

## Математические структуры. Домашнее задание 5.

Выполнил: Кузнецов Владимир Михайлович, БПМИ188.

---

**Задача 1.** Докажите, что существует такое неперечислимое множество, что его дополнение перечислимо.

---

▷ Изначально возьмём какое-то неперечислимое подмножество натуральных чисел (мы точно знаем, что оно есть):  $D \subset \mathbb{N}$ .

Тогда рассмотрим два подмножества  $\mathbb{N}$ :

1.  $A = \{2k : k \in D, 2k + 1 : k \notin D\}$ .
2.  $B = \{2k + 1 : k \in D, 2k : k \notin D\}$ .

Нетрудно заметить, что  $A \cup B = \mathbb{N}$ , но при этом  $A \cap B = \emptyset \Rightarrow \mathbb{N} \setminus A = B$ .

- Пусть  $A$  перечислимо, тогда будем его перечислять и пропускать все нечётные элементы. Чётные делить на 2 и выводить. Получили алгоритм перечисляющий  $D \Rightarrow A$  перечислимо.
- Пусть  $B$  перечислимо, тогда будем его перечислять и пропускать все чётные элементы. Из нечётных вычитать 1 и делить на 2, а после выводить. Получили алгоритм перечисляющий  $D \Rightarrow B$  перечислимо.

Следовательно,  $A$  и  $B$  неперечислимы, и  $B$  является дополнением  $A$ .  $\square$

---