

Майнор "Графы и Топология". Контрольная работа 2.

Выполнил: Кузнецов Володя БПМИ 188

Задача 1. Вычислите количество автоморфизмов графа $K_{3,3}$.

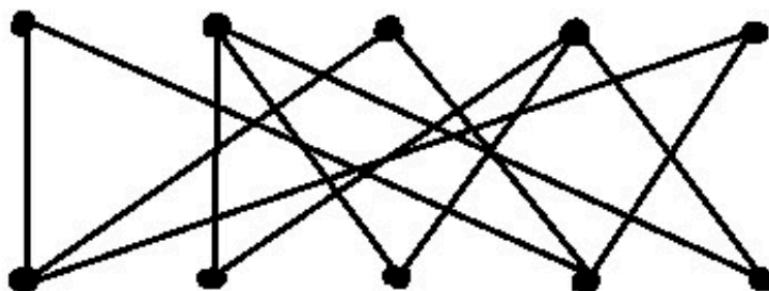
В двудольном графе имеем две половины (доли). Так как вершины из одних половин не соединены, то есть всего два вида автоморфизма — каждая половина переходит в себя или каждая половина переходит в другую половину.

Когда половина переходит в себя, то можем сделать любую перестановку из $3!$: три варианта выбрать первую вершину, два вторую и лишь один третью. При этом тоже самое происходит с другой половиной, там тоже $3!$ перестановок. Так что в этом случае имеем $3! \cdot 3! = 36$ автоморфизмов, которые не меняют половины местами.

Аналогично получаем, когда половины меняются местами \Rightarrow имеем ещё 36 автоморфизмов.

Тогда всего получаем $36 + 36 = 72$ автоморфизма.

Задача 2. Существует ли совершенное паросочитание в изображённом ниже графе?



Пронумеруем "верхние" (на рисунке) вершины слева направо: w_1, w_2, w_3, w_4, w_5 . А "нижние", тоже слева направо: v_1, v_2, v_3, v_4, v_5 . Теперь заметим, что множество $\{w_1, w_3, w_5\}$ соединено только с двумя уникальными вершинами: $\{v_1, v_4\}$, а это значит, что совершенного паросочитания в данном графе нет, так как нам известно, что $2 < 3$.
