

Математические структуры. Домашнее задание 1.

Выполнил: Кузнецов Владимир Михайлович, БПМИ188.

Задача 1. Приведите к ДНФ формулу: $(p \vee q) \rightarrow (p \vee \neg r)$.

$$\begin{aligned}(p \vee q) \rightarrow (p \vee \neg r) &\equiv \neg(p \vee q) \vee (p \vee \neg r) \equiv \\ &(\neg p \wedge \neg q) \vee (p \vee \neg r) \equiv (\neg p \wedge \neg q) \vee p \vee \neg r \equiv \neg q \vee p \vee \neg r.\end{aligned}$$

Получили ДНФ.

Задача 2. Докажите, что следующая формула является тавтологией для любого $n > 0$:

$$\bigwedge_{i=1}^{n+1} \bigvee_{j=1}^n p_{ij} \rightarrow \bigvee_{j=1}^n \bigvee_{\substack{i_1, i_2=1 \\ i_1 < i_2}}^{n+1} (p_{i_1 j} \wedge p_{i_2 j}).$$

▷ Рассмотрим несколько случаев.

1. Пусть все переменные ложны, тогда слева получаем ложь \Rightarrow утверждение истинно.
2. Пусть истинны две или более переменных, тогда справа истина \Rightarrow утверждение истинно.
3. Пусть истина только одна переменная, тогда рассмотрим ещё два подслучая:
 1. Пусть $n = 1$, тогда слева ложь \Rightarrow утверждение истинно.
 2. Пусть $n = 2$, тогда справа истина \Rightarrow утверждение истинно.

□