋向于概率分布的计算。

学者 **Borkowska**在 1974年率先提出概率潮流的概念<sup>[28]</sup>，考虑了系统负荷的不确定性，通过将它们视为具有段时间间隔的随机变量来处理数据的不确定性，使其在有限的变化范围中进行取值，利用概率积分的方法进行潮流计算，因此得到了更为精确的结果。

学者 **Madrigal**在 1998年明确定义了概率最优潮流 (**P-OPF**) 问题的公式化形式和求解方法<sup>[29]</sup>。在该公式中，系统需求被视为相关变量的随机变量，这使得我们可以考虑负载类型与位置之间的相互关系。最优条件被一般认为非线性概率规划的转换形式，概率最优潮流引入了随机变量的不确定性，例如间歇式可再生发电<sup>[31]</sup>、负荷变化和电价波动等。针对电力系统随机模拟生产中的不确定因素建模，通常采用 **Gram-Charlier** 级数展开<sup>[30]</sup>，它能够利用随机变量中已知的矩量或累积量，结合正态随机变量的各阶导数，近似求出其概率密度函数 (**PDF, probability distribution function**) 及累积分布函数 (**CDF, cumulative distribution function**)。目的就是为了将所有含不确定因素的随机变量都用概率分布函数来定量分析不确定性因素的影响。

概率最优潮流是基于概率潮流计算形成的，考虑一段时间内的多系统运行方式，从而提供整体最优方案。在文献中，出现了几种可用于不确定下电力系统分析的近似方法。通常用到的计算概率潮流的分析方法有：一次二阶矩法、累积量法和两点估计法。

### (1) 一次二阶矩法

一次二阶矩法（**First-Order Second Moment Method, FOSMM**）作为一种近似概率仿真方法，在机械、结构可靠性分析领域得到广泛应用。该方法被用来寻找变量的统计特征，主要是平均值和方差。采用一次泰勒近级数（将状态方程泰勒展开，近似保留一次线性项），形成包含二次矩（即均值和方差）的计算方程式。

一次二阶矩法计算简单，效率高；但其计算能力有限，仅能处理输出与输入之间均值和方差的数值计算，算法模型误差较大，并且计算精度受到系统概率潮流模型约束很大，因此研究较少。

### (2) 累积量法

累积量法概率潮流（**Probabilistic Load Flow Based on Cumulant Method, PLFCM**）的计算步骤包括：

步骤 1: 根据输入随机变量的概率分布计算其各阶矩，再由半不变量与矩的函数关系得到各阶半不变量；

步骤 2: 在输入随机变量期望值运行点进行一次确定性潮流计算，并由输出随机变量与输入随机变量的线性函数关系式得到输出随机变量的各阶半不变量；

步骤 3: 根据输出随机变量的各阶半不变量通过级数展开等方法计算其概率分布函数。

这些方法的主要思想是，利用近似公式来计算含有  $n$  个随机变量的统计随机数值。**Gram-Charlier** 级数被用来表示系统负荷的概率分布函数，而一次二阶矩法可以找出其随机变量的随机特征；两点估计法中，每个不定变量被均值边界的两点确定性点所代替，这样可以将概率最优潮流转化为确定性最优潮流来计算。

已有许多文献对以上求解概率最优潮流的方法进行比较。文献<sup>[32][33]</sup>分别采用高斯分布和 **Gamma** 分布两种不同的概率分布模型为系统负荷进行建模，将累积量法仿



真结果和含有 1500至 20000个采样样本的蒙特卡洛仿真结果对比,结果显示当考虑变量的平均值时,累积量法与蒙特卡洛法的结果非常接近。但是,所提出的累积量法在保持精度的同时大大地减少了计算量。文献<sup>[34][35]</sup>中,在电力市场的竞标的背景下,比较了两点估计法与累积量法的两种计算概率最优潮流的方法。考虑了母线负荷水平和发电机供电功率的投标量为不确定的随机变量,由于市场参与者的行为是无法预测的而导致基于位置的边际价格(LMP, locational marginal price)的不确定性,分别在 Matpower 30节点系统和 129节点系统中进行测试,将优化结果与 10000个蒙特卡洛模拟获得的结果进行对比,所提出的方法平均值更精确,当不确定变量的数量相对较低或者概率分布分散不大时,所提方法的标准差要更优,因此显示出了高精度水平,并且在计算上要明显快于蒙特卡洛法。文献<sup>[36]</sup>的结果表明,累积量法对概率最优潮流变量的高不确定度水平有较好的效果,累积量法在所有情况下运算速度均较快,而在两点估计法中,运算负担与不确定变量的数量成正比。

然而,一次二阶矩法、累积量法和两点估计法都是基于用于计算随机数的统计矩的公式近似,通常理想化和简化形式,系统中不确定变量之间时相互独立的,因此变量间的相关性尚未得到充分研究。而且概率最优潮流的最优解得到的响应控制变量取值,仅仅只有控制变量的概率分布决定,不受到不确定系统输入随机性的影响。对于包含时间序列相关的能源的独立系统,其中电力需求和发电不分散,它们之间的相关性也成为所考虑的重要因素。在文献<sup>[38]</sup>中提出了两种方法扩展累积量法以涵盖随机变量相关性的影响,被忽略的时间信息被所考虑的随机变量之间的相关系数说代替。这样,这种方法的准确性和运算时间的效率得以保留。

因此,随机最优潮流的研究正在替代传统的概率性最优潮流研<sup>[39][40][41]</sup>。随机最优潮流建立的随机规划模型,不仅将系统的不确定因素视为概率分布,而且还基于之前的状态作出决策,因此能够更加准确地优化某些目标函数的期望值<sup>[42][43]</sup>。通常动态最优潮流运用在多时段的整体协调,例如含储能元件的潮流计算和配电网的重构中。从不确定因素的有限样本中作出决策。精确预测随机过程,所得结果能够准确评价系统运行风险<sup>[46]</sup>。

一般来说，对随机变量的处理是随机最优潮流问题的首要难点。通常的随机规划有三种：一种是期望值模型 (Expected value model)，即在约束条件下，使目标函数的期望值达到最优。第二种是机会约束规划 (Chanceconstraint method)，机会约束规划模型允许所作的决策在一定程度上不满足约束条件，但应使约束条件成立的概率不小于某一置信水平；第三种是场景优化法 (Multi-scenario method)，使得随机变量在有限的子集内进行取值。

文献<sup>[47]</sup>提出了基于概率分析的机会约束方法，将不确定性的随机特性进行了研究。通过使用蒙特卡罗模拟方法与确定性优化相结合的方法来解决不确定变量的影响，可以实现电力系统在不确定下的最优性和可靠性之间的关系，从统计分析得到的信息可以应用于系统风险评估和运行绩效评估，有助于电力系统在不确定性下的最优调度做出评估。

L.M. Kimbal 等人在<sup>[48]</sup>中提出了随机最优潮流线性规划形式，并使用 Benders 方法展示了该问题的解决方案。Bender 分解算法的提出是用来解决具有意外事件的最优潮流问题，可以将大型的、相互耦合的问题分解成为较小的随机最优的子问题，每个解耦的子问题可以通过特殊改进过的内点法进行求解，从而仅需要较少的运算时间。

文献<sup>[49]</sup>考虑高斯分布的负荷和非高斯分布的风力发电，以及负荷与发电功率注入变量之间的相关性，通过启发式方法首先求得确定性最优潮流问题的结果，然后通过概率潮流计算将所有机会约束转化为等价的确定性约束，通过改进的 IEEE 118 节点系统的案例分析，验证了所提出的随机最优潮流方法的有效性。然而，由于该方法搜索相应确定性潮流问题局部最优解，无法保证结果的全局最优性。文献<sup>[50]</sup>使用拉格朗日乘数的二阶锥规划在 47 节点微网和 IEEE123 节点的数值仿真证实了所提的随机最优潮流方案，和确定性方案相比，跟踪太阳能发电和家庭需求变化的能力，以及无功功率管理策略的有效性。

大多研究都局限于传统单时段静态最优潮流范畴，而实际中的优化多集中于多时段下的整体协调或基于日前调度。尤其是含储能元件的多时段下的能量协调调度。没有储能元件，许多最优潮流研究都是静态优化 (static optimization)，最优解都是

在相互独立时段（比如一小时）内得到的，彼此之间并没有联系。而储能系统的引入能够给最优潮流把各个时段形成联系。比如，储能元件可以选择在光伏较强的时段下充电，而在光伏较低的时段下放电。而且，储能系统的充放电容量在一定程度上还与上个时段的电池容量相关。

本文针对高光伏接入的辐射性网络，采用二阶锥优化随机规划求解，目的是为了使得目标函数最小。采用随机规划理论将光伏输入视为随机变量，其取值从特定的、具有不同概率权重的场景方案中选取，以系统发电成本和运行成本只和最小为目标函数，构建多场景的随机最优潮流数学模型。求解采取随机方案适应于光伏和电池容量的变化，能对输出功率进行约束，实现能源的有效利用，减少弃光和备用的投入。利用 **MOSEK** 商业软件求解，具有收敛性能好，求解时间短等优点。

### 1.3 本文主要内容及章节安排

最优潮流问题是影响电网规划与运行的重要问题。本文首先研究了最优潮流的二阶锥规划的展开形式，发现当高光伏渗透率下，可能出现优化结果不准确的情况。本文提出的优化算法成功应用了带有线形剖切平面的凸松弛算法，通过和前推后置潮流算法的潮流结果对比，证明了优化算法潮流计算的准确性。此外，考虑了含随机因素的电源，通过假设不同天气状况下的“场景树”，对比了确定性最优潮流和随机最优潮流在多时段下的比较，仿真结果证明了基于场景随机最优潮流模型的优越性。

具体章节安排如下：

第一章介绍了最优潮流模型的发展背景和研究意义。指出最优潮流计算是当前我国电网规划与运行环节的重要工具，并概括了其相应的求解算法以及基于不确定性的问题上的研究现状，为后续工作提供借鉴。

第二章阐述了最优潮流问题的数学难点和求解方法，并基于不同网络拓扑结构和潮流求解模型的区别，建立了用二阶锥模型对数学问题进行松弛优化的方法。最后，介绍了算法的编程建模环境 **R** 语言和优化算法包 **MOSEK**，为了更好地理解二阶锥编程算法，介绍了一个简单的二次锥规划算例。

第三章详细介绍了所提出的二阶锥最优潮流问题的求解模型和仿真流程。将该算法运用于单时段最优潮流的计算以验证算法的收敛准确度与收敛速度，当大容量的光伏元件或充放电储能接入系统中时，不能同时满足网损最小和可再生能源的利用最大化的优化目标，从而使得优化结果不准确。提出了剖切平面法对求解算法进行改进以确保优化结果的准确性，从而使得优化结果不准确。

第四章在之前优化算法的基础上从单时段拓展到多场景下多时段的整体协调。由于太阳光照的不确定性，综合考虑了天气因素提出了多场景建模方式，从而光伏元件的功率输出被看作是一个随机因素。另外，储能系统的建模考虑了多时段的约束限制，电荷状态与储能容量与之前的充放电效率相关，其等效注入功率可正可负，随系统需求而改变。算例分析在 10 节点的辐射性网络中测试该算法的性能。通过对比确定性最优潮流和随机最优潮流，研究了二阶锥松弛随机最优潮流在配电网日前调度、实时运行和控制等领域的算法准确度和收敛速度，具有较强的实际应用价值。

第五章对全文的内容进行了总结，并指出了需要进一步开展的工作。

## 2 最优潮流数学分析与仿真模型

本章首先详细阐述了含随机电源配电网最优潮流问题的数学难点和求解方法，重点研究如何利用二阶锥模型对数学问题进行松弛优化，并比较分析了其在不同网络拓扑结构和潮流求解模型下的应用区别；然后，深入研究了算法的编程建模环境 R 语言和优化算法包 MOSEK；最后，进行了二次锥规划的算例分析，验证了所改进的二阶锥编程算法有效性。

### 2.1 最优潮流公式形式

#### 2.1.1 确定性最优潮流

传统的最优潮流问题被表述为确定性的优化问题，其通常假定不变的网络结构和固定的输入变量取值。最优潮流公式的一般形式可以表示为如下：

$$\min_u f(x,u) \quad (2-1)$$

$$\text{s.t. } g(x,u)=0 \quad (2-2)$$

$$b^{\min} \leq b(x,u) \leq b^{\max} \quad (2-3)$$

$$u^{\min} \leq u(x,u) \leq u^{\max} \quad (2-4)$$

其中，

1.  $f$  是要最小化的标量形式的目标函数。其可以是发电成本，网络损耗的有功功率等等。
2.  $u \in U$  是向量形式的自变量即控制变量，需要通过调整其数值以便获得最优目标函数值。电力系统中的控制变量  $u$  通常包括发电机有功功率，发电机母线上的电压幅值，变压器抽头变比，分流装置容量等等。在本文中，只考虑有功功率有功功率  $P_g$  和发电机母线的电压幅值  $V_g$ 。此外，控制变量  $u$  也由于其物理限制或运行要求而受到约束，如等式（2-5）所示：

$$\begin{cases} P_{g,i}^{\min} \leq P_{g,i} \leq P_{g,i}^{\max} \\ V_{g,i}^{\min} \leq V_{g,i} \leq V_{g,i}^{\max} \end{cases} \quad (2-5)$$

3.  $\mathbf{x} \in X$  是向量形式的因变量即状态变量，其取值由控制变量而决定。状态变量  $\mathbf{x}$  通常为 PQ 节点的电压幅值和相角，PV 节点的电压相角和无功发电功率，平衡节点的有功和无功发电功率，还有支路潮流等等。和控制变量  $\mathbf{u}$  一样，状态变量  $\mathbf{x}$  也受物理限制或运行要求的约束。
4.  $\mathbf{g}$  是向量形式的等式约束函数， $\mathbf{g}(\mathbf{x}, \mathbf{u}) = \mathbf{0}$  是潮流方程。例如，在极坐标形式的交流潮流模型可以表述为：

$$\begin{cases} P_{g,j} - P_{d,j} - V_j \sum_j V_j [G_{ij} \cos(q_i - q_j) + B_{ij} \sin(q_i - q_j)] = 0 \\ Q_{g,j} - Q_{d,j} - V_j \sum_j V_j [G_{ij} \sin(q_i - q_j) - B_{ij} \cos(q_i - q_j)] = 0 \end{cases} \quad (2-6)$$

5.  $\mathbf{b}$  是具有上下限的向量形式的不等式约束函数。最优潮流问题中的不等式约束通常是发电机无功容量  $Q_g$ ，支路电流幅值  $|I_{br}|$  和负荷母线上的电压幅值  $V_d$ ，其可以表示为：

$$\begin{cases} Q_{g,i}^{\min} \leq Q_{g,i} \leq Q_{g,i}^{\max} \\ V_{d,j}^{\min} \leq V_{d,j} \leq V_{d,j}^{\max} \\ |\tilde{I}_{br,k}| \leq I_{br,k}^{\max} \end{cases} \quad (2-7)$$

以上， $i$  表示第  $i$  个发电机母线， $j$  表示第  $j$  个负荷节点，而  $k$  表示第  $k$  条支路。

然而，D-OPF 只考虑了负荷和发电量作为确定性的取值，忽视了不确定性因素的影响。例如，间歇性可再生发电、负荷波动、非计划中的停电和电价变化等情况。因此，概率最优潮流模型的提出，有效地考虑了不确定性因素的影响。

### 2.1.2 概率最优潮流

概率最优潮流模型的公式形式与确定性最优潮流模型类似，只是随机变量  $\mathbf{x}$  是不确定的。令  $\xi \in \Xi$  表示输入变量中的不确定因素， $\xi$  可以是随机变量的概率分布。但在本文中，考虑了新能源出力受到天气状况的影响，提出了基于不同天气状况下新能源出力情况的“场景树”，因此得到了有限场景空间下的优化问题：

$$\min_{u, (\zeta_s, s \in \mathbb{S})} \sum_{s \in \mathbb{S}} \pi_s f(x, u, \zeta_s) \quad (2-8)$$

$$\text{s.t. } g(x, u, z_s) = 0 \quad (2-9)$$

$$b^{\min} \leq b(x, u, z_s) \leq b^{\max} \quad (2-10)$$

$$u^{\min} \leq u \leq u^{\max} \quad (2-11)$$

由于并入了不确定性，式（2-1）中的目标函数  $f$  变成随机函数，很难直接预测其最小化结果应该。自然地，想到了使用其数学期望值表示：

$$\min_u E_{(\zeta_s, s \in \mathbb{S})} \left[ \sum_{s \in \mathbb{S}} \pi_s f(x, u, \zeta_s) \right] \quad (2-12)$$

## 2.2 数学难点分析

最优潮流问题通常是非线性的、非凸的，而且还是大型的多变量的一类优化问题。由于功率平衡条件是非线性的存在二次等式，这里的非凸性主要来自最优潮流可行集合中的二次约束。非线性特征与大量变量使得求解问题变成 **NP-难**（**NP, non-deterministic polynomial** 非确定性多项式）问题。

解决这类问题，在实际运用中有许多解法，例如二次规划、牛顿法、线性规划、内点法等。针对最优潮流的许多研究采用了启发式算法，如遗传算法、支持向量机、例子群算法等，通过随机模拟和启发式方法寻找优化解。此类方法可应用在非线性非凸问题中，通常较易求解，因此得到了广泛应用。启发式方法的弱点是对电力系统问题的物理特性描述较弱，不能保证最优解，在复杂的系统中较明显。于此相对应的是数学规划方法，该方法可靠性较高，但求解相对较难，特别是考虑系统潮流

约束这组非线性非凸约束。传统的启发式算法在全局最优解和求解速度上均无法满足主动配电网运行要求，而基于线性化的最优潮流方法在高阻抗的配电网中适用性也较弱。

最优潮流问题本质上是一个二次凸优化二次约束问题（**Quadratically Constrained Quadratic Program QCQP**）问题，而解决这类问题，常常使用凸优化法。以上方法不论是数学规划还是人工智能算法，都不能保证 OPF 问题的解的全局最优性。因此，近年来，以凸优化方法（**convex optimization**）为代表的全局优化算法得到了众多学者的极大关注。凸优化的主要发展集中在线性锥规划，线性锥规划问题包括线性规划、二阶锥规划（**SOCP, Second order cone programming**）和半定规划（**SDP, Semidefinite programming**），可以采用内点法进行有效求解。线性锥规划是指约束和目标函数均为决策变量的线性函数，通过把变量之间复杂的非线性关系变换为锥集，使得模型在表面上近似于线性规划，策略变量取自锥的一类凸优化问题。线性规划、半定规划和二阶锥规划都属于可计算的线性锥优化模型。

文献<sup>[51]</sup>首次在 2006 年中将二阶锥规划应用于辐射状网络的支路潮流模型中，并且在<sup>[56]</sup>中将半定规划法应用于通用网络中的节点注入模型。虽然这些凸松弛已经在数学上进行了证明。然而对于松弛结果是否精确的研究在<sup>[57]</sup>中得到研究，即当可以从半定松弛子问题的每个最优解中得到原始最优潮流问题的最优解。

文献<sup>[56]</sup>在首次将半正定规划法应用于 OPF 问题，半定矩阵变量采用稀疏块对角结构，使用原始-对偶内点法求解，并且在<sup>[57]</sup>中提出了确保半定规划优化结果准确性的充分条件，即零对偶间隙存在的充要条件和一个易于实现的充分条件。并且在各类 IEEE 测试系统中（从 4 节点到 300 节点）均能保持准确性。数值模拟结果得到了满意的最优解，然而松弛结果不能解决大型的系统。此外，半定规划法的局限性也在论文<sup>[58]</sup>中的分别利用 3、5、7 节点的小型系统中研究。

文献<sup>[59][60]</sup>中提出了二阶锥规划在辐射型网络中的确保优化结果准确性的充分条件，并且得出结论表明二阶锥松弛在实践中这些充分条件也是能够保持准确的。虽然半正定算法具有找到全局最优解的优点，但它不能有效地处理具有几千节点的电



力网络。然而，对于具有多大 10,000个节点的最优潮流问题，二阶锥算法不到一分钟就能够快速收敛。

国外学者 Jabr 通过把非线性的潮流方程转化为二次锥形式<sup>[51]</sup>，采用商业软件 MOSEK 进行求解，将结果与牛顿-拉夫逊法求解标准潮流模型的结果进行比较，二者结果十分接近，证明了模型的准确性。考虑到对于收敛速度和算法多功能性的要求，以及高性能 SOC求解器的并行开发和最优潮流二次锥凸松弛研究，本文将重点介绍基于二阶锥的最优潮流问题。

### 2.2.1 网络拓扑模型

已经有许多数学模型来针对电网进行建模。数学模型包括一组变量和一组由物理系统激励的方程组。求解最优潮流问题，数学模型的选取是非常重要的，因为它是最优潮流问题建模的基础。

传统上来讲，有两种数学模型：节点注入模型（BIM, bus injection model）和支路潮流模型（BFM, branch flow model）。与专注于节点变量（如节点注入电流和功率）的节点注入模型相比，支路潮流模型更加侧重于各个支路上的电流与功率流。即使两种模型的等价性已经在之前的文献中<sup>[61]</sup>得到证明，但是，在优化结果在一个模型中相比另一个模型却更容易建模和证明。结论是，支路潮流模型在算法上更稳定。

支路潮流模型最初是针对具有树形拓扑结构的网络（也称辐射状网络）而提出的。它们采用递归结构，简化电力潮流分布的计算与规划难度。例如，传统的潮流计算算法，例如前推后置潮流法就是基于辐射状网络的<sup>[55]</sup>。

因此，拓扑结构在确定松弛结果是否准确的过程中发挥了重要的作用。一般来说，网络结构也可以分为两类：树状网络和网状网络。如图所示，为这两种拓扑结果的示例。

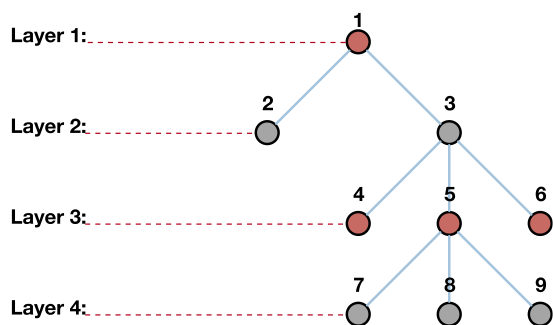


图 2.1(a) 树状网络示意图

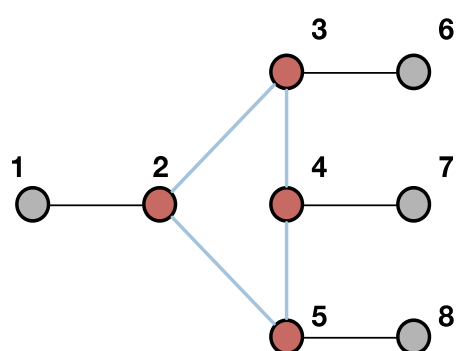


图 2.1(b) 网状网络示意图

凸松弛的优化结果与网络模型的选取有关。同样地，最优潮流问题相应的等效公式也将取决于所选取的网络模型。传统上，基于节点注入模型的最优潮流已经与网状网络系统相关，而支路潮流模型被用于树状网络系统。

在文献<sup>[61]</sup>中也推荐，对于树状网络，可以使用节点注入模型或者支路潮流模型来解决基于二阶锥的最优潮流模型，尽管支路潮流模型在数学计算上更佳稳定。对于网状网络，基于二阶锥的最优潮流模型通过启发式搜索解决大型网络的可行解。

## 2.3 仿真模型平台介绍

### 2.3.1 R 语言

R 是用于统计分析、图形处理语言和操作环境。R 是属于 GUN 系统的一个自由、免费、开源的软件。它提供了各种各样的统计建模功能（线性和非线性建模、经典统计测试，时间序列分析，分类和聚类）和图形技术，并且 R 是高度可扩展的。

R 也是一款可编程语言。源代码 R 主要用 C 和 FORTRAN 编写。R 可以在各种 UNIX 平台（Linux), Windows and MacOS X 上编译和运行。在过去的十年中，R 已经成为统计学家和数据科学家广泛使用的软件之一。R 是一套用于数据操作、编程计算和图形显示的软件工具，它将这三个强大的功能集成在一个工具中：

- 数据分析：R 是一个开放源代码的软件开发工具，它由大量的统计学家和计算机科学家支持。它有超过 4000 个专业计算包，能够实现假设验证、模拟拟合、聚类技术和机器学习相关功能的统计分析工具；

- 数据操纵：数据科学家可以通过切分多变量数据集将 R 数据集变成一种容易读取和分析的格式；
- 数据可视化：R 中有许多已经存在的图形函数，它也给开发人员实现任何数据集的可视化能力。此外，动画和交互式图形也能够 R 中轻松地实现。

R 是一套由数据操作、计算和图形展示功能整合而成的套件。包括：有效的数据存储和处理功能，一套完整的数组（特别是矩阵）计算操作符，拥有完整体系的数据分析工具，为数据分析和显示提供的强大图形功能，一套（源自 S 语言）完善、简单、有效的编程语言（包括条件、循环、自定义函数、输入输出功能）。

### 2.3.2 RMOSEK 算法包

RMOSEK 算法包是专门设计的接口，使得 MOSEK 软件库可在 R 语言中功能得以实现。这种接口支持多种类型的大规模优化：线性优化，有/无整数变量的二次优化和二阶锥优化。

MOSEK 软件库提供了一个具有工业强度的、能够解决大型凸问题的算法求解器：线性、二次、圆锥，连续和混合整数。RMOSEK 软件包的开发开始于通过授予 MOSEK 在 R 语言环境中运行的权限，该界面功能十分强大，而且易于学习和使用，从而为研究和教育项目提供了一个完美的软件工具。

MOSEK 是用于解决数学优化问题的软件包。在 MOSEK 中的许多求解优化器中，它们被构建用于解决大规模稀疏问题，并且在稳定性和性能方面已经得到了整体优化。求解的问题可分为：

- 线性优化问题；
- 锥形二次优化问题（也称作二阶锥优化问题）；
- 一般的凸优化问题。特别地，MOSEK 特别适合求解：
  - 二次凸优化问题；
  - 二次凸优化二次约束问题：（QCQP）；

这些问题可以使用 MOSEK 中内置的近似优化求解器求解：

- 内点法算法，适用于所有连续问题；

- 用于线性问题的原始或双单纯形优化算法；
- 锥形二次函数问题的锥形内点法算法；
- 基于分支和切面技术的混合整数算法；

从积极的方面来说，选择使用商业求解算法意味着利用该款软件工具的高性能指标来节省算法开发的时间与精力。而且，MOSEK 确保了准确的优化结果，即使是在病态网络中，并且优化问题的求解结果也收敛于真实的潮流计算结果。这些已经通过将解决二次曲线优化问题获得的结果与使用 Cespede\$ 径向负载流的实现计算的结果进行比较来确认。

### 2.3.3 二次锥优化问题

文献中证明了辐射型配电网的潮流问题可以被建模成锥形式的凸优化问题<sup>[52]</sup>。锥形二次优化（也称为二阶锥优化）是广义形式的线性优化问题，是允许非线性的凸优化问题存在的公式化表述。与标准的线性模型不同，二阶锥模型与其不同之处在于包括了旋转的二次锥形公式。特别地，文献中<sup>[56]</sup>应用了锥形松弛方法在辐射型配电网的潮流计算中。因为二阶锥型模型不同于标准的线性规划模型，在于其引入了旋转二次锥，而且锥优化问题可以通过 MOSEK 程序求解。

锥形二次模型的标准形式为：

$$\begin{aligned}
 &\text{minimize} && c^T x \\
 &\text{subject to} && Ax = b \\
 &&& x \in \mathcal{C}
 \end{aligned} \tag{2.13}$$

其中， $x$  是多维变量， $c^T$  是目标函数系数， $b$  是常数变量， $A$  是常数矩阵，凸锥集  $\mathcal{C}$  可以表述为有限个二阶锥集的笛卡尔乘积  $\mathcal{C} = \mathcal{C}_1 \times \mathcal{C}_2 \times \cdots \times \mathcal{C}_p$ ，这意味着变量可以被分割成属于不同锥集的变量子集。理论上，这也意味着每个变量只能属于一个锥集。而实际上常常会出现一个变量属于不同两个锥集的情况，因此可以定义属于不同锥集的复制变量  $\hat{x}_i$ ，并且在线性约束条件中加入方程  $\hat{x}_i = x_i$ 。

现在，MOSEK 算法库支持三种类型的凸的“锥”形式：分别是“R 锥”，“QUAD 锥”（二次锥）和“RQUAD 锥”（旋转二次锥）。R 锥是一组包含实数的

集合，并且是该接口中没有其他规格变量的默认锥集。值得注意的是，如果所有的变量属于这个锥集，这问题可以退化为线性规划问题求解。

二次锥可以用公式表述为如下形式：

$$C_t = \left\{ x \in \mathbb{R}^{n_t} : x_1 \geq \sqrt{\sum_{j=2}^{n_t} x_j^2} \right\} \quad (2-14)$$

其中，这里表示的下标所涉及的变量仅属于这个锥集的子集。

同样地，旋转二次锥也可以表述为：

$$C_t = \left\{ x \in \mathbb{R}^{n_t} : 2x_1x_2 \geq \sum_{j=3}^{n_t} x_j^2, x_1 \geq 0, x_2 \geq 0 \right\} \quad (2-15)$$

### 2.3.3.1 二次锥优化问题简单算例

接下来，介绍了一个含有一个线性约束条件、两个锥集、变量为非负形式的二次锥优化问题，为了更好地理解二阶锥优化的在 R 语言环境下利用 MOSEK 算法包的编程实现。该简单算例为如下所示：

$$\begin{aligned} &\text{minimize} && x_4 + x_5 + x_6 \\ &\text{subject to} && x_1 + x_2 + 2x_3 = 1, \\ &&& x_1, x_2, x_3 \geq 0 \\ &&& x_4 \geq \sqrt{x_1^2 + x_2^2} \\ &&& 2x_5x_6 \geq x_3^2 \end{aligned} \quad (2-16)$$

该算例的第一个锥集是“二次锥”形式，而第二个锥集是“旋转二次锥”形式。这些用于定义锥集的变量的下标自然遵循如下 R 代码所示。

表 2-1 二次锥优化问题简单算例算法实现

Table 1: Conic Quadratic Optimization ('cqo1')
<pre> cqo1 &lt;- list(sense = 'min') cqo1\$c &lt;- c(0, 0, 0, 1, 1, 1) cqo1\$A &lt;- Matrix(c(1, 1, 2, 0, 0, 0),                   nrow=1, byrow=TRUE, sparse=TRUE) cqo1\$bc &lt;- rbind(c=1, buc=1) cqo1\$bx &lt;- rbind(x=c(0, 0, 0, -lrf, -lrf, -lrf),                   bux=rep(lrf, 6)) cqo1\$cones &lt;- cbind(list('QUAD(4, 1, 2)',                           list('RQUAD', c(5, 6, 3)))) rownames(cqo1\$cones) &lt;- c('type', 'sub') r &lt;- mosek(cqo1) </pre>

从这个算例可以发现，二次锥程序的编程语法遵循了“MOSEK用户手册”中说明的基本规则。目标函数、线性约束和变量边界和线性规划程序的表述形式是相同的，唯一的不同是加入了用矩阵列表型锥指明的二次圆锥。锥形矩阵是一个 2 行、n 列的矩阵，列元素表示不同的锥集，行元素表示描述性的元素。第一列是“type”形，表示为以字符串形式指定锥集的类型，表示为二次锥“QUAD”或者选择二次锥“RQUAD”。第二列是“sub”，表示为属于锥集以数值向量形式变量的下标，并且向量内元素的排序不同也会反映出不同的锥集，在锥集定义式 (2-14) 和 (2-15) 中，“sub”的第  $i$  个元素表示为由  $x_i$  对应的变量元素。例如，具有下标  $c(4,6,2,3)$  的旋转二次锥将定义为锥集如下所示：

$$C_i = \{x \in R^4 : 2x_4x_6 \geq x_2^2 + x_3^2, x_4 \geq 0, x_6 \geq 0\} \quad (2-17)$$

由以上算例可知，因为最优潮流问题可以表述为一个大型的二阶锥优化问题。如果能够定义最优潮流问题中的多维变量  $x$ ，目标函数系数  $c^T$ 、常数变量  $b$ ，以及常数矩阵  $A$ ，以及锥集排列 **cones** 就能通过 MOSEK 算法库轻松地解决二次锥问题。

## 2.4 本章小结

该章节首先介绍了不同最优潮流的数学模型来比较它们的优缺点。然后，详细阐述了国内外学者提出求解该问题的数学方法，并提出了用二阶锥模型进行松弛优化的方法，并说明了其优越性。此外，还选取了与上述求解方法相对应的网络拓扑结构和潮流求解数学模型。最后，算法模型利用数学统计软件 **R** 语言变成实现，优化求解利用了商业优化算法包 **MOSEK** 强大的运算能力完成，为了更好地理解编程语言，介绍了一个简单的二次锥形规划算例。

### 3 基于二阶锥松弛的最优潮流算法

本章详细介绍了所提出的二阶锥最优潮流问题的求解模型和仿真流程，并且验证了最优潮流算法在单时段下准确性。通过检验松弛结果在不同条件下的准确性，通过与传统前推后置潮流法所得的物理潮流结果对比，发现当大容量的光伏元件或充放电储能接入系统中时，不能同时满足网损最小和可再生能源的利用最大化的优化目标，从而使得优化结果不准确。在这种情况下，引入了新的线性约束条件，直到满足算法终止条件为止，结果证明了该算法能很好的保证优化算法的收敛性。

#### 3.1 基于二阶锥松弛的最优潮流问题模型搭建

##### 3.1.1 潮流方程

正如之前所述，由于支路潮流模型在辐射型配网中的良好的收敛特性，本文的最优潮流问题采用支路潮流模型来分析。

系统内一条支路的等效电路如图 3.1 所示。假设潮流方向是从节点  $i$  到节点  $j$ ，因此每条支路上的电压降可以表示为：

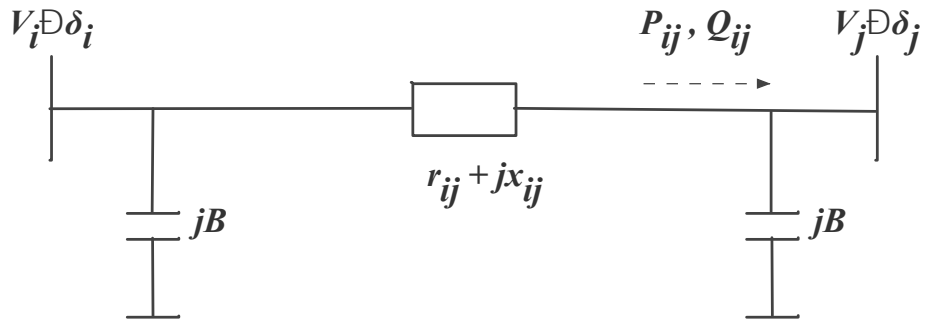


图 3.1 支路等效电路

$$V_i \angle \delta_i = V_j \angle \delta_j + \frac{P_{ij} - jQ_{ij}}{V_j \angle -\delta_j} (r_{ij} + jx_{ij}) \quad (3-1)$$

然后，式（3-1）两边平方，可以得到式（3-2）：

$$V_i^2 V_j^2 = V_j^4 + 2V_j^2 (r_{ij} P_{ij} + x_{ij} Q_{ij}) + (P_{ij}^2 + Q_{ij}^2) (r_{ij}^2 + x_{ij}^2) \quad (3-2)$$



等式两边同时除以 $V_i^2$ ，可以得到节点电压方程式（3-3）

$$V_i^2 - V_j^2 = 2(r_{ij}P_{ij} + x_{ij}Q_{ij}) + I_{ij}^2(r_{ij}^2 + x_{ij}^2) \quad (3-3)$$

此外，每条支路上的电流可以通过式（3-4）计算得到

$$I_{ij}^2 = \frac{P_{ij}^2 + Q_{ij}^2}{|V_i|^2} \quad (3-4)$$

支路潮流模型的等效图如图 3.2 所示。图中有标记的节点  $i, j, k$ ，其中节点  $i$  是节点  $j$  的父节点，节点  $k$  和  $k'$  是节点  $j$  的子节点。显然，除了根节点之外，所有节点均有且仅有一个父节点；而子节点的个数却与网络的拓扑结构相关。对于处于网络分支处的节点可能存在不止一个节点，例如下图的节点  $j$  的子节点就包含节点  $k$  和  $k'$ 。此外，除了终端节点之外，其余节点最少会有一个子节点。

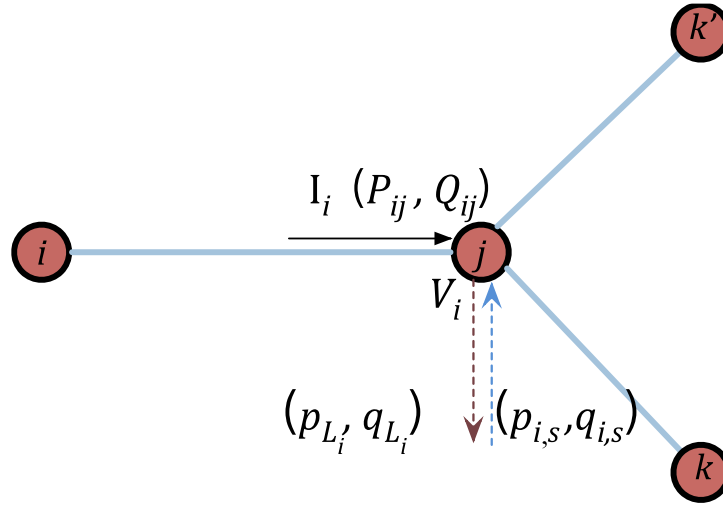


图 3.2 支路潮流模型的等效图

当考虑具有分布式的光伏发电元件和分散储能元件时，由 *Dist-Flow* 潮流方程<sup>[62]</sup>可以得到如下形式：

$$P_{ij} - \sum_{k=1}^n P_{jk} - r_{ij} I_{ij}^2 - P_{pv,j} - P_{st,j} = P_{load,j} \quad (3-5)$$

$$Q_{ij} - \sum_{k=1}^n Q_{jk} - x_{ij} I_{ij}^2 - Q_{pv,j} - Q_{st,j} = Q_{load,j} \quad (3-6)$$

方程 (3-5) 和 (3-6) 描述了来自上游和下游支路的功率平衡方程。其中  $P_{load}$ ,  $P_{pv}$  和  $P_{st}$  分别是在给定时间步长下的瞬时负荷有功消耗, 光伏发电有功功率和电池充放电有功功率。 $Q_{load}$ ,  $Q_{pv}$  和  $Q_{st}$  分别是瞬时负荷无功功率, 光伏发电无功功率和电池充放电无功功率。 $P_{ij}$ ,  $Q_{ij}$ ,  $r_{ij}$ ,  $x_{ij}$ ,  $I_{ij}^2$  分别是支路潮流有功、无功功率, 支路电阻、支路电抗和支路电流的平方。

因为潮流方程和不等式约束是二次凸优化二次约束问题。如上文所述, 可以通过凸松弛优化来确保算法的优良性能。而最优潮流问题的非凸元素主要集中在以二次等式约束存在的式 (3-4) 中。这种松弛需要放宽某些等式约束和用某些二次项代替线性项, 引入两个新变量来替换二次项, 以便成功地制定 SOCP 问题。为了在最优潮流问题中采用二阶锥松弛优化方法求解, 引入中间变量  $l_{ij}$  和  $U_j$ ,

$$l_{ij} = I_{ij}^2, U_j = V_j^2 \quad (3-7)$$

利用新引入的变量替换原始变量, 代入上次得到二次凸不等式的松弛形式:

$$l_{ij} U_j \geq P_{ij}^2 + Q_{ij}^2 \quad (3-8)$$

注意到式 (3-8) 与 “RQUAD” 旋转二次锥的形式  $2x_1x_2 \leq x_3^2 + x_4^2, x_1, x_2 \geq 0$  完全吻合。

为了确保没有一个变量是同时属于两个锥集中, 继续引入中间变量  $k$ ,  $h$  和  $U_{upStream}$  满足  $k_j = l_j / 2$ ,  $h_j \geq \sqrt{P_{ij}^2 + Q_{ij}^2}$ ,  $U_{upStream}[j] = U_i$ , 以使得最优潮流问题具有二阶锥规划形式。

因此, 随机最优潮流问题的第一个锥集可以如下表述:

$$Cone\ 1: \quad 2k_j \times U_{upStream_j} \leq h_j^2 \quad (3-9)$$

### 3.1.2 目标函数

在本文中, 主要研究的目标函数有:

1. 第一个目标函数是尽可能使得网络中的有功损耗最小。

2. 第二个目标函数就是最大化 **DG** 运营者的利益，即光伏系统或储能装置实际的有功注入功率与功率设定点之间的绝对距离。
3. 第三组目标函数，即综合考虑电网总体网络损耗与光伏系统和储能装置的利用率。

第一个目标函数是尽可能使得网络中的有功损耗最小。这是电力系统最优潮流模型中最常使用的一个表征指标。并且，使网损最小这个优化指标还可以用于检测最优潮流结果的可行性。

在含有光伏系统或储能装置有功注入功率可控元件的配网系统中，其有功注入功率的利用是可以预测或可以控制的，因此对于 **DG** 运营者来说存在一个特定设定点，使得光伏系统或储能装置对的利用率达到最大，从而减少对可再生能源利用的浪费。因此，第二个目标函数就是最大化 **DG** 运营者的利益，即光伏系统或储能装置实际的有功注入功率与功率设定点之间的绝对距离，可以用公式表示为

$$Dx = \sum_{j \in [1, J]} \left| P_{pv,j}^{sp} - P_{pv,j} \right| + \left| P_{st,j}^{sp} - P_{st,j} \right|。$$

而如果同时考虑前两组目标函数可得到第三组目标函数，即综合考虑电网总体网络损耗与光伏系统和储能装置的利用率。可以注意到，减小网损的效益常常与 **DG** 运营者的利益是背道相驰的。事实上，**DG** 运营者们也可能愿意允许部分必要的利用率削减来确保网络约束的满足，而且削减的利用率反过来可以被更小的网络损耗得到补偿。但是，过度地对可再生资源的利用率的削减可能会产生反效果。因为防止的网络损耗值最终只会是削减资源的一部分而已。

于是，引入目标函数系数  $\alpha$  和  $\beta$ ，则目标函数可以表示为：

$$\min aD(x) + b \sum_{j \in [1, J]} r_{ij} \ell_{ij}$$

因此得到三组目标函数

- 1、网损最小：  $a=0, b=0$ ;
- 2、与功率设定点之间的绝对距离最小：  $a=1, b=0$ ;
- 3、综合型目标函数：  $a=1, b=1$ ;

### 3.1.3 约束条件

考虑到系统的运行约束，包括电压的最大、最小幅值限制和电流的最大、最小幅值限制，以及各个组件的运行限制。

#### 3.1.3.1 功率平衡约束

系统节点电压和支路电流限制可以表示为如下：

$$\underline{V}_i \leq |V_i| \leq \bar{V}_i \quad (3-10)$$

其中， $\underline{V}_i$ 和 $\bar{V}_i$ 分别是线路的电压下限和电压上限。在的算例中，取根节点具有 1.05 p.u的固定电压值，并且其他节点电压的幅值在 0.95p.u和 1.05p.u之间。

#### 3.1.3.2 储能系统能量约束

储能装置的充放电特性是，当系统能量充足时储能吸收能量，而系统能量不足时储能释放能量。因此，电池逆变器在某节点和某时段内的有功功率可视为输入或者输出，视系统而定。通常情况下，储能装置需要考虑多时段内能量储存的约束限制。主要包括充电和放电状态限制，充电和放电功率限制和储能容量限制。

容量限制：

$$E_i(t) - E_i(t-1) = (\eta_c P_{ch,t} + \frac{1}{\eta_{dch}} \cdot P_{dch,t}) \cdot Dt \quad (3-11)$$

其中 $\eta_{ch}$ ,  $P_{ch,t}$ ,  $\eta_{dch}$ ,  $P_{dch,t}$ 分别是充电效率、充电时吸收功率，放电效率和放电时注入电网的功率。

电池容量限制和充放电功率限制如下：

$$E_i^{\min} \leq E_i(t) \leq E_i^{\max} \quad (3-12)$$

$$-P_{\max,j}^{st} \leq P_j^{st} \leq P_{\max,j}^{st} \quad (3-13)$$

其中， $E^{\max}$ ,  $E^{\min}$ ,  $P_{st}^{\max}$ 和 $P_{st}^{\min}$ 分别是储能装置的充电容量的上下限、充放电功率的上下限。

### 3.1.3.3 视在功率约束

支路运行中流动的功率也受到线路视在功率的容量限制，光伏和储能设备受其逆变器视在功率的约束，约束如下所示：

$$S_{ij}^{\max} \geq \sqrt{P_{ij}^2 + Q_{ij}^2} \quad (3-14)$$

$$S_{pv,j}^{\max} \geq \sqrt{P_{pv,j}^2 + Q_{pv,j}^2} \quad (3-15)$$

$$S_{st,j}^{\max} \geq \sqrt{P_{st,j}^2 + Q_{st,j}^2} \quad (3-16)$$

上式的表述形式和方程普通二阶锥的形式一样。同样可以看作“QUAD”类型的二阶锥，通过引入中间变量  $o_j = h_j$ ,  $r_j = S_{pv,j}^{\max}$ ,  $s_j = S_{st,j}^{\max}$ ，以使得最优潮流问题具有二阶锥规划形式。可以利用锥优化方法求解。

$$\text{Cone 2:} \quad o_j \geq \sqrt{P_j^2 + Q_j^2} \quad (3-17)$$

$$\text{Cone 3:} \quad r_j \geq \sqrt{P_{pv,j}^2 + Q_{pv,j}^2} \quad (3-18)$$

$$\text{Cone 4:} \quad s_j \geq \sqrt{P_{st,j}^2 + Q_{st,j}^2} \quad (3-19)$$

发现当大容量的光伏元件或充放电储能接入系统中时，不能同时满足网损最小和可再生能源的利用最大化的优化目标，从而使得优化结果不准确。综上所述，完整的基于二阶锥松弛的最优潮流问题公式化形式可以如下表示为：

$$\min aD(x) + b \sum_{j \in [1,J]} r_{ij} \ell_{ij} \quad (3.20)$$

$$\text{subject to } \left\{ \begin{array}{l} P_{ij} - \sum_{k=1}^n P_{jk} - r_{ij} \ell_{ij} - P_{st,j} - P_{pv,j} = P_{load,j} \\ Q_{ij} - \sum_{k=1}^n Q_{jk} - x_{ij} \ell_{ij} - Q_{st,j} - Q_{pv,j} = Q_{load,j} \\ U_j - U_i + 2(r_{ij} P_{ij} + x_{ij} Q_{ij}) - (r_{ij}^2 + x_{ij}^2) \ell_{ij} = 0 \\ k - \frac{1}{2} \ell_{ij} = 0 \\ h - o = 0 \\ U_i - U_{upStream_j} = 0 \end{array} \right. \quad (3.21)$$

$$\text{Variable constraints: } \left\{ \begin{array}{l} \underline{V}_i^2 \leq U \leq \bar{V}_i^2 \\ 0 \leq P_j^{pv} \leq P_{max,j}^{pv} \\ -P_{max,j}^{st} \leq P_j^{st} \leq P_{max,j}^{st} \end{array} \right. \quad (3.22)$$

$$\text{Coupling equations: } \left\{ \begin{array}{l} E_i(t) - E_i(t-1) = \left( h_c P_{cht} + \frac{1}{h_{dch}} \cdot P_{dcht} \right) \cdot Dt \\ E_i^{\min} \leq E_i(t) \leq E_i^{\max} \end{array} \right. \quad (3.23)$$

$$\text{Cones: } \left\{ \begin{array}{l} 2k_j \cdot U_{upStream_j} \geq h_j^2 \\ o_j \geq \sqrt{P_{ij}^2 + Q_{ij}^2} \\ r_j \geq \sqrt{P_{pv,j}^2 + Q_{pv,j}^2} \\ s_j \geq \sqrt{P_{st,j}^2 + Q_{st,j}^2} \end{array} \right. \quad (3.24)$$

这个最优潮流问题现在具有二阶锥规划（**SOCP**）的形式，它的基本形式是含有凸形锥集的线性规划规划问题。这个基于二阶锥规划的最优潮流问题的公式化形式和（2-13）中所述的二次锥优化问题的一般形式一样，可以用 **MOSEK** 算法包来进行快速求解。

### 3.1.4 仿真流程

在本文中，建立了基于二阶锥松弛的电力系统最优潮流计算模型。把电力系统网络的最优潮流计算过程转化成了基于二阶锥松弛的锥优化的数学问题来求解。该

模型在 R 语言环境中构建,优化求解使用了商业优化算法包 **RMOSEK** 强大的运算能力实现。

### 3.1.4.1 网络模型搭建

潮流方程根据支路潮流模型（**BFM**）而列出，考虑辐射状配电网络，其网络模型采用树状的拓扑结构，其中节点集合用字符 $\mathcal{N}$ 表示， $\mathcal{N} = \{1, 2, \dots, N\}$ 。其中节点 1 是根节点，与输电网节点变电站直接相连，其他的  $N-1$  个节点表示配电网中的负荷节点。

由上的树状模型可以知道，每个节点（不包含根节点） $i \in \mathcal{N} \setminus \{1\}$  都有唯一的父节点，可以用集合  $A_i$  来表示。将节点连接到节点  $i$  的连接线，用  $L_i$  来表示，每条连接线  $L_i$  上都具有相应的电阻  $r_i$  和电抗  $x_i$ 。每个节点  $i \in \mathcal{N}$  都有对应子节点，用集合  $C_i$  来表示，对于终端节点，例如树形结构的末端或者没有子节点的节点，集合  $C_i$  为空集，即  $C_i = \emptyset$ 。

由图论理论，通过预设的节点坐标以及节点之间的连接关系可以建立电网拓扑结构，假设网络结构为如图 3.4 所示，则节点间的索引关系可以见表 3-1 所示，根据该表信息可以得到网络拓扑结构。然后输入电网的初始参数，例如线路电阻  $r_i$  与电抗数据  $x_i$ 、节点的有功负荷  $P_L$  与无功负荷  $Q_L$ ，则可形成基本的电力网络拓扑结构。

表 3-1 节点间的索引关系

节点编号	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
父节点编号	-	1	2	3	4	5	3	7	8	8
子节点编号	2	3	(4,7)	5	6	/	8	(8,9)	-	-

### 3.4.1.2 数学模型搭建

首先，定义在整个定义优化问题中使用的常量值。这个想法是定义这些常量，以便它们可以被包中的其他功能访问。所采用的方法是在包含多时间优化变量索引的 R 代码中创建变量列表。

定义向量形式的控制变量  $X$ ，其中  $X = [U, P, Q, \ell, P_{pv}, Q_{pv}, P_{st}, Q_{st}, k, h, r, s, o, U_{upStream}]$ ，包含所有的数学变量  $[U, P, Q, \ell, P_{pv}, Q_{pv}, P_{st}, Q_{st}, \dots]$  以及为了构建“二次锥”集所定义的中间变量  $[\dots, k, h, r, s, o, U_{upStream}]$ ；

然后，将最优潮流问题的转行成含矩阵和向量的数学优化问题。可见，潮流方程实际上是一个含稀疏矩阵  $A$  和多变量向量的数学方程不等式。并且控制变量的变量由于受到约束不等式是明确界定的。

### 3.4.1.3 优化参数设置

需要从最优潮流的数学模型中提取出相应的 MOSEK 参数， $c, A, bx, bc, cones$ ，好方便进行接下来的优化计算。

从最优潮流问题的目标函数可以提取出目标函数系数  $c$ ，目标函数中有两个部分来优化整个系统功能。第一部分是最大限度地减少系统的总损耗，第二部分将光伏系统的削减最小化，以最大限度地最大限度地发挥电网内的可再生能源消耗。则目

标函数系数  $c$  可以表示为：

$$c = \left[ \dots, \overbrace{r_{12}, \dots, r_{ij}}^{\ell_{ij}}, \dots, \overbrace{1, \dots, 1}^{|P_{pv}^{sp} - P_{pv}^{actual}|}, \dots \right]$$

从潮流方程可以提取出稀疏矩阵  $A$  的系数，从潮流方程可以提取出参数矩阵  $A$  的系数。因为大部分元素都为零，可以利用矩阵稀疏结构的特殊算法和数据结构，来构造一个表示等式约束或不等式约束的稀疏矩阵。其中非零的元素被存储在一个三维数组，数组中的每个条目分别对应矩阵的元素  $a_{ij}$ ，并且可以被三个索引  $i, j, v$  所访问。其中  $i$  表示行索引，根据方程由上向下排列； $j$  表示列索引，根据方程从左向右排列；而  $v$  则代表非零元素的值。

例如，已知稀疏矩阵  $\begin{bmatrix} 5 & 8 & 0 \\ 0 & 0 & 3 \\ 0 & 6 & 0 \end{bmatrix}$ ，则通过提取其非零元素的行、列索引和元素

数值可得到  $i = (1, 1, 2, 3); j = (1, 1, 3, 2); v = (5, 8, 3, 6)$ ；假设从列表变量  $i, j, v$  中提取第一



个元素，(1,1,5)即为系数矩阵中位于第一行、第一列的元素 5。

为了更好的说明稀疏矩阵  $A$  的构建原理，先暂时不考虑中间变量，则控制变量变为  $X' = [U, P, Q, \ell, P_{pv}, Q_{pv}, P_{st}, Q_{st}]$ ，由式 (3.20) 中则只考虑的功率平衡方程的前三项有功、无功功率平衡和电压平衡方程。

则稀疏矩阵  $A'$  可以为分块矩阵形式，如下所示

$$A' = \begin{bmatrix} & G_{12} & & r_{ij}I_{14} & I_{15} & I_{17} \\ & & G_{23} & x_{ij}I_{24} & & I_{26} & I_{28} \\ C_{31} & 2r_{ij}I_{32} & 2x_{ij}I_{33} & 2(r^2 + x^2)I_{34} & & & \end{bmatrix}。其中，G_{12}, G_{23}, C_{31} 是$$

跟网络拓扑结构和节点数目有关系的系数矩阵，可参考表 3-1 中得到； $A'$  中其余分块元素均为单位矩阵（对角线元素为 1）或者系数跟  $r_{ij}, x_{ij}, (r_{ij}^2 + x_{ij}^2)$  的值有关的对角矩阵。通过同样的方法，在 Rstudio 中通过 `sparseMatrix` 函数（详细介绍见附录 1）快速构建出含中间变量以及相应等式的系数矩阵  $A$ 。

从约束条件中可以提取出控制变量与状态变量的范围  $bx$  与  $bc$ 。因为方程组和控制变量都有约束条件，其取值范围存在上下限值，所以根据约束  $bux \leq x \leq blx; buc \leq Ax \leq blc$ ，可以确定  $bx$  于  $bx$  的具体取值。注意：1.若方程组为等式约束，则  $buc=blc$ ；2.对于可以在实数集  $R$  中任意取值的控制变量，其约束不等式可以表示为  $-Inf \leq x \leq Inf$ ，即  $bux=-Inf, blx=Inf$ 。

从四种不同的二阶锥集中可以提取出矩阵  $cones$ 。把 MOSEK 参数带入优化算法中，便可得到最优潮流的优化解。根据方程 (3.30)，该问题中共有四种不同类型的“锥”集，基于二阶锥松弛的锥矩阵可以表示为两行矩阵，第一行的元素是锥集的类型指示符，第二行包含锥集变量的索引从而形成锥集形式。该矩阵可以表示为以

$$\text{下形式 } socp = \begin{bmatrix} \overbrace{"RQUAD"}^{BusCnt-1} & \overbrace{"QUAD"}^{BusCnt-1} & \overbrace{"QUAD"}^{PVid} & \overbrace{"QUAD"}^{Storid} \\ 2k \cdot U_{upStream} \geq h_j^2 & o \geq \sqrt{P_j^2 + Q_j^2} & r \geq \sqrt{P_{pv,j}^2 + Q_{pv,j}^2} & s \geq \sqrt{P_{st,j}^2 + Q_{st,j}^2} \end{bmatrix} \begin{matrix} (type) \\ (sub-index) \end{matrix}$$

3.4.1.4 优化流程图

把 MOSEK 参数带入优化算法中，便可得到最优潮流的优化解。因此，最优潮流模型的仿真过程详细步骤如下，仿真流程图见图 3.3:

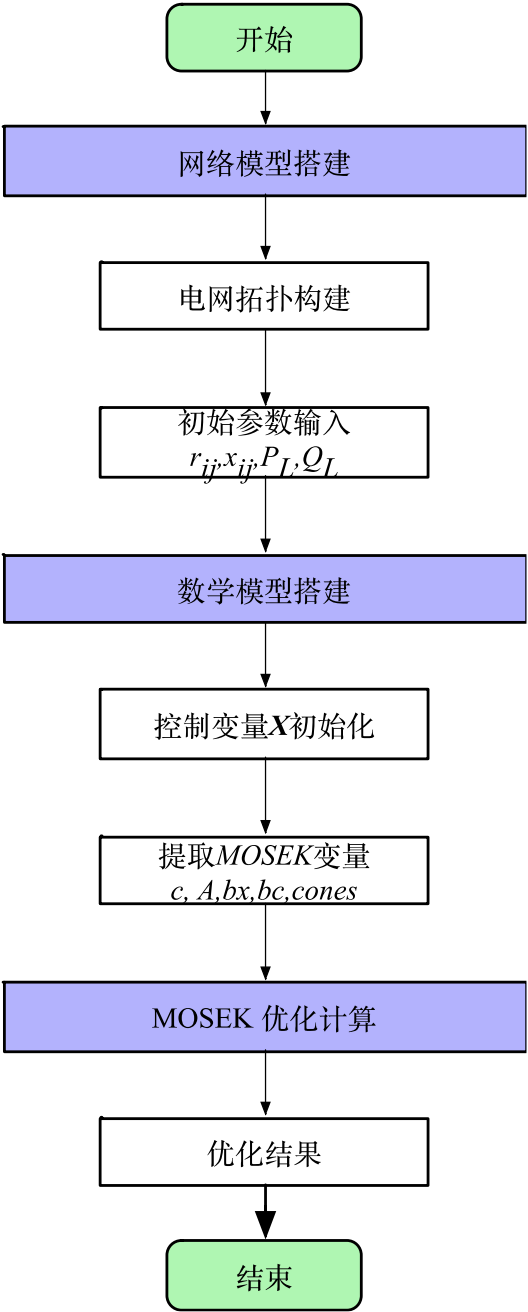


图 3.3 最优潮流计算流程图

### 3.2 基于二阶锥松弛最优潮流算法准确性分析

在本章节中，将该算法运用于单时段最优潮流的计算以验证算法的收敛准确度与收敛速度。在进行算例分析之前，首先介绍传统电力系计算潮流的算法，现有的电力系计算潮流的算法有前推后置潮流法、牛顿拉夫逊法、快速解耦潮流等。在本文中，采用前推后置潮流法（BFS, Backward/forward sweep based method）计算配网中实际流动的功率流，然后将前推后置法潮流结果与基于二阶锥松弛的最优潮流的运算结果进行对比，以确认后者优化结果的准确性。

#### 3.2.1 传统电力系统前推后置潮流法

前推后置潮流法通常采用辐射型的网络拓扑结构<sup>[55]</sup>。该方法计算潮流的过程包含正向和后向两组计算方向。正向方向的主要是从发送端到馈线端远端的节点电压计算；而反向方向主要是从馈线端远端到发送端的支路电流与功率计算。通过正向与反向潮流计算的不断迭代，直到误差控制到允许范围内便可得到最终的潮流计算结果。其计算步骤如下所示，正向潮流方程为：

$$P_{s+1} = P_s - R \frac{P_s^2 + Q_s^2}{V_s^2} - P_{Lr}, \quad (3-25)$$

$$Q_{s+1} = Q_s - X \frac{P_s^2 + Q_s^2}{V_s^2} - Q_{Lr}, \quad (3-26)$$

$$V_r^2 = V_s^2 - 2(RP_s + XQ_s) + \frac{(P_s^2 + Q_s^2)|Z|^2}{V_s^2}. \quad (3-27)$$

反向潮流方程为

$$P_s = P_{s+1} + R \frac{P_r^2 + Q_r^2}{V_r^2} + P_{Lr}, \quad (3-28)$$

$$Q_s = Q_{s+1} + X \frac{P_r^2 + Q_r^2}{V_r^2} + Q_{Lr}, \quad (3-29)$$

$$V_s^2 = V_r^2 + 2(RP_r + XQ_r) + \frac{(P_r^2 + Q_r^2)|Z|^2}{V_r^2}. \quad (3-30)$$

对于辐射状或弱网状结构的电力系统网络，电压降落的纵向与横向方程式如公式 (3-31) 至 (3-34) 所示，可以计算正向过程中节点电压的幅值与相位角。支路功率以及相应的功率损耗会在后向过程中不断更新。

$$DV' = \frac{RP_s + XQ_s}{V_s}, \quad (3-31)$$

$$DV'' = \frac{XP_s - RQ_s}{V_s}, \quad (3-32)$$

$$V_r = \sqrt{(V_s - DV')^2 + DV''^2}, \quad (3-33)$$

$$d_r' = d_s' \tan^{-1}\left(\frac{DV''}{V_s - DV'}\right). \quad (3-34)$$

实际的潮流计算结果将于二阶锥松弛优化结果相对比，以确保算法的准确度。如果结果显示不准确，那么将利用剖切平面法在算法中加入额外的线性约束条件以确保精确的松弛结果，以便算法能够在 MOSEK 优化算法包中的迭代过程得到令人满意的优化解来。

### 3.2.2 仿真算例分析

在本文中，将基于一个 10 节点的简单电力网络结构来研究和测试算法的功能，并尝试提供对确保松弛结果准确性的条件的理解。考虑辐射状配电网络，其网络拓扑结构如图 3.4 所示：

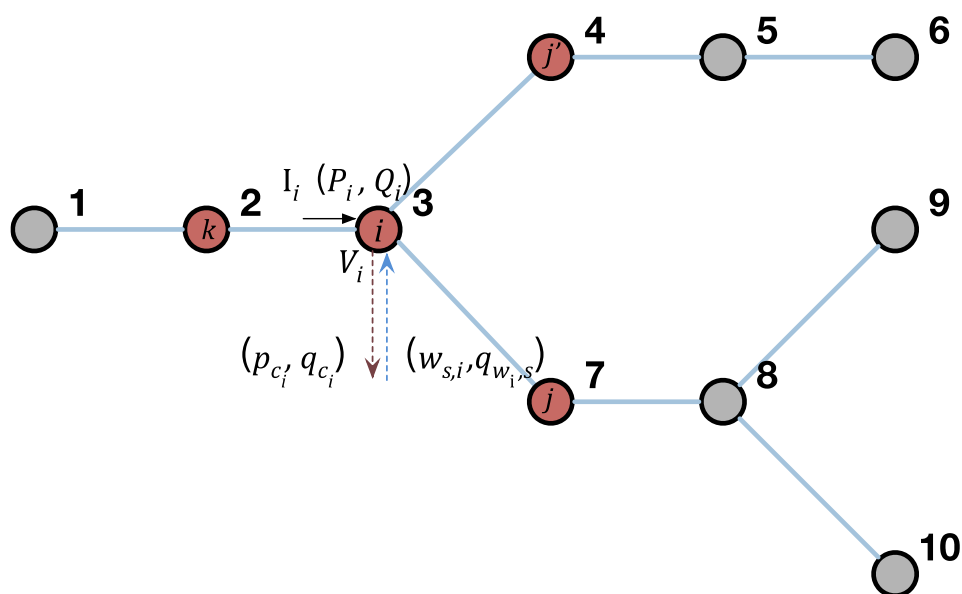


图 3.4 10 节点电力网络拓扑结构图

该 10 节点的网络的节点之间的连接关系与线路参数，以及有功与无功负荷参数如表 3-2 所示。注：图中参数数值为标么值。

表 3-2 测试系统的支路与节点参数

线路编号	$i$	$j$	$r_{ij}$	$x_{ij}$	$P_j^{load}$	$Q_j^{load}$
1	1	2	0.07882	0.04016	0.0168	$3 \cdot 10^4$
2	2	3	0.01072	0.03338	0.0197	$4 \cdot 10^4$
3	3	4	0.01829	0.06719	0.0186	$5 \cdot 10^4$
4	4	5	0.05393	0.04028	0.0162	$5 \cdot 10^4$
5	5	6	0.06239	0.07796	0.0150	$4 \cdot 10^4$
6	3	7	0.04172	0.00345	0.0277	$4 \cdot 10^4$
7	7	8	0.07030	0.04562	0.0223	$3 \cdot 10^4$
8	8	9	0.02258	0.00282	0.0297	$5 \cdot 10^4$
9	8	10	0.08972	0.05255	0.0262	$3 \cdot 10^4$

在本章中，主要分析不同容量的光伏系统或储能装置接入系统时对提出的基于二阶锥松弛的最优潮流算法结果准确性的分析。因此，在上述 10 节点的简单系统中提出四组不同的配置，如下表 3-3 所示

表 3-3 测试系统的不同配置组

参数	配置 1	配置 2	配置 3	配置 4
元件类型	光伏系统	光伏系统	储能装置	储能装置
节点标号	3	3	3	3
视在功率	0.2	2	0.2	1
最优设定点	0.2	2	-0.2	-1

为了更好的定性分析这个问题，定义了间隙函数  $Gap(\mathbf{x})$ ，表示二阶锥优化解与实际系统中物理潮流之间的差值，公式如下所示：

$$rGap(\mathbf{x}) = \sum_{j \in [1:N]} r_{ij} (\ell_j V_j^2 - (P_j^2 + Q_j^2))$$

分别将以上四组配置带入测试网络中计算最优潮流结果，为了分析各种目标函数的效果，将显示以下不同类型的结果。其中，表 3-4 表示各种目标函数和配置的最大间隙；表 3-5 表示各种目标函数和配置的最优注入有功功率；表 3-6 表示各种目标函数和配置的网络损耗。

表 3-4 各种目标函数和配置的最大间隙

最大间隙	配置 1	配置 2	配置 3	配置 4
网损最小	0	0	0	0
DG 利用率最高	0.01	0.12	0	0
综合考虑	0	0.10	0	0

表 3-5 各种目标函数和配置的最优注入有功功率

最优注入有功 功率	配置 1	配置 2	配置 3	配置 4
初始值	0.20	2.00	-0.30	-1.00
网损最小	0.17	0.17	0.19	0.19
DG 利用率最高	0.20	2.00	-0.23	-0.54
综合考虑	0.20	1.94	-0.23	-0.49

表 3-6 各种目标函数和配置的网络损耗

网络损耗	配置 1	配置 2	配置 3	配置 4
初始值	0.0028	0.4633	0.0527	0.5406
网损最小	0.0026	0.0026	0.0021	0.0021
DG 利用率最高	NA	NA	0.0427	0.2315
综合考虑	0.0028	NA	0.0427	0.1624

注：以上表格数据均为标么值。

分别将以上四组配置带入测试网络中计算最优潮流结果，将所得结果与传统的电力系统前推后移潮流法对比。可以得到各个节点在两组不同潮流计算结果下的电压分布图。因为配置 1 下的光伏容量比较小（ $P_{pv}=0.1$ ），在配置 1 下的电压分布情况如图 3.5 所示。有图可知，基于二阶锥松弛的最优潮流算法能够较好地得到满意的最优解，说明了最优算法仿真结果的准确性。

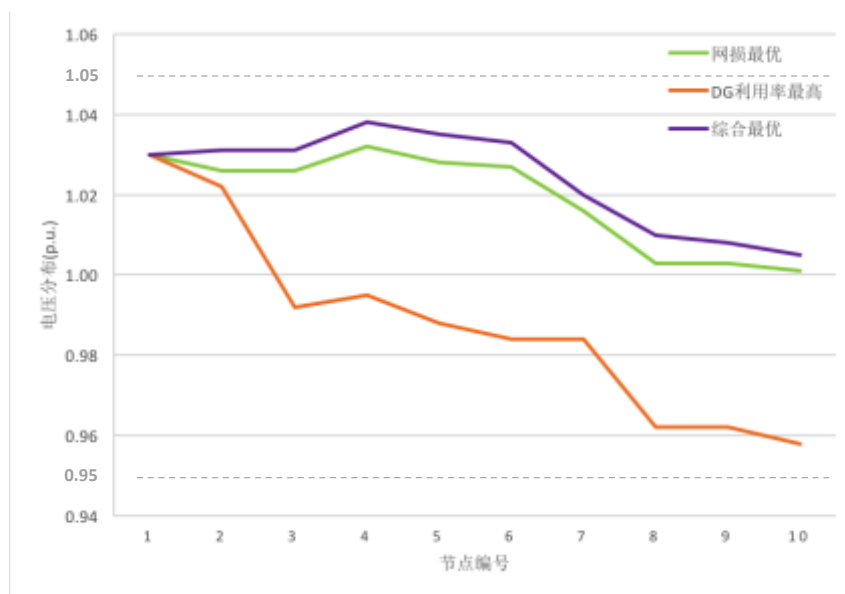


图 3.5 配置 1 下的电压分布情况

图 3.6 中如实线表示在每个节点松弛运行处的最佳电压，称为  $V_j^{SOC}$ ；图中虚线表示在最佳松弛值的有功与无功功率注入功率时每个节点处的电压，称为  $V_j^{PF}$ 。在配置 2 下 ( $P_{pv}=2$ ) 的电压分布情况，通过与传统前推后置潮流法所得的物理潮流结果对比，发生了电压越线的情况，说明优化解不准确。

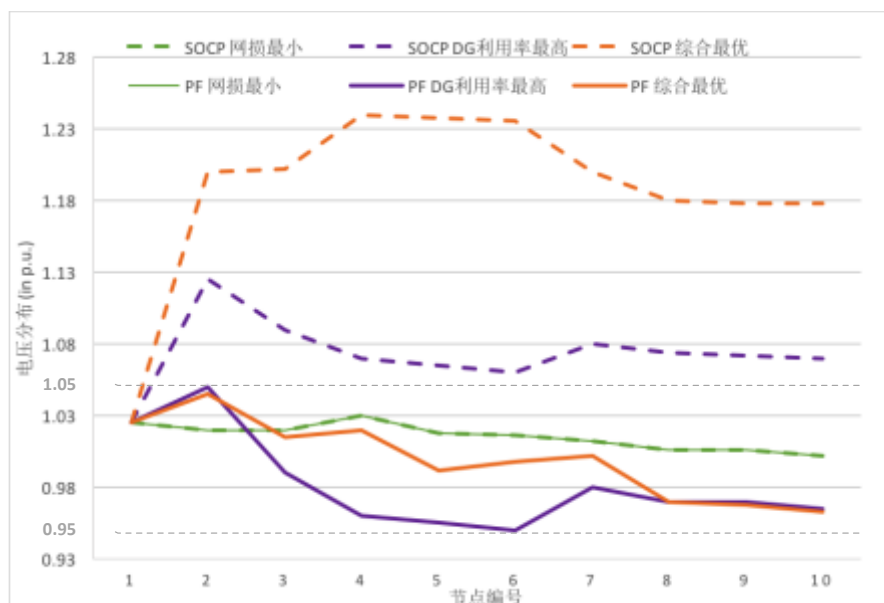


图 3.6 配置 2 下两种潮流电压分布对比情况



如图表首先可知，对于配置 1 和配置 3 其分布式接入容量较小，其优化结果与实际的物理潮流十分吻合，证明了优化算法的准确性。然而，在配置 2 和配置 4 大容量光伏系统或储能装置接入系统时，结果证明是不准确的。

正如对可行的最优潮流问题所预期的那样，在每种情况下的“网损最小”的目标函数的松弛结果是准确的。而且网络损耗在最优运行点的网络损耗实质上是远小于其初始值。但是值得注意的是，当采用网损最小的目标函数值时，为了满足最小网损的目标，光伏和储能功率的有功注入值被过多的削减。在配置 2 中 PV 已经被削减了 1.83 p.u.，而防止的损失（与其初始值相比）只有 0.46 p.u.。配置 4 也遭遇到同样的情况，其中储能能量被削减了 1.19 p.u.，而防止的损失只有 0.54 p.u.

而对于第二种目标函数提高 DG 的利用率，我们观察到两种不同的行为，当有功注入的设定点是正值时（即光伏发电，可视作为系统注入功率的），松弛结果是不准确的。而当注入的有功功率设定点为负值时（即充电储能，可视作为消耗系统的功率），松弛结果是准确的。使用第三种目标函数在配置 1 的松弛精度方面带来了积极的结果。虽然网损相比第一种目标函数增加了 0.0002p.u.，但是 DG 的利用率却提升了 0.03p.u.，因此在整体的能量效率方面仍然是改进的。

由上面的仿真结果可以看出电网运营者与 DG 运营者的利益可能是矛盾的，尽量减少目标函数和满足网络的约束之间也存在矛盾关系。在这种情况下，满足 DG 运营者的利益，例如最小化与功率设定点之间的距离可能会导致松弛结果的不准确。使用整体性的目标函数在平衡电网运营者和 DG 运营者的整体利益方面由明显的好处。

### 3.3 改进的基于二阶锥松弛最优潮流优化算法

由上节可知，通过检验松弛结果在不同条件下的准确性，通过与传统前推后置潮流法所得的物理潮流结果对比，发现当大容量的光伏元件或充放电储能接入系统中时，不能同时满足网损最小和可再生能源的利用最大化的优化目标，从而使得优化结果不准确。针对这种情况，引入了新的线性约束条件，通过迭代不断地在原

本的潮流算法中施加该约束条件，直到满足算法终止条件为止，过滤掉不收敛的优化点，结果证明了该算法能很好的保证优化算法的收敛性。

### 3.3.1 最优潮流改进算法

使用剖切平面法求解混合整数线性规划的基本原理可以追溯到 1958 年由学者 Gomory 首次提出该方法。其基本原理是求解原问题的松弛形式，如果松弛结果不准确，则在松弛过程中加入新的线性约束不等式，这样可以消除前求解问题的可行解集中不准确的点。然后不断地叠迭代该方法，并在每一步骤中加入新的剖切平面，直到满足终止条件为止。

接下来，会简单介绍剖切平面的基本定义。假设  $S$  是原问题中可行解的解集， $\tilde{S}_k$  是二阶锥松弛问题可行解集除去被第  $k$  步应用剖切平面而去除的不准确点集之后的解集， $k$  从 1 开始记起。此外，

$$rI(\mathbf{x}) = \mathring{a}_{j \in [1,J]} r_{ij} l_j \quad (3-35)$$

$$rL(\mathbf{x}) = \mathring{a}_{j \in [1,J]} r_{ij} \frac{P_j^2 + Q_j^2}{U_{ij}} \quad (3-36)$$

$$\dot{\mathbf{x}} = \arg \min_{\mathbf{x} \in S} \alpha \Delta(\mathbf{x}) + \beta rI(\mathbf{x}) \quad (3-37)$$

$$\tilde{\mathbf{x}}_k = \arg \min_{\mathbf{x} \in \tilde{S}_k} \alpha \Delta(\mathbf{x}) + \beta rI(\mathbf{x}) \quad (3-38)$$

之后，定义在第  $k$  步加入的剖切平面满足下面条件：

$$rI(\mathbf{x}) \leq rL(\tilde{\mathbf{x}}_{k-1}) \quad (3-49)$$

因为  $I(\mathbf{x})$  是优化过程得到的是支路电流值的平方， $L(\mathbf{x})$  是通过电流公式得到的实际电流值，通过迭代不断地在原本的优化潮流算法中施加该约束条件，直到满足算法终止条件为止，可以消除前求解问题的可行解集中不准确的点。

首先将剖切平面法应用到上述结果不准确的结果，通过重新不断的仿真迭代仿真，加入剖切平面法后的最优潮流模型的仿真过程流程图如下图所示：

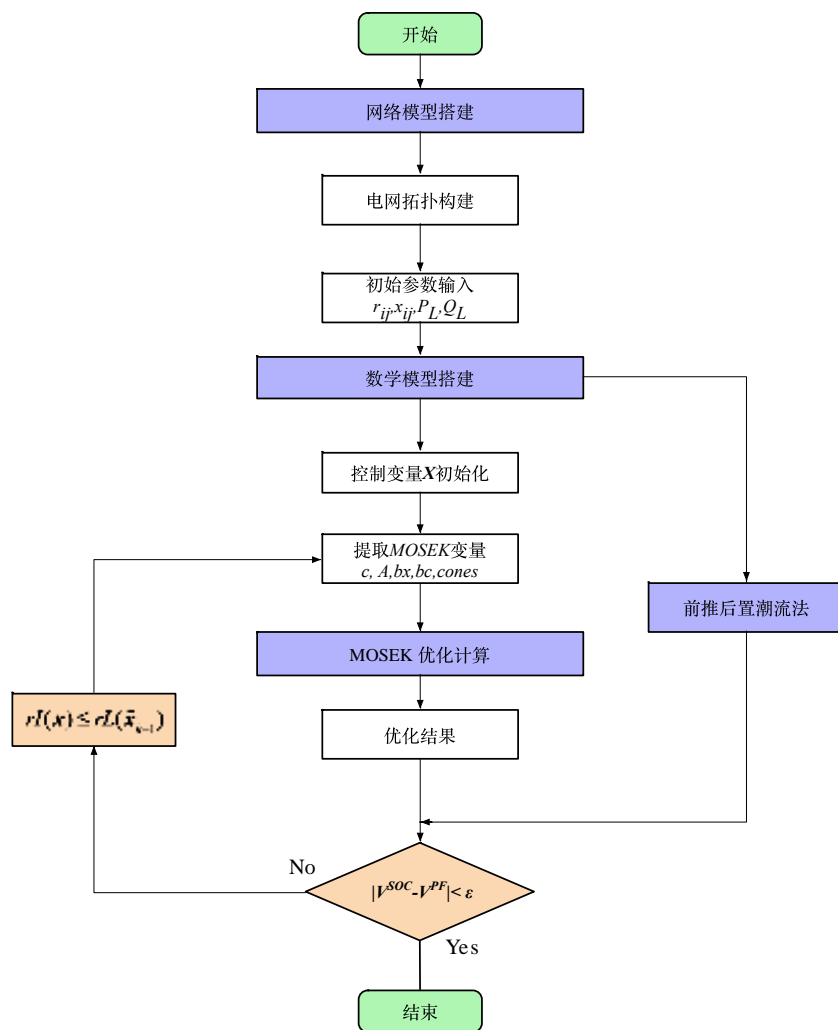


图 3.7 改进过的基于二阶锥松弛的最优潮流仿真流程图

在原先仿真模型的基础上，加入了一个判断语句，通过与传统前推后拉潮流法所得的物理潮流结果对比来检测松弛结果的准确性。若两者之间存在较大误差，即优化结果不准确，则在松弛过程中加入新的线性约束不等式，这样可以消除前求解问题可行解集的不准确点。然后不断地叠迭代该方法，并在每一步骤中加入新的剖切平面，直到满足终止条件为止。

通过重新不断的仿真迭代仿真，可以得到在不同迭代次数下最大间隙值，如下表所示：

表 3-7 不同迭代次数下的最大间隙值

迭代次数	1	5	10	15	20	25	30
最大间隙 $Gap(x)$	0.05	0.01	0.008	0.005	0.001	0.0005	0.0001
网损值	1.05	0.75	0.5	0.35	0.25	0.25	0.25
PV 削减量	0.05	0.4	0.7	0.9	1.05	1.05	1.05

注：表中数据为标么值。

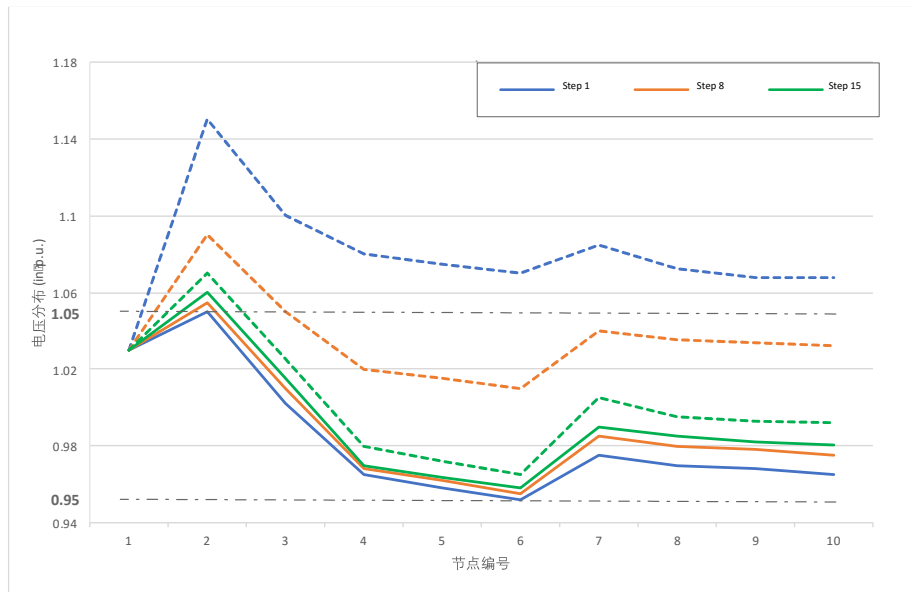


图 3.8 不同迭代次数下的节点电压分布

如图所示,由表 3-7 表示加入新的约束条件之后二阶锥优化解与实际系统中物理潮流之间的差值  $rGap(\tilde{x}_k)$ 、网损值和 PV 削减量随着迭代次数增多的变化。图 3.7 表示在不同迭代次数之后  $V_f^{SOC}$  和  $V_f^{PF}$  之间的相互关系。可以首先注意到  $rGap(\tilde{x}_k)$  随着迭代次数的不断增多,  $rGap(\tilde{x}_k)$  在连续一致地减少。从迭代步数 1 时的 0.05 降低到迭代步数 30 时的 0.0001; 同时也可以注意到,随着迭代次数的增多,网损值与 DG 与设定点的距离值在相互折中,从迭代步数 1 时的高网络损耗值 1.05、低 DG 损耗值 0.05 到迭代步数时呈现出相反的低网络损耗值 0.25、高 DG 损耗值 1.05。

同样地,通过对第 1、8 和 15 迭代次数的电压水平绘图,可以进一步证明算法的收敛性。与  $rGap(\tilde{x}_k)$  持续降低的趋势一致,我们注意到  $V_f^{SOC}$  和  $V_f^{PF}$  趋于彼此接近。但是,随着算法逐渐接近最优解,得到的解集却出现了过电压的现象。因此,在有

限步骤中获得的满足网络约束解决方案需要在最优解集的接近度和运营成本之间相互权衡。

### 3.4 本章小结

本章节详细介绍了所提出的二阶锥最优潮流问题的求解模型和仿真流程。并且验证了最优潮流算法在单时段下准确性。通过检验松弛结果在不同条件下的准确性，通过与传统前推后置潮流法所得的物理潮流结果对比，发现当大容量的光伏元件或充放电储能接入系统中时，不能同时满足网损最小和可再生能源的利用最大化的优化目标，从而使得优化结果不准确。在这种情况下，引入了新的线性约束条件，直到满足算法终止条件为止，结果证明了该算法能很好的保证优化算法的收敛性。

## 4 多时段下的随机最优潮流整体协调

本章在之前优化算法的基础上从单时段拓展到多场景下多时段的整体协调，针对提出的最优潮流求解算法进行了准确性分析。通过与传统前推后置潮流法所得的物理潮流结果对比，发现当大容量的光伏元件或充放电储能接入系统中时，不能同时满足网损最小和可再生能源的利用最大化的优化目标，然后利用剖切平面法对求解算法进行改进以确保优化结果的准确性。

### 4.1 引言

单时段下的优化潮流对调度解决方案中的网络约束进行建模，并在能源管理系统的发电控制功能中发挥了重要作用。然而，电力系统实际是一个动态变化的系统，各个时段之间相互影响。单个时段最优控制行为的简单总和并不能达到整个研究时段内的整体最优。因此，在最优潮流中考虑到与时间相关的约束，产生了动态最优潮流。由于发电端的爬坡斜率边界 (**generation ramp rate bounds**)以及发电最小启/停时间限制等时段间的约束条件存在，使得单时段的优化潮流发展为多时段的最优潮流。通常的做法是将时段间的约束包括在机组最优启停策略里，并且考虑到发电机组在随时能运行前所需要的准备时间，然后通过解决每个周期内静止的最优潮流问题来解决随后的调度计划。

然而，电池、飞轮和压缩空气等能量存储系统的出现使得发电调度与目前单时段的优化潮流不相容，这是由于储能装置是与时间间隔强耦合的。多时间耦合在最优潮流算法中的重要性及与储能装置在主动配电网中作用的评估直接相关。并网储能技术的潜在优势包括减缓对发配电能力的需求、改善负荷水平、为系统提供旋转备用，校正电网频率、电压和功率因数，以及通过帮助提升可再生能源的渗透率获得的间接环境效益。另外，储能装置的应用，由于可以减轻电网约束的限制，存储的能量可以用于缓解高峰时期的运行限制，减少电网对可再生能源的削减作用，同时反过来提升可再生能源的利用率。

迄今为止的方法大多假设有源注入功率是确定已知的，并且在整个反应控制周期内保持不变。然而，这种假设在未来具有更高可再生能源渗透率的配电网中并不现实。此外，通过日前市场在未来 24 小时内发出的电力调度。有功功率调整时实时时长在 5 到 10 分钟的时间内进行的。实时的或者以小时为计电力市场的有功调度还基于可调度发电机的发电成本和配电网内可再生能源的预测，还有与主电网之间的电力交换成本。

在绪论部分的研究现状里就分析到，传统的概率最优潮流仅仅只考虑了随机变量的概率分布而忽略了变量之间的相关性。而随机最优潮流在概率最优潮流模型的基础，还考虑了之前的系统状态而做决策，因此能够更佳准确地优化某些目标函数的期望值。事实上，多时段下的最优潮流问题已经被用于解决日前调度问题。其中，储能装置通常部署在含有可再生能源的网络中，而储能装置随着时间的推移传输电能的能力被证明是十分有用的。然而，光伏和储能仍需要进行特定建模，以确保多时段 OPF 在每个周期下均能达到网络平衡条件的同时，并能保持系统的安全稳定运行。

## 4.2 多时段下最优潮流仿真分析

一般来说，最优潮流常常用于电力系统的规划与调度上。用于运行和扩展规划的发电系统的评估传统上采用概率方法，其假定随机变量的随机独立性。对于含有分布式能源的配电网，且其发电情况是不确定的，需要提前预测从而调度。

### 4.2.1 随机最优潮流与确定性最优潮流算法流程图

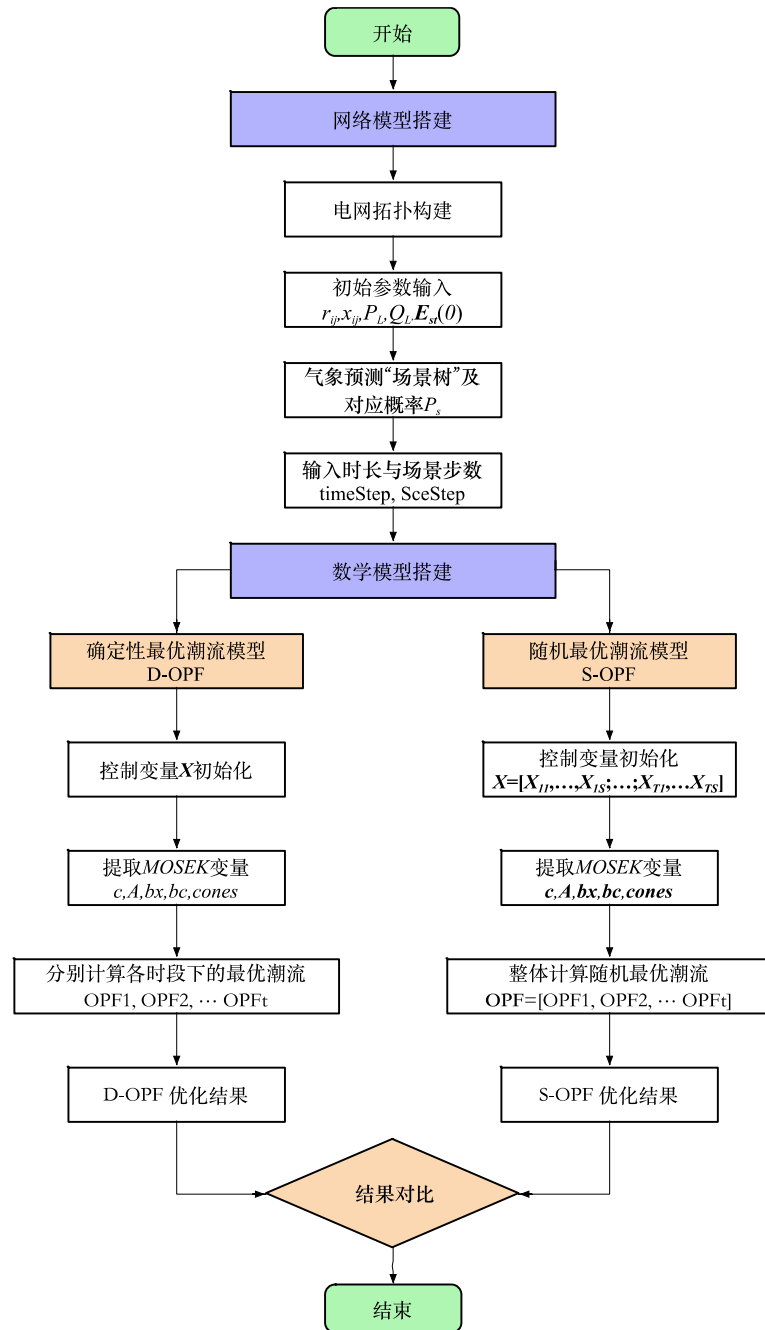


图 4.1 随机最优潮流与确定性最优潮流算法流程图

本章节分析的内容主要是基于多时段多场景下的随机最优潮流与传统的确定性最优潮流的对比。因此在上述的算法流程图的数学模型搭建之后出现了两种情形，确定性最优潮流模型（D-OPF）和随机最优潮流模型（S-OPF）。对于随机最优潮流



模型，这里提出的随机最优潮流模型定义的控制变量是从单时段扩展为  $n$  个时段， $s$  个场景，在数学模型构建方面，由于应用场景从单时段扩展为多场景下的多时段的最优潮流问题，将线性方程的系数提取出来，每个场景下的系数矩阵  $\mathbf{A}_{ij}$ ，对角化形成系数矩阵  $\mathbf{A}$ 。而储能容量方程可以近似为线性方程加入到系数矩阵  $\mathbf{A}$  中，储能系统由于持续充放电过程，可以看作耦合元件连接不同时段的状态。因此相应的 MOSEK 变量也需要提升为多时段多场景下的变量，具体变换如下所示：

1. 控制变量  $\mathbf{X}$ :  $\mathbf{X} = [\mathbf{X}_{11}, \dots, \mathbf{X}_{1s}; \dots; \mathbf{X}_{n1}, \dots, \mathbf{X}_{ns}]$ ;
2. 目标函数系数  $\mathbf{c}$ : 由于随机最优潮流综合计算多时段下的整体潮流，所以目标函数是在多时段下系网络损耗与可再生能源利用整体的最优值。目标函数系数同样考虑多时段下的影响， $\mathbf{c} = [c_{11}, \frac{1}{4}c_{1j}, \frac{1}{4}c_{1s}; c_{i1}, \frac{1}{4}c_{ij}, \frac{1}{4}c_{is}; c_{n1}, \frac{1}{4}c_{nj}, \frac{1}{4}c_{ns}]$ ;
3. 常数矩阵  $\mathbf{A}$ : 由于常数矩阵  $\mathbf{A}$  其属于稀疏的对角矩阵。对于多时段多场景 ( $S=3$ ) 下的常数矩阵  $\mathbf{A}$ ，分别将每个时段对应场景下的常数矩阵  $\mathbf{A}_{ij}$  分块对角化，而从形成新的矩阵，如下所示。

$$\mathbf{A} = \begin{bmatrix} \mathbf{A}_{11} & & & & & \\ & \mathbf{A}_{12} & & & & \\ & & \mathbf{A}_{13} & & & \\ & & & \ddots & & \\ & & & & \mathbf{A}_{i1} & \\ & & & & & \mathbf{A}_{i2} \\ & & & & & & \mathbf{A}_{i3} \\ & & & & & & & \ddots \\ & & & & & & & & \mathbf{A}_{n1} \\ & & & & & & & & & \mathbf{A}_{n2} \\ & & & & & & & & & & \mathbf{A}_{n3} \end{bmatrix}_{n \times 3}$$

4. 常数变量  $\mathbf{bc}$  和  $\mathbf{bx}$ : 对于多时段下的约束条件，每一时段下的约束条件均要分别满足各时段下的约束条件。

$$\begin{bmatrix} \frac{blc_1}{\dots} \\ \frac{blc_2}{\dots} \\ \vdots \\ \frac{blc_n}{\dots} \end{bmatrix} \leq \mathbb{A} \begin{bmatrix} X_1 \\ X_2 \\ \vdots \\ X_n \end{bmatrix} \leq \begin{bmatrix} \frac{buc_1}{\dots} \\ \frac{buc_2}{\dots} \\ \vdots \\ \frac{buc_n}{\dots} \end{bmatrix} \text{ 且 } \begin{bmatrix} \frac{blx_1}{\dots} \\ \frac{blx_2}{\dots} \\ \vdots \\ \frac{blx_n}{\dots} \end{bmatrix} \leq \begin{bmatrix} X_1 \\ X_2 \\ \vdots \\ X_n \end{bmatrix} \leq \begin{bmatrix} \frac{bux_1}{\dots} \\ \frac{bux_2}{\dots} \\ \vdots \\ \frac{bux_n}{\dots} \end{bmatrix}$$

所以有， $\mathbf{bc} = [bc_{11}, bc_{12}, bc_{13}^{1/4}, bc_{n1}, bc_{n2}, bc_{n3}]$ ;  $\mathbf{bx} = [bx_{11}, bx_{12}, bx_{13}^{1/4}, bx_{n1}, bx_{n2}, bx_{n3}]$ ; 同理可得，二阶锥集的 *cones* 矩阵， $\mathbf{socp} = [socp_{11}, socp_{12}, socp_{13}^{1/4}, socp_{n1}, socp_{n2}, socp_{n3}]$ 。

5. 存储容量  $E_{st}(\mathbf{t})$ : 考虑多个时段的情况允许适当的评估存储装置的影响，因为储能装置的充放电特性，是与时间间隔强耦合。由于考虑了多时段下的多场景情况，假设每个时段下电力网络的运行时相互独立的，而除了储能装置之外，其充放电特性应该是连续的，且是分别对于每种特定场景下具有时间连续性。由于约束条件（3-11）储能装置的容量变化  $E_{st}(\mathbf{t})$  是属于随时间而连续变化的，增加这组方程到原优化问题中，可以将其视为耦合因素，这对于评估储能元件在多时段运行下的技术约束和可能的益处是至关重要的。

#### 4.2.2 基于天气因素的多场景光伏出力的案例分析

本文采用决策树法（multi-scenario tree method）将光伏出力的不确定性模拟成有限个场景下的出力，在本文中光伏模型根据不同天气条件出力，假设三种天气状况，分别是晴天、阴天和雨天场景，每种场景下具有不同的发生概率。该模型的目标函数是在所有假设的光伏出力场景下，通过调节储能系统充放电功率和电源输出功率来使系统内网损的期望值最小，进行最优潮流计算，以期充分利用光伏的利用率最高。多场景模型的介绍框图如下所示：

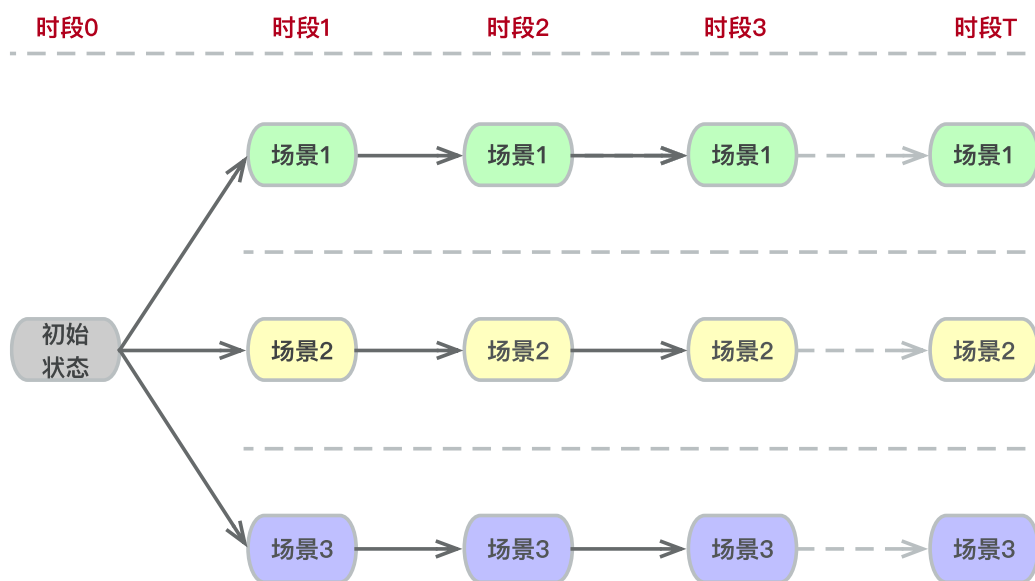


图 4.2 多场景模型介绍框图

在本文中，考虑辐射状的配电网络，其中集成了具有有功功率调节能力的 DG 元件。将电网的运行分为短时间间隔，每隔一段时间，配电网控制器将会收集节点有功注入，并且决定可控的 DG 元件的有功发电量。首先，对配网中各重要元件进行相应的线性化建模处理。由于太阳光照的不确定性，综合考虑了天气因素提出了多场景建模方式，从而光伏元件的功率输出被看作是一个随机因素。另外，储能系统的建模考虑了多时段的约束限制，电荷状态与储能容量与之前的充放电效率相关，其等效注入功率可正可负，随系统需求而改变。

太阳能光伏发电受天气因素影响，本文考虑太阳能光伏发电固有的不确定性，设立了三不同的天气情况，即晴天、阴天和雨天的发电情况。某地区一天内在不同天气状况下的典型的日照辐射如图所示：

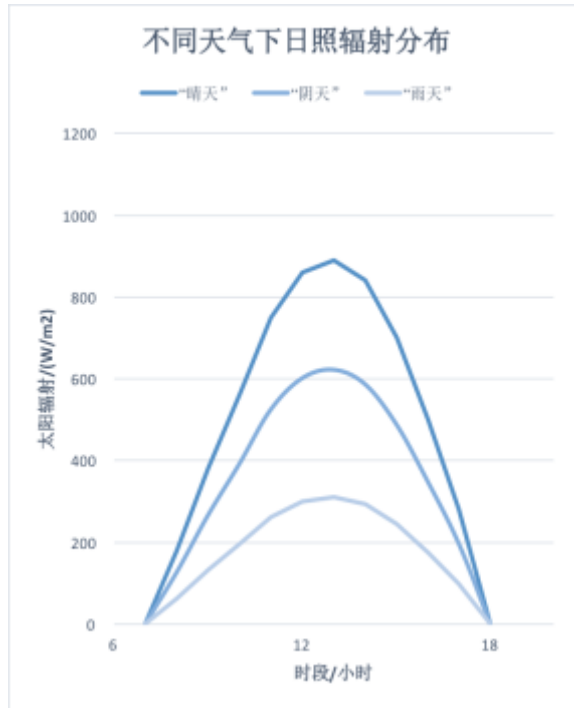


图 4.3 不同天气状况下典型日照辐射分布

辐射条件和天气状况的改变都可能导致光伏发电不足或者有时过剩。因此，假设节点  $i$  处的光伏阵列在场景  $m$  中产生的实际功率由  $P_{i,pv}$  表示，其中  $M$  个可能场景下的有限集合中取值  $m \in \mathcal{M} = \{1, 2, \dots, M\}$ ，该数值取值于可能的天气状况，例如晴天、阴天和雨天，每个可能场景下的发生概率分别为  $\pi^m$ 。

选取在 IEEE-9 节点系统中安装在节点 4 中加入一个光伏阵列，可以基于上述太阳辐射分布来预测光伏阵列在天气条件下的最高发电情况。关于随机规划中每种场景发生概率的权重，应给予适当的取值结果。而基于场景的随机最优潮流和传统的确定性最优潮流是通过场景发生概率的不同而相互区分的。

注：表中数据是光伏阵列额定功率的取值百分比。

表 4-1 不同天气状况下的光伏发电量

光伏发电/%	时段 1	时段 2	时段 3	时段 4	时段 5
晴天	38	75	89	70	20
阴天	10	28	76	58	16
雨天	8	28	38	26	10

然后，将对这些情况分别进行测试。将电力系统中随机最优潮流与传统的确定性最优潮流的结果在半天 12 个小时内进行比较，间隔为每 2 小时一次。另外，认为节点电压幅值的上下限分别为 0.95 和 1.05。

对于多场景情况，光伏产量由三种天气模式组成，每种天气模式各有不同的概率。在这里研究的目标函数是线损率，可以通过取值百分比来定义。

$$D(x) = r(aI_{s1}^2 + bI_{s2}^2 + gI_{s3}^2)$$

例如，一个阳光明媚天将基于天气预测的基础上，分别由三个场景组成：晴天、阴天和雨天，每种场景下的发生概率分别是  $\alpha$ ,  $\beta$ ,  $\gamma$ 。如图表 3 所示，考虑了多种不同天气模式的情况。

表 4-2 考虑了多种不同天气模式的情况

案例	$\alpha$	$\beta$	$\gamma$
“随机”晴天 (Case 1)	60%	30%	10%
“随机”阴天 (Case 2)	10%	60%	30%
“随机”雨天 (Case 3)	10%	30%	60%
“确定”晴天 (Case 4)	100%	0%	0%
“确定”阴天 (Case 5)	0%	100%	0%
“确定”雨天 (Case 6)	0%	0%	100%

基于概率的最优潮流与确定性潮流的最大区别在于，确定性潮流在计算最优潮流时实际上分析的是最有可能（即最大发生概率下的）天气情况下的最优潮流，例如当晴天、阴天、雨天下发生概率分别为 60%、30%、10%时，其带入计算时只考虑最大概率的天气状况即晴天下的发电状况，从而忽略了小概率事件影响，这样当实际天际状况为阴天、雨天时，会给预测结果带来较大的误差。

### 4.2.3 仿真案例分析

可以通过简单的案例分析对确定性最优潮流和基于情景下的最优潮流进行比较。确定性 OPF 中的差异实际上仅基于最可能的天气条件的概率来计算最优潮流，并且基于场景的 OPF 计算了所有场景下的最优潮流。例如，如果晴天、半阴天和多

云的预测发生概率分别为 60%, 30%和 10%, 则确定性 OPF将固定输入为晴天场景下参数，从而忽略小概率事件的影响。然而，如果实际天气条件是阴天或雨天（这两种情况仍然占发生概率的 40%），这样计算可能导致结果的误差将会非常大。

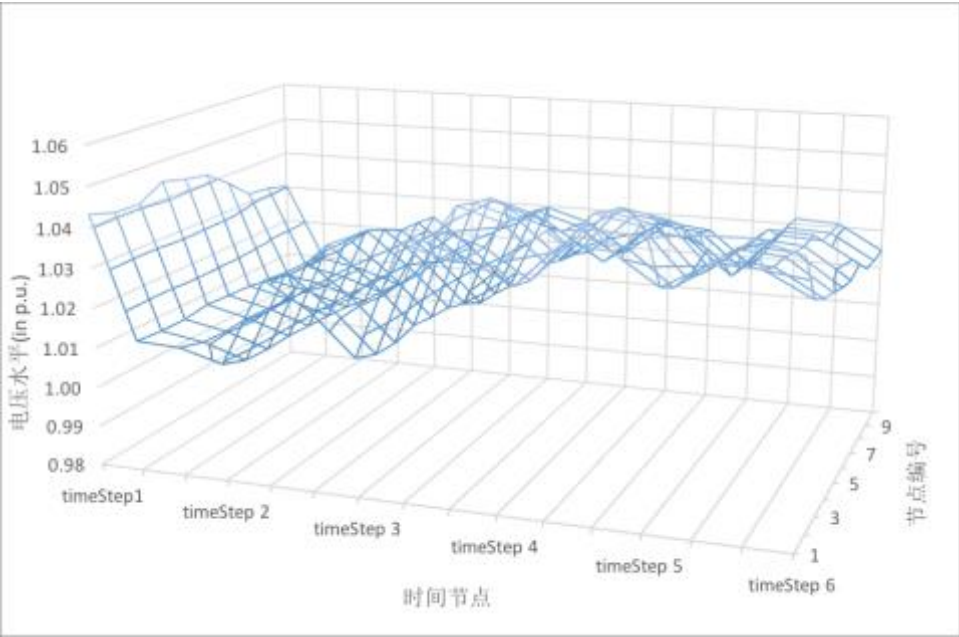


图 4.4 各时段电压分布图

各节点在各时段下的电压分布可见图 4.4，从图可知道节点电压大部分大于 1.0 p.u.，说明多时段下算法也能够满足多时段下的正常运行条件。接下来，对比分析确定性最优潮流和基于情景下的最优潮流下的网络损耗情况。

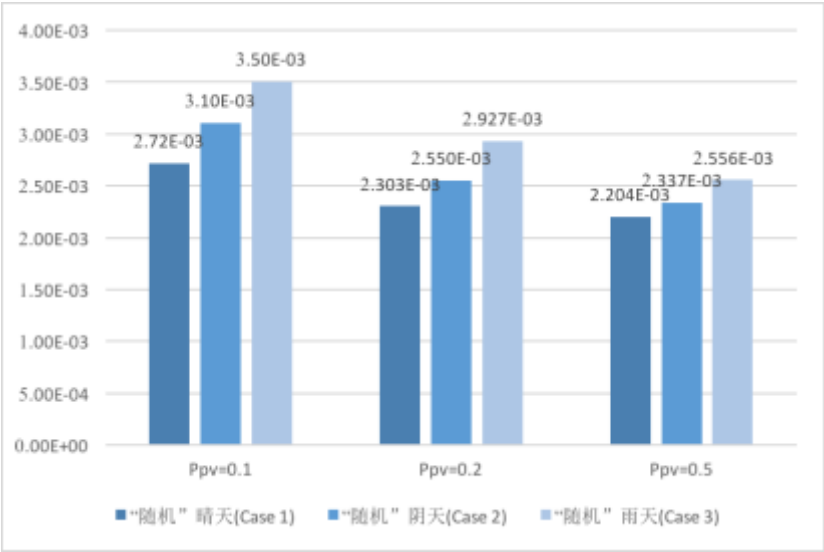


图 4.5 随机最优潮流在不同光伏条件下的网络损耗

随机最优潮流在不同光伏条件下的网络损耗结果如图 4.4 所示，首先可以指出，对于不同的光伏安装值，例如当  $P_{pv}=0.1$  p.u 时，“随机”晴天（Case1）下的网络损耗 2.72e03 最小、“随机”雨天（Case 3 下的网络损耗 3.50e-03 是三种情形下最高，这是因为“随机”晴天中的光伏发电量要高于“随机”雨天下的光伏发电量。

$P_{pv} = 0.2$  p.u 的网络损耗整体上小于  $P_{pv} = 0.1$  的线路损耗，这意味着 PV 的安装有利于减少系统线路损耗。然而，随着光伏发电值越来越高，当  $P = 0.5$  时，线路损耗的下降变化幅度变小，甚至可能产生反向潮流，结果导致网络损耗反而升高。

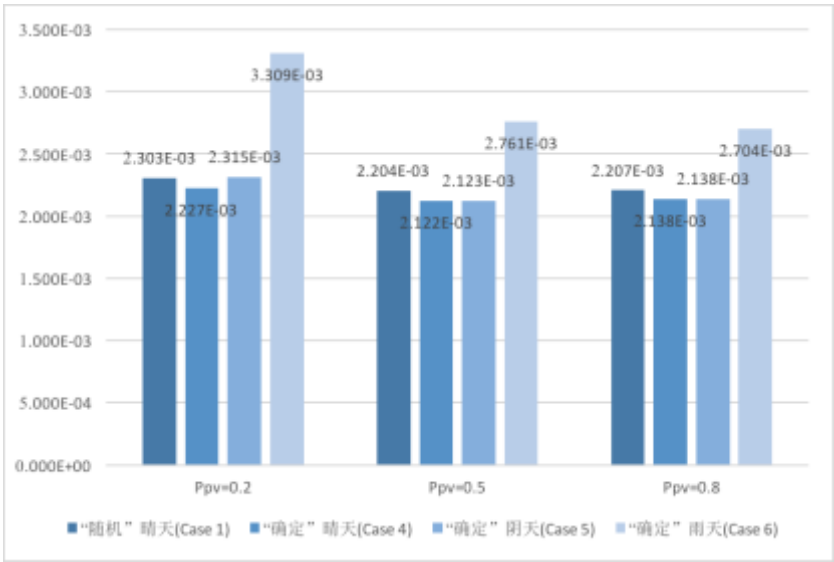


图 4.6“随机”晴天与确定最优潮流的网络损耗对比

上图是随机最优潮流与确定最优潮流下网络损耗对比，“随机”晴天（Case 1）是由三种不同场景的天气状况构成，分别是占比 60%的晴天，30%的阴天以及 10%的雨天，而确定性则只考虑某一种特定天气下进行潮流计算。由上图可知，当  $P_{pv} = 0.2$  p.u 时，“随机”晴天（Case1）的网络损耗为 2.303e-03，只比“确定”晴天（Case 4 下网络损耗 2.227e03 高出了 3.3%，和“确定”阴天（Case5）下的网络损耗 2.315E03 基本持平，而和“确定”雨天（Case1）下的网络损耗 3.309e-03 要少了 43.7%

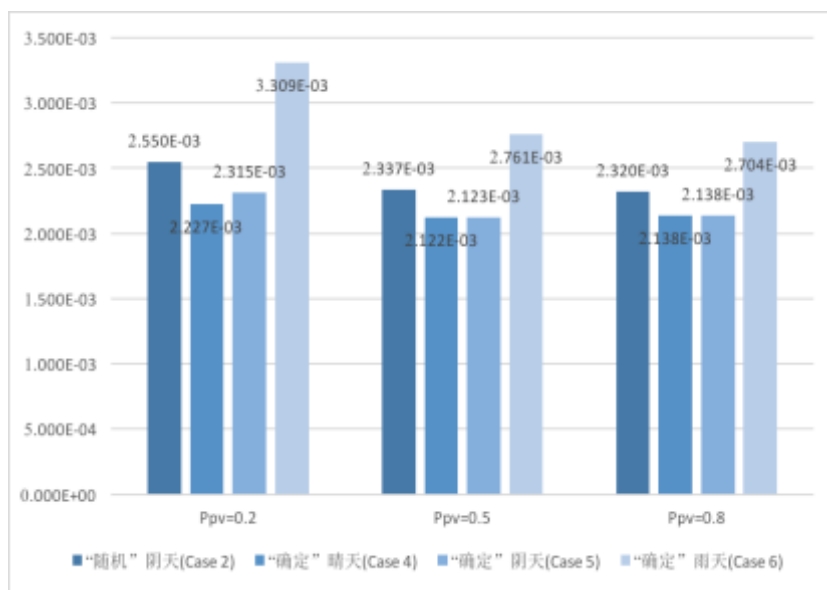


图 4.7“随机”阴天与确定最优潮流的网络损耗对比

如图 4.6 是“随机”阴天与确定最优潮流下网络损耗对比，“随机”阴天（Case 2）是由三种不同场景的天气状况构成，分别是占比 10%的晴天，60%的阴天以及 30%的雨天，而确定性则只考虑某一种特定天气下进行潮流计算。由上图可知，当  $P_{pv} = 0.2$  p.u 时，“随机”阴天（Case2）的网络损耗为  $2.550\text{E-}03$ ，比“确定”晴天（Case 4）下网络损耗  $2.227\text{E}03$  高出了 12.7% 和“确定”阴天（Case5）下的网络损耗  $2.315\text{E}03$  高出了 9.2%，而和“确定”雨天（Case1）下的网络损耗  $3.309\text{E-}03$  要少了 29.8%

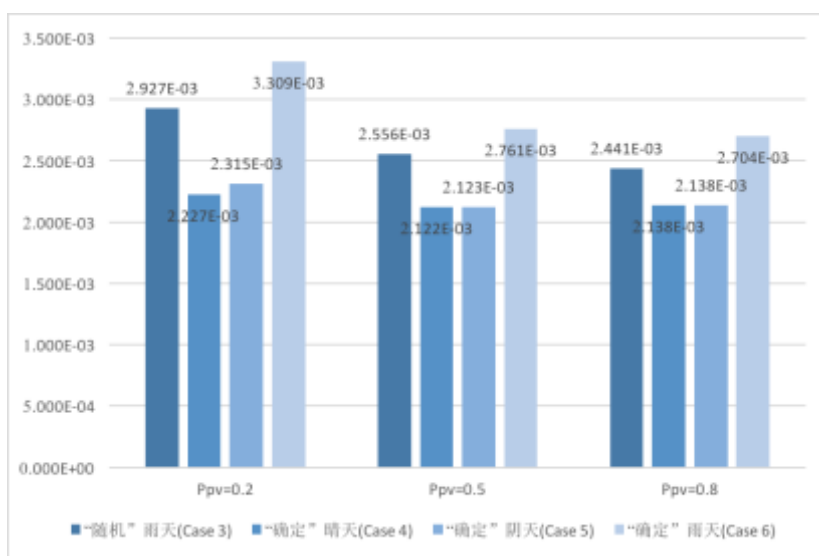


图 4.7“随机”雨天与确定最优潮流的网络损耗对比



如图 4.7 是“随机”雨天与确定最优潮流下网络损耗对比，“随机”雨天（Case 3 是由三种不同场景的天气状况构成，分别是占比 10%的晴天，30%的阴天以及 10%的雨天，而确定性则只考虑某一种特定天气下进行潮流计算。由上图可知，当  $P_{pv} = 0.2$  p.u 时，“随机”阴天（Case2）的网络损耗为  $2.9270e-03$ ，比“确定”晴天（Case 4 下网络损耗  $2.227e03$  高出了 23.9%；和“确定”阴天（Case5）下的网络损耗  $2.315E03$  高出了 20.9%，而和“确定”雨天（Case1）下的网络损耗  $3.309e-03$  要少了 13.1%；

### 4.3 本章小结

本章在之前优化算法的基础上从单时段拓展到多场景下多时段的整体协调。首先对配网中各重要元件进行相应的线性化建模处理。由于太阳光照的不确定性，综合考虑了天气因素提出了多场景建模方式，从而光伏元件的功率输出被看作是一个随机因素。另外，储能系统的建模考虑了多时段的约束限制，电荷状态与储能容量与之前的充放电效率相关，其等效注入功率可正可负，随系统需求而改变。

在数学模型构建方面，由于应用场景从单时段扩展为多场景下的多时段的最优潮流问题，将线性方程的系数提取出来，每个场景下的系数矩阵  $A_{ij}$ ，对角化形成系数矩阵  $A$ 。而储能容量方程可以近似为线性方程加入到系数矩阵  $A$  中，储能系统由于持续充放电过程，可以看作耦合元件连接不同时段的状态。

算例分析在 10 节点的辐射性网络中测试该算法的性能。通过对比确定性最优潮流和随机最优潮流，研究了二阶锥松弛随机最优潮流在配电网日前调度、实时运行和控制等领域的算法准确度和收敛速度，具有较强的实际应用价值。

## 5 总结与展望

### 5.1 总结

针对含随机电源配电网最优潮流规划与建模问题，本文研究开发了基于二阶锥松弛的最优潮流模型，详细介绍了对优化问题的建模过程与编程算法，所提优化算法成功应用于一种具有线性剖切平面的凸松弛算法，并且应用于多场景下的光伏分析。此外，通过比较二阶锥松弛结果与电力系统传统的前推后置潮流法所获得的结果，验证了算法的准确性，并且还通过不断地迭代添加线性不等式，除去了不准确的最优点，从而使松弛结果是整体最优的。最后，将提出的最优潮流算法应用于多时段下，应用多场景模型下明确表示了光伏发电的间歇性特征来计算最优潮流。模拟结果表明，虽然基于“随机”天气下的网络损耗要略高于“确定”晴天下的，但大大少于“确定”雨天的网络下的网络损耗值，说明了随机最优潮流在电力预测方面要明显比确定最优潮流更优。

本文的主要研究工作与成果如下：

（1）阐述了最优潮流问题的数学难点和求解方法，并基于不同网络拓扑结构和潮流求解模型的区别，建立了用二阶锥模型对数学问题进行松弛优化的方法；

（2）详细介绍了所提出的二阶锥最优潮流问题的求解模型和仿真流程。通过编程建模环境基于 R 语言下的商业优化算法包 MOSEK 得到最优潮流的最优解；

（3）针对提出的最优潮流求解算法进行了准确性分析。通过与传统前推后置潮流法所得的物理潮流结果对比，发现当大容量的光伏元件或充放电储能接入系统中时，不能同时满足网损最小和可再生能源的利用最大化的优化目标，然后利用剖切平面法对求解算法进行改进以确保优化结果的准确性；

（4）在之前优化算法的基础上从单时段拓展到多场景下多时段的整体协调。综合考虑天气因素下的多场景建模方式、储能系统的能量协调作用，多时段下随机最优潮流和确定性潮流进行了对比分析。

## 5.2 展望

今后的工作将主要集中于两个方面：

第一，通过引入更加准确的电池仿真模型、以及电池充电或放电的速率约束来捕获电池的充放电情况，从而更加充分地表征储能系统对于电力系统随机最优潮流动态变化的影响。

第二，为了更好地理解给定问题的特性与所提出的最优潮流算法的计算能力之间的联系，我们会通过扩展研究案例的规模以及相应求解时段的时长来更加准确的模拟现实生活中电力网络的规划与调度问题。

## 致 谢

时光荏苒，白驹过隙。三年研究生生活已悄然临近尾声，这段忙碌而充实的时间将会成为我永远难忘的宝贵经历。

首先感谢我的导师林湘宁教授，本文的撰写是在林老师的精心指导下完成，从论文的选题以至最终的修改，林老师均细心地给出了专业、详尽的意见；且读研三年中，林老师严谨的学术思维、认真的工作态度以及积极进取的精神给了我深刻的影响，督促着我的进步。

感谢中欧清洁与可再生能源学院（ICARE）录取我成为新能源科学与工程专业2014级的研究生，在可再生能源课程的过程中，大大拓宽了我的国际视野，让我有机会见到许多来自欧洲优秀的教授，并且走出国门在法国学习交流了一年。

特别感谢 Mines ParisTech南法实验室的 Etta GroveSilva 博士和 Robin Rirard 教授对我实习项目的指导与支持，非常耐心地帮助和鼓励让我在电力系统随机编程算法上得到飞快地进步。

感谢这三年在武汉、法国巴黎和尼斯遇见的每一个朋友，和你们一起学习、生活和科研的经历，让我的生活更加的充实和精彩，是你的陪伴给了我克服困难的勇气和信心。特别感谢 234 室的室友昕宇、葛江和剑青；一起出国的小伙伴梦磊、儒浦和杨涛；巴黎的小伙伴 Niccolo 和 Soraya 尼斯的小伙伴 Paul 和 Etta。

最后，感谢我亲爱的父母，多年来你们的付出与包容让我成长，你们的关心和鼓励是我不断前行的动力，我爱你们。

陈乐

2017-4-10

## 参考文献

- [1] 国家可再生能源中心. 2015中国可再生能源产业发展报告[M]. 北京: 中国经济出版社, 2015;
- [2] 康龙云, 郭红霞, 吴捷, 等. 分布式电源及其接入电力系统时若干研究课题综述[J]. 电网技术, 2010, 34(11): 4347
- [3] 赵俊华, 文福拴, 杨爱民, 等. 电动汽车对电力系统的影响及其调度与控制问题[J]. 电力系统自动化, 2011, 35(14): 210, 29.
- [4] 吴义纯, 丁明, 张立军. 含风电场的电力系统潮流计算[J]. 中国电机工程学报, 2005, 25(4): 3640
- [5] 马力克. 间歇式可再生能源分布式发电对配电系统的影响研究[D]. 天津: 天津大学博士学位论文, 2006.
- [6] 尤毅, 刘东, 于文鹏, 等. 主动配电网技术及其进展[J]. 电力系统自动化, 2012, 36(18): 1016.
- [7] 赵波, 王财胜, 周金辉, 等. 主动配电网现状与未来发展[J]. 电力系统自动化, 2014, 38(18): 124-135.
- [8] 高红均, 刘俊勇, 沈晓东, 徐芮. 主动配电网最优潮流研究及其应用实例[J/OL]. 中国电机工程学报
- [9] 刘杨华, 吴政球, 涂有庆, 等. 分布式发电及其并网技术综述[J]. 电网技术, 2008, 32(15): 71-76
- [10] 杨晓梅, 张勇. 配电管理系统中的需求侧管理[J]. 电力需求侧管理, 2002, 4(1): 20-23.
- [11] 刘正谊, 谈顺涛, 曾祥君, 等. 分布式发电及其对电力系统分析的影响[J]. 华北电力技术, 2004, 10(4): 18-20, 23
- [12] Carpentier J. Contribution à l'étude du Dispatching Economique. Bulletin de la Société Française des Electriciens, 1962, (3): 431~447
- [13] 丁晓莺, 王锡凡. 最优潮流在电力市场环境下的最新发展[J]. 电力系统自动化, 2002, 26(13): 47.

- [14]M. Baradar and M. R. Hesamzadeh, "A stochastic SOCP optimal power flow with wind power uncertainty," 2014 IEEE Power & Energy Society General Meeting, pp. 1–5, 2014.
- [15]A. Papavasiliou, S. S. Oren, and R. P. O'Neill, "Reserve Requirements for Wind Power Integration: A Scenario-Based Stochastic Programming Framework," 2004 International Conference on Probabilistic Methods Applied to Power Systems, vol. 26, no. 4, pp. 2197–2206, 2011.
- [16]刘天琪. 现代电力系统分析理论与方法[M]. 中国电力出版社, 2007.
- [17]刘晓东. 常见最优潮流算法分析[J]. 科技信息, 2009(2):8586.
- [18]赵冬梅, 卓峻峰. 电力系统最优潮流算法综述[J]. 现代电力, 2002, 19(3):284.
- [19]陈海焱, 陈金富, 段献忠. 含分布式电源的配电网潮流计算[J]. 电力系统自动化, 2006, 30(1): 3541
- [20]鄢长春, 张焰, 陈章潮. 基于节点注入电流模型的配电网潮流算法[J]. 电力系统自动化, 1999, 23(7):31-34.
- [21]赵晋泉, 侯志俭, 吴际舜. 改进最优潮流牛顿算法有效性的对策研究[J]. 中国电机工程学报, 1999, 19 (12): 70-75
- [22]Dommel H W, Tinney W F. Optimal Power Flow Solutions. IEEE Trans. on Power Apparatus and Systems, 1968, 87 (10): 1866~1876
- [23]郝玉国, 张靖, 于尔铿, 等. 最优潮流的实用化研究[J]. 中国电机工程学报, 1996, 16(6) :388-392
- [24]刘学东, 王磊, 余耀. 最优潮流改进简化梯度法的研究及应用[J]. 山东电力技术, 2003(11): 1922
- [25]Sun D I, Ashley B, Brewer B, Hughes A, Tinney W F. Optimal Power Flow by Newton Approach. IEEE Trans. on PAS, Oct. 1984; 103(10) : 2864~2880
- [26]Maria G A, Findlay J A. A Newton Optimal Power Flow Program for Ontario Hydro EMS [J]. IEEE Trans on PAS, 1987, 2(10) : 5784
- [27]郝玉国, 刘广一, 于尔铿. 一种基于 Karmarkar内点法的最优潮流算法[J]. 中国电机工程学报, 1996(6):409-412.

- [28]B. Borkowska, “Probabilistic Load Flow,” IEEE Transactions on Power Apparatus and Systems, vol. 93, no. 5, pp. 752-759, May 1974.
- [29]M. Madrigal, K. Ponnambalam, and V. H. Quintana, “Probabilistic optimal power flow,” presented at the Conference Proceedings. IEEE Canadian Conference on Electrical and Computer Engineering (Cat. No.98TH8341, 1998, vol. 1, pp. 385-388 vol.1.
- [30]王成山, 郑海峰, 谢莹华,等. 计及分布式发电的配电系统随机潮流计算[J]. 电力系统自动化, 2005, 29(24):3914.
- [31]董雷, 程卫东, 杨以涵. 含风电场的电力系统概率潮流计算[J]. 电网技术, 2009, 33(16):8791.
- [32]A. Schellenberg, W. Rosehart, and J. Aguado, “Cumulant-Based Probabilistic Optimal Power Flow (POPF),” 2004 International Conference on Probabilistic Methods Applied to Power Systems, vol. 20, no. 2, pp. 411-416, 2004.
- [33]A. Schellenberg, W. Rosehart, and J. Aguado, “Cumulant-Based Probabilistic Optimal Power Flow (POPF) With Gaussian and Gamma Distributions,” 2004 International Conference on Probabilistic Methods Applied to Power Systems, vol. 20, no. 2, pp. 773-781, 2005.
- [34]G. Verbic, A. Schellenberg, W. Rosehart, and C. A. Canizares, “Probabilistic Optimal Power Flow Applications to Electricity Markets,” presented at the 2006 International Conference on Probabilistic Methods Applied to Power Systems, 2006, pp. 1-6.
- [35]G. Verbic and C. A. Canizares, “Probabilistic Optimal Power Flow in Electricity Markets Based on a Two-Point Estimate Method,” 2004 International Conference on Probabilistic Methods Applied to Power Systems, vol. 21, no. 4, pp. 1883, 2006.
- [36]X. Li, Y. Li, and S. Zhang, “Analysis of Probabilistic Optimal Power Flow Taking Account of the Variation of Load Power,” 2004 International Conference on Probabilistic Methods Applied to Power Systems, vol. 23, no. 3, pp. 992, 2008.
- [37]杨家豪, 欧阳森, 吴裕生,等. 计及风-储联合系统概率模型的配电网随机潮流[J]. 电网技术, 2016, 40(1):23-41.

- [38]A. Hoese and F. Garcés, “Stochastic correlated simulation: an extension of the cumulant method to include time-dependent energy sources,” *International Journal of Electrical Power and Energy Systems*, vol. 21, no. 1, pp. 221-1999.
- [39]Y. Aliari and A. Haghani, “Planning for integration of wind power capacity in power generation using stochastic optimization,” *Renewable and Sustainable Energy Reviews*, vol. 59, pp. 907-19, 2016.
- [40]G.-C. J. Sebastián, C. J. Alexander, and E. Mauricio, “Stochastic AC Optimal Power Flow Considering the Probabilistic Behavior of the Wind, Loads and Line Parameters,” *Ingeniería Investigación y Tecnología*, vol. 15, no. 4, pp. 523-38, Oct. 2014.
- [41]M. Vrakopoulou, K. Margellos, J. Lygeros, G. x00F6, and R. Andersson, “A probabilistic framework for security constrained reserve scheduling of networks with wind power generation,” presented at the Energy Conference and Exhibition (ENERGYCON), 2012 IEEE International, 2012, pp. 455-7.
- [42]T. Summers, J. Warrington, M. Morari, and J. Lygeros, “Stochastic optimal power flow based on convex approximations of chance constraints,” presented at the Power Systems Computation Conference (PSCC), 2014, 2014, pp. 1.
- [43]Z. Hu, X. Wang, and G. Taylor, “Stochastic optimal reactive power dispatch: Formulation and solution method,” *International Journal of Electrical Power and Energy Systems*, vol. 32, no. 6, pp. 603-1, Jul. 2010.
- [44]刘明波, 简淦杨, 董萍. 孤岛微电网的随机潮流计算[J]. 华南理工大学学报 (自然科学版), 2014, 42(4):1318.
- [45]易驰韡, 胡泽春, 宋永华. 考虑注入功率分布的随机最优潮流方法[J]. 电网技术, 2013, 37(2):363-71.
- [46]H. Zhang and P. Li, “Chance Constrained Programming for Optimal Power Flow Under Uncertainty,” *2004 International Conference on Probabilistic Methods Applied to Power Systems*, vol. 26, no. 4, pp. 2424-24, 2011.
- [47]H. Zhang and P. Li, “Probabilistic analysis for optimal power flow under uncertainty,” *IET Generation, Transmission & Distribution*, vol. 4, no. 5, pp. 553-561, 2010.



- [48]L. M. Kimball, K. A. Clements, and P. W. Davis, "Stochastic OPF via Bender's method," presented at the 2001 IEEE Porto Power Tech Proceedings (Cat. No.01EX502), 2001, vol. 3, p. 4 pp. vol.3.
- [49]G. Li and X. P. ZHANG, "Stochastic optimal power flow approach considering correlated probabilistic load and wind farm generation," presented at the IET Conference on Reliability of Transmission and Distribution Networks (RTDN 2011), 2011, pp. 47.
- [50]V. Kekatos, G. Wang, A. J. Conejo, and G. B. Giannakis, "Stochastic Reactive Power Management in Microgrids With Renewables," 2004 International Conference on Probabilistic Methods Applied to Power Systems, vol. 30, no. 6, pp. 3386-3395, 2015
- [51]R. A. Jabr, "Radial Distribution Load Flow Using Conic Programming," 2004 International Conference on Probabilistic Methods Applied to Power Systems, vol. 21, no. 3, pp. 1458-1459, 2006.
- [52]迟晓妮. 二次锥规划的算法研究[D]. 西安电子科技大学, 2008.
- [53]迟晓妮, 刘三阳, 李炳杰. 二次锥规划的不可行内点算法[J]. 兰州大学学报(自然科学版), 2007, 43(4):136-139.
- [54]常垚, 程林, 李洪涛,等. 基于半正定松弛最优潮流的主动配电网多源协调优化控制[J]. 电网技术, 2016, 40(8):2416-2422.
- [55]张立梅, 唐巍. 计及分布式电源的配电网前推回代潮流计算[J]. 电工技术学报, 2010, 25(8): 1231-1231
- [56]X. Bai, H. Wei, K. Fujisawa, and Y. Wang, "Semidefinite programming for optimal power flow problems," International Journal of Electrical Power and Energy Systems, vol. 30, no. 6, pp. 383-392, 2008.
- [57]J. Lavaei and S. H. Low, "Zero Duality Gap in Optimal Power Flow Problem," 2004 International Conference on Probabilistic Methods Applied to Power Systems, vol. 27, no. 1, pp. 92-107, 2012.
- [58]B. C. Lesieutre, D. K. Molzahn, A. R. Borden, and C. L. DeMarco, "Examining the limits of the application of semidefinite programming to power flow problems,"

- presented at the Communication, Control, and Computing (Allerton), 2011 49th Annual Allerton Conference on, 2011, pp. 1494-1499.
- [59] S. H. Low, "Convex Relaxation of Optimal Power Flow, Part I: Formulations and Equivalence," arXiv.org, vol. math.OC. 05May-2014.
- [60] S. H. Low, "Convex Relaxation of Optimal Power Flow, Part II: Exactness," arXiv.org, vol. math.OC. 05May-2014..
- [61] S. H. Low, "Convex relaxation of optimal power flow: A tutorial," IEEE transactions on Control of Network Systems, pp.1-51, 2013.
- [62] M. E. Baran, F. F. Wu. Network reconfiguration in distribution systems for loss reduction and load balancing[J]. IEEE Transactions on Power Delivery, 1989, 4(2): 1401-1407
- [63] 凌武能, 杭乃善, 兰飞. 求解最优潮流问题的混合线性锥规划法[J]. 中国电机工程学报, 2016(10):2632-2647.
- [64] 范金月. 基于扩展二次锥的电力系统无功规划研究[D]. 广西大学, 2014.
- [65] 鲍雨徽. 含 DG 和 EV 配电网的潮流分析与优化方法研究[D]. 广东工业大学, 2016.
- [66] 刘斌, 刘锋, 梅生伟,等. 基于二阶锥优化的含有载调压变压器主动配电网最优潮流[J]. 电力系统自动化, 2015(19):4047.
- [67] 刘一兵, 吴文传, 张伯明,等. 基于混合整数二阶锥规划的主动配电网有功-无功协调多时段优化运行[J]. 中国电机工程学报, 2014, 34(16):2572-2583.
- [68] 刘斌, 刘锋, 梅生伟,等. 基于二阶锥优化的含有载调压变压器主动配电网最优潮流[J]. 电力系统自动化, 2015(19):4047.
- [69] 郭小璇, 龚仁喜, 鲍海波,等. 含新能源电力系统机会约束经济调度的二阶锥规划方法[J]. 电力系统保护与控制, 2015, 43(22):8591.
- [70] 马静, 石建磊, 王桐,等. 基于二阶锥规划的光储系统功率平滑最优控制策略[J]. 电力系统保护与控制, 2013(6):5763.
- [71] 李洪美, 崔翰韬, 万秋兰. 考虑电动汽车充电策略的配网重构二阶锥规划模型[J]. 中国电机工程学报, 2015, 35(18):4674-4681.

## 附录 攻读硕士学位期间的科研成果和个人奖励

### 发表论文

1. Reliability and economic evaluation model of power distribution network under large-scale EV's access, IEEE International Future Energy Electronics Conference  
(接收待发表)

### 获得的奖励

1. 法国一年的学习奖励（中欧能源学院全额资助） 2015