

# Математические структуры. Домашнее задание 3.

Выполнил: Кузнецов Владимир Михайлович, БПМИ188.

---

**Задача 1.** Является ли интуиционистской тавтологией следующая формула:

$$((\neg\neg p \rightarrow p) \rightarrow (p \vee \neg p)) \rightarrow (\neg p \vee \neg\neg p)?$$

---

Знаем, что

$$\not\models ((\neg\neg p \rightarrow p) \rightarrow (p \vee \neg p)) \rightarrow (\neg p \vee \neg\neg p) \Leftrightarrow \begin{cases} \models (\neg\neg p \rightarrow p) \rightarrow (p \vee \neg p) \\ \not\models \neg p \\ \not\models \neg\neg p \end{cases}.$$

Тогда, рассмотрим множество из модели Крипке:  $W = a, b, c$  на котором установлен порядок:  $a \preceq b, a \preceq c$ . А так же  $a \not\models p, b \models p, c \models \neg p$ .

При этом можем установить два следствия:

1.  $b \models p, a \preceq b \Rightarrow a \not\models \neg p$ .
2.  $c \models \neg p, a \preceq c \Rightarrow a \not\models \neg\neg p$ .

$\Rightarrow \not\models (\neg\neg p \rightarrow p) \Rightarrow \models (\neg\neg p \rightarrow p) \rightarrow (p \vee \neg p)$ . Значит, в нашей модели так же  $\not\models ((\neg\neg p \rightarrow p) \rightarrow (p \vee \neg p)) \rightarrow (\neg p \vee \neg\neg p)$ , а значит исходная формула не является интуиционистской тавтологией.

---