23. Случайные величины

1. Какие из следующих таблиц могут служить законами распределения случайных величин? В случае положительного ответа найти числовые характеристики случайных величин.

а)

ξ	3	4	7	10
P	0,2	0,1	0,4	0,3

б)

ξ	3	4	7	10
P	0,1	0,1	0,4	0,3

в)

ξ	3	3	7	10
P	0,2	0,1	0,4	0,3

г)

ξ	–3	4	7	10
P	0,1	0,1	0,4	0,4

2. Задан закон распределения случайной величины ξ:

ξ	–3	1	2
P	0,2	0,3	p

Требуется:

а) определить, при каком значении p указанная таблица является рядом распределения некоторой случайной величины ξ;

б) вычислить вероятности $P(1 \le \xi < 3)$, $P(\xi \ge -2)$, $P(\xi = 2{,}5)$;

в) найти функцию распределения случайной величины ξ и построить ее график.

3. Дан ряд распределения случайной величины ξ:

ξ	2	4	7	11
P	0,4	0,3	p	0,1

Требуется:

а) определить значение p;

б) вычислить $M\xi, D\xi, \sigma_\xi$;

в) вычислить вероятности $P(\xi = 2)$, $P(\xi = 3)$, $P(\xi \le 4)$, $P(M\xi - 3 < \xi \le 7)$, $P(|\xi - M\xi| < \sigma_\xi)$;

г) записать функцию распределения $F(x)$ и построить ее график.

4. Построить ряд распределения числа успехов в двух независимых испытаниях, в каждом из которых вероятность успеха равна 0,3.

5. Из урны, содержащей 4 белых и 2 черных шара, наудачу извлекают 2 шара; ξ – число белых шаров среди этих двух. Требуется:

а) составить ряд распределения случайной величины ξ;

б) вычислить $M\xi, D\xi, \sigma_\xi$;

в) вычислить вероятности $P(1 \le \xi < 3)$, $P(\xi \ge 2)$, $P(\xi = 1{,}5)$, $P(\xi > M\xi)$, $P(|\xi - M\xi| < \sigma_\xi)$;

г) записать функцию распределения $F(x)$ и построить ее график.

6. Составить ряд распределения числа ξ попаданий мячом в корзину при двух независимых бросках, если вероятность попадания при каждом броске равна 0,4. Найти числовые характеристики этой случайной величины и вероятности $P(\xi = M\xi), P(\xi < M\xi)$.

7. Составить ряд распределения числа ξ попаданий при двух независимых выстрелах, если вероятность попадания при первом равна 0,6, при втором – 0,5. Записать функцию распределения случайной величины ξ и построить ее график.

8. В коробке 9 карандашей, из них 3 простые. Составить ряд распределения числа ξ простых карандашей среди двух взятых наудачу. Найти математическое ожидание и дисперсию этой случайной величины.

9. Определить, является ли указанная функция функцией распределения некоторой случайной величины. В случае положительного ответа составить ряд распределения случайной величины.

а) $F(x)=\begin{cases} 0 \quad \text{при } x \le 1; \\ 0,6 \quad \text{при } 1 < x \le 2; \\ 0,4 \quad \text{при } 2 < x \le 4; \\ 1 \quad \text{при } x > 4; \end{cases}$; **б)** $F(x)=\begin{cases} 0 \quad \text{при } x \le 1; \\ 0,3 \quad \text{при } 1 < x \le 2; \\ 0,4 \quad \text{при } 2 < x \le 4; \\ 1 \quad \text{при } x > 4. \end{cases}$

10. Охотник произвел три независимых выстрела по удаляющейся цели. Вероятность попадания в цель в начале стрельбы равна 0,8 и после каждого выстрела уменьшается на 0,1. Найти математическое ожидание числа попаданий при 3 выстрелах.

11. Оператор вызывает абонента, причем каждый последующий вызов производится лишь в том случае, если предыдущий вызов не принят. Вероятность того, что абонент примет вызов, равна 0,4 и не зависит от предыдущих вызовов. Составить ряд распределения и найти математическое ожидание числа ξ вызовов, если производится не более 4 попыток.

12. Охотник, имеющий 4 патрона, стреляет в цель до первого попадания. Вероятность попадания при каждом выстреле равна 0,4 и не зависит от предыдущих выстрелов. Составить ряд распределения и найти математическое ожидание числа промахов.

13. Вероятность попадания при каждом выстреле равна 0,4. Произведено 4 независимых выстрела. Составить ряд распределения и найти математическое ожидание числа промахов.

14. Дан перечень возможных значений дискретной случайной величины ξ: $x_1 = -1$, $x_2 = 0$, $x_3 = 1$; известны $M\xi = 0,1$ и $D\xi = 0,89$. Построить ряд распределения случайной величины ξ.

15. В урне 4 красных и 2 черных шара. Составить закон распределения случайной величины ξ – числа вынутых черных шаров и найти $P(\xi \ge 2)$, если:

а) наудачу вынуто 3 шара;

б) шары извлекают случайным образом по одному до появления красного;

в) шары извлекают наудачу до появления красного, возвращая каждый раз вынутый шар обратно;

г) извлекают случайным образом по одному 3 шара, возвращая каждый раз вынутый шар обратно.

16. Определить, имеет ли случайная величина ξ биномиальное распределение; в случае положительного ответа указать параметры распределения.

а) Случайная величина ξ – число выпадений нечетного числа очков при четырех независимых подбрасываниях кубика.

б) Из 15 собранных агрегатов 6 нуждаются в дополнительной смазке. Случайная величина ξ – число агрегатов, нуждающихся в дополнительной смазке, среди 5 наудачу отобранных из общего числа.

в) Торговый агент имеет 5 телефонных номеров потенциальных покупателей и звонит им до тех пор, пока не получит заказ на покупку товара. Вероятность того, что потенциальный покупатель сделает заказ, равна 0,4. Случайная величина ξ – число телефонных разговоров, которые предстоит провести агенту.

г) В рекламных целях торговая фирма вкладывает в каждую десятую единицу товара денежный приз размером 1 тыс. рублей. Случайная величина ξ – число выигрышей при 5 случайно сделанных покупках.

д) Из поступивших в ремонт 10 часов 7 нуждаются в общей чистке механизма. Часы не рассортированы по виду ремонта. Мастер, желая найти часы, нуждающиеся в чистке, осматривает их поочередно и, найдя такие часы, прекращает просмотр. Случайная величина ξ – число просмотренных часов.

е) Тест состоит из 6 вопросов. На каждый вопрос приведено 4 ответа, один из которых правильный. Случайная величина ξ – число правильных ответов при простом угадывании.

17. Игральную кость подбрасывают наудачу 4 раза. Найти математическое ожидание и дисперсию числа выпадений шестерки.

18. Клиенты банка, не связанные друг с другом, возвращают кредиты в срок с вероятностью 0,8. Найти числовые характеристики случайной величины ξ – числа не возвращенных в срок кредитов из 10 выданных.

19. Найти числовые характеристики случайной величины ξ – числа лотерейных билетов, на которые выпадут выигрыши, если случайным образом приобретено 10 билетов, причем вероятность выиграть по каждому билету равна 0,05.

20. Вероятность повреждения детали при перевозке равна 0,002. Найти математическое ожидание и дисперсию числа поврежденных деталей в партии из 500 наудачу выбранных деталей.

21. Устройство состоит из 1000 элементов, работающих независимо один от другого. Вероятность отказа любого элемента в течение времени T равна 0,002. Определить закон распределения числа отказавших за время T элементов и числовые характеристики этой случайной величины.

22. Станок автомат штампует детали. Вероятность того, что изготовленная деталь окажется бракованной, равна 0,001. Определить закон распределения числа бракованных деталей среди 2000 отобранных наудачу и числовые характеристики этой случайной величины.

23. Случайная величина ξ имеет биномиальное распределение с $M\xi = 0,8$ и $D\xi = 0,64$. Найти $P(\xi \le 1)$.

24. Опытным путем установлено, что доля коротких волокон хлопка-сырца составляет в среднем 3% в каждой подопытной партии. Для случайной величины ξ – количества коротких волокон среди выбранных наудачу 200 проверенных – найти $M\xi, D\xi, P(\xi > 2)$.

25. В call-центр банка поступает в среднем 300 звонков в час. Какова вероятность того, что в течение данной минуты будет не более 2 звонков? (Предполагается, что поток звонков – простейший.)

26. Среднее число самолетов, прибывающих в аэропорт в течение 10 минут, равно 5. Какова вероятность того, что за 3 минуты прибудет более 2 самолетов? (Предполагается, что поток самолетов – простейший.)

27. Среднее число кораблей, заходящих в порт за 1 ч, равно двум. Какова вероятность того, что за 4 ч в порт зайдет менее пяти кораблей? (Предполагается, что поток кораблей – простейший.)

28. В радиоаппаратуре за 10 000 ч непрерывной работы происходит замена в среднем 10 ламп. Найти вероятность выхода из строя радиоаппаратуры из-за выхода из строя ламп за 100 ч непрерывной работы.

29. Средняя плотность болезнетворных микробов в 2 м^3 почвы равна 200. Какова вероятность того, что в случайно отобранной пробе 1 дм^3 почвы будет обнаружено не менее 3 болезнетворных микробов?

30. Требуется:

а) определить, при каком значении параметра a функция

$$F(x) = \begin{cases} 0 & \text{при } x \le 1, \\ ax - \dfrac{1}{3} & \text{при } 1 < x \le 4, \\ 1 & \text{при } x > 4 \end{cases}$$

является функцией распределения непрерывной случайной величины ξ;

б) найти плотность распределения случайной величины ξ;

в) вычислить $M\xi, D\xi, \sigma_\xi$;

г) вычислить вероятности $P(0 \le \xi < 2)$, $P(\xi \ge 2)$, $P(\xi = 1,5)$, $P(\xi > M\xi)$, $P(|\xi - M\xi| < \sigma_\xi)$;

д) построить графики функции распределения и плотности распределения.

31. Требуется:

а) определить, при каком значении параметра a функция

$$F(x)=\begin{cases}0 & \text{при } x\le 0,\\ ax^3 & \text{при } 0<x\le 3,\\ 1 & \text{при } x>3\end{cases}$$

является функцией распределения непрерывной случайной величины ξ;

б) найти плотность распределения случайной величины ξ;

в) вычислить $M\xi,\ D\xi,\ \sigma_\xi$;

г) вычислить вероятности $P(1<\xi\le 5)$, $P(\xi\ge 2)$, $P(\xi=4)$;

д) построить графики функции распределения и плотности распределения.

<u>32.</u> Дана функция распределения непрерывной случайной величины ξ:

$$F(x)=\begin{cases}0 & \text{при } x\le 1,\\ a(x^2-x) & \text{при } 1<x\le 3,\\ 1 & \text{при } x>3.\end{cases}$$

Требуется:

а) определить значение параметра a;

б) найти плотность распределения случайной величины ξ;

в) вычислить $M\xi,\ D\xi,\ \sigma_\xi$;

г) вычислить вероятности $P(0\le\xi<2)$, $P(\xi<1{,}5)$, $P(\xi=1{,}5)$, $P(\xi>M\xi)$, $P(|\xi-M\xi|<\sigma_\xi)$;

д) построить графики функции распределения и плотности распределения.

<u>33.</u> Требуется:

а) определить, при каком значении параметра a функция

$$p(x)=\begin{cases}0 & \text{при } x\le 0,\\ ax^3 & \text{при } 0<x\le 2,\\ 0 & \text{при } x>2\end{cases}$$

является плотностью распределения непрерывной случайной величины ξ;

б) вычислить $M\xi,\ D\xi,\ \sigma_\xi$;

в) найти функцию распределения случайной величины ξ;

г) вычислить вероятности $P(1\le\xi<3)$, $P(\xi\ge 0{,}5)$, $P(\xi=M\xi)$;

д) построить графики функции распределения и плотности распределения.

34. Требуется:

а) определить, при каком значении параметра a функция

$$p(x) = \begin{cases} 0 & \text{при } x \le 0, \\ a & \text{при } 0 < x \le 3, \\ 0 & \text{при } x > 3 \end{cases}$$

является плотностью распределения непрерывной случайной величины ξ;

б) вычислить $M\xi, D\xi, \sigma_\xi$;

в) найти функцию распределения случайной величины ξ;

г) вычислить вероятности $P(1 \le \xi < 3)$, $P(\xi \ge 0,5)$, $P(\xi = M\xi)$;

д) построить графики функции распределения и плотности распределения.

35. На вход приемного устройства поступает сигнал со случайной амплитудой напряжения. Плотность распределения случайной величины ξ – амплитуды напряжения – имеет вид

$$p(x) = \begin{cases} 0 & \text{при } x \le 0, \\ x & \text{при } 0 < x \le 1, \\ a - x & \text{при } 1 < x \le 2, \\ 0 & \text{при } x > 2. \end{cases}$$

Требуется:

а) определить значение параметра a;

б) вычислить $M\xi, D\xi, \sigma_\xi$;

в) найти функцию распределения случайной величины ξ;

г) вычислить вероятности $P(1 \le \xi < 3)$, $P(\xi \ge 0,5)$, $P(\xi = M\xi)$;

д) построить графики функции распределения и плотности распределения.

36. Найти $M\xi, D\xi, \sigma_\xi$; если случайная величина ξ задана функцией распределения

$$F(x) = \begin{cases} 0 & \text{при } x \le -2, \\ 0,5 + 0,25x & \text{при } -2 < x \le 0, \\ 0,5 + 0,5x^2 & \text{при } 0 < x \le 1, \\ 1 & \text{при } x > 1. \end{cases}$$

37. Найти $M\xi, D\xi, P(\xi > 0,5)$, если случайная величина ξ задана плотностью распределения

$$p(x)=\begin{cases}0 & \text{при } x\le 0,\\ \dfrac{6}{5}(x^2+x) & \text{при } 0<x\le 1,\\ 0 & \text{при } x>1.\end{cases}$$

38. Найти $P(1\le\xi<2{,}5)$, $P(\xi\ge 0{,}5)$, если случайная величина ξ задана функцией распределения

$$F(x)=\begin{cases}0 & \text{при } x\le 0,\\ \dfrac{x^2}{16} & \text{при } 0<x\le 2,\\ x-\dfrac{7}{4} & \text{при } 2<x\le \dfrac{11}{4},\\ 1 & \text{при } x>\dfrac{11}{4}.\end{cases}$$

39. Найти $P(-1<\xi\le 2)$, $P(\xi<1{,}5)$, если случайная величина ξ задана функцией распределения

$$F(x)=\begin{cases}0 & \text{при } x\le -1,\\ 0{,}2x+0{,}2 & \text{при } -1<x\le 1,\\ 0{,}5x-0{,}05x^2-0{,}05 & \text{при } 1<x\le 3,\\ 1 & \text{при } x>3.\end{cases}$$

40. Найти $P(1\le\xi<2{,}5)$, $P(\xi\ge 0{,}5)$, если случайная величина ξ задана плотностью распределения

$$p(x)=\begin{cases}0 & \text{при } x\le 0,\\ \dfrac{1}{4}(4x-x^3) & \text{при } 0<x\le 2,\\ 0 & \text{при } x>2.\end{cases}$$

41. Функция распределения непрерывной случайной величины ξ имеет вид

$$F(x)=\begin{cases}a & \text{при } x\le 1,\\ b\ln x+c & \text{при } 1<x\le \mathrm{e},\\ d & \text{при } x>\mathrm{e}.\end{cases}$$

Определить постоянные a,b,c,d; найти среднее значение и дисперсию непрерывной случайной величины ξ.

42. Непрерывная случайная величина ξ распределена равномерно на отрезке $[2; 8]$. Найти числовые характеристики случайной величины ξ и $P(0 \le \xi < 6)$, $P(6 \le \xi < 7)$, $P(\xi \ge 5)$, $P(\xi = 8)$.

43. Все значения равномерно распределенной случайной величины лежат на отрезке $[2; 7]$. Найти вероятность попадания случайной величины на отрезок $[3; 5]$.

44. Непрерывная случайная величина ξ имеет равномерное распределение с $M\xi = 3$ и $D\xi = \frac{4}{3}$. Найти $P(|\xi - M\xi| \le \sigma_\xi)$.

45. Минутная стрелка часов перемещается скачком в конце каждой минуты. Найти вероятность того, что в данный момент часы покажут время, которое отличается от истинного не более чем на 20 с.

46. Интервал движения автобусов 15 минут. С какой вероятностью пассажир будет ожидать автобус менее 3 минут?

47. Шкала секундомера имеет цену деления 0,2 с. Какова вероятность сделать по этому секундомеру отсчет времени с ошибкой более 0,05 с, если отсчет производится с округлением до ближайшего деления шкалы?

48. Рост человека измеряют в сантиметрах, округляя до ближайшего целого значения. Найти вероятность того, что при определении роста ребенка допущена ошибка более 3 мм.

49. Непрерывная случайная величина ξ – время работы лампы конденсатора – задается плотностью распределения

$$p(x) = \begin{cases} 0 & \text{при } x \le 0, \\ 0{,}001\mathrm{e}^{-0{,}001x} & \text{при } x > 0. \end{cases}$$

Найти $M\xi$ и вероятность того, что лампа конденсатора будет работать не более среднего времени ее службы.

50. Непрерывная случайная величина ξ – время безотказной работы радиотехники – задается функцией распределения

$$F(x) = \begin{cases} 0 & \text{при } x \le 0, \\ 1 - \mathrm{e}^{-0{,}05x} & \text{при } x > 0. \end{cases}$$

Найти $M\xi$ и вероятность того, что радиотехника не откажет за время, равное среднему сроку ее службы.

51. Установлено, что время ремонта телевизоров есть случайная величина ξ, имеющая показательное распределение. Определить вероятность того, что на ремонт телевизора потребуется не менее 20 дней, если среднее время ремонта составляет 15 дней.

52. Служащий рекламного агентства утверждает, что время, в течение которого телезрители помнят содержание коммерческого рекламного ролика, подчиняется экспоненциальному закону распределения с параметром $\lambda = 0{,}25$ дня. Предполагая утверждение служащего справедливым, определить, какой процент зрителей помнит содержание рекламного ролика спустя 7 дней.

53. Непрерывная случайная величина ξ имеет плотность распределения $p(x)=\dfrac{a}{x^2+\pi^2}$ (закон Коши). Требуется:

а) определить значение параметра a;

б) найти функцию распределения случайной величины ξ;

в) вычислить вероятность попадания случайной величины ξ на промежуток $(\pi;+\infty)$;

г) выяснить, существуют ли для этой случайной величины $M\xi$, $D\xi$.

54. Случайная величина ξ подчинена нормальному закону распределения с $M\xi=5$ и $D\xi=9$. Записать плотность распределения случайной величины ξ и построить ее график; найти $P(4\le\xi<6)$, $P(6\le\xi<10)$, $P(\xi\ge 3)$, $P(\xi=3)$.

55. Случайная величина ξ подчинена нормальному закону распределения с $M\xi=3$ и $D\xi=25$. Записать плотность распределения случайной величины ξ и построить ее график; найти $P(0\le\xi<6)$, $P(6\le\xi<7)$, $P(\xi\ge 2)$, $P(\xi=2)$.

56. Найти числовые характеристики случайной величины ξ и $P(-3\le\xi<1)$, $P(\xi<0)$, если непрерывная случайная величина ξ задана плотностью распределения $p(x)=\dfrac{1}{5\sqrt{\pi}}\mathrm{e}^{-\frac{1}{25}(x+2)^2}$.

57. Вычислить вероятности $P(0\le\xi<2)$, $P(\xi\ge -2)$, $P(\xi=1{,}5)$, $P(\xi>M\xi)$, $P(|\xi-M\xi|<\sigma_\xi)$, если непрерывная случайная величина ξ задана плотностью распределения $p(x)=\dfrac{1}{\sqrt{6\pi}}\mathrm{e}^{-\frac{1}{6}x^2}$.

58. Непрерывная случайная величина ξ распределена по нормальному закону с параметрами $a=3, \sigma=4$. Найти $P(1<\xi<3)$, $P(\xi=2)$, $P(\xi>5)$, $P(\xi\le 0)$.

59. Найти вероятность того, что значение нормально распределенной случайной величины ξ отклонится от ее математического ожидания менее чем на 2, если параметры распределения равны $a=-10, \sigma=3$.

60. Найти вероятность попадания непрерывной случайной величины ξ, распределенной по нормальному закону распределения с $M\xi=3$ и $D\xi=1$, на отрезок [2; 4].

61. а) Чему равна вероятность $P(\xi\in[0;10])$, если ξ – нормально распределенная случайная величина с $M\xi=10$ и $P(\xi\in[10;20])=0{,}3$? **б)** Найти $D\xi$.

62. Детали, выпускаемые цехом, имеют диаметры, распределенные по нормальному закону с математическим ожиданием 5 см и средним квадратическим отклонением 0,9 см. **а)** Найти вероятность того, что диаметр наугад взятой детали находится в пределах от 4 см до 7 см. **б)** С помощью правила трех сигм определить границы, в которых будут находиться диаметры деталей.

63. Ошибка измерительного прибора считается нормально распределенной случайной величиной со средним квадратическим отклонением 3 мм. Систематическая ошибка отсутствует. Какова вероятность того, что измерение, сделанное с помощью этого прибора, превысит истинное значение измеряемой величины более чем на 5 мм?

64. Систематическая ошибка удержания высоты самолетом +20 м, а случайная ошибка нормально распределена и имеет среднее квадратическое отклонение 75 м. Для полета самолету отведен коридор высотой 100 м. Чему равны вероятности того, что самолет будет лететь ниже, внутри и выше коридора, если самолету задана высота, соответствующая середине коридора?

65. Размер диаметра втулок можно считать нормально распределенной случайной величиной с $M\xi = 2{,}5$ см и дисперсией $D\xi = 0{,}01$ см^2. В каких границах можно практически гарантировать размер диаметра втулки, если за вероятность практической достоверности принимается 0,9973?

66. Высотомер не имеет систематической ошибки, а случайные ошибки распределены по нормальному закону. Какую среднюю квадратическую ошибку должен иметь высотомер, чтобы с вероятностью 0,95 ошибка измерения высоты по абсолютной величине была меньше 10 м? С какой вероятностью ошибка измерения будет превосходить 3 м?

67. Определить среднее квадратическое отклонение ошибки прибора, если сиситематических ошибок он не имеет, а случайные ошибки распределены по нормальному закону и с вероятностью 0,95 не выходят за пределы ±20 м.

68. Деталь, изготовленная автоматом, считается стандартной, если отклонение ее размера от номинала не превышает 10 мм. Случайные ошибки отклонения размера от номинала распределены нормально с параметрами $a = 0$ мм и $\sigma = 5$ мм. **а)** Определить процент стандартных изделий для данного автомата. **б)** При каком количестве изделий, изготовленных автоматом, можно утверждать с вероятностью не менее 0,95, что среди них есть по крайней мере одна бракованная?

69. Проводятся два независимых измерения прибором, имеющим среднюю квадратическую ошибку 30 м и систематтическую ошибку +10 м. Какова вероятность того, что обе ошибки измерений, имея разные знаки по абсолютной величине, превзойдут 10 м? (Ошибки измерения нормально распределены.)

70. Для нормально распределенной случайной величины 15% ее значений меньше 15 и 40% больше 40. Найти параметры этого распределения.

71. Коробки с конфетами упаковываются автоматически. Их средняя масса 520 г. Известно, что 5% коробок имеют массу меньше 500 г. Каков процент коробок, масса которых меньше 480 г, если масса коробки считается нормальной случайной величиной?

72. Какое наибольшее расстояние допустимо между двумя рыболовецкими судами, идущими параллельными курсами, чтобы вероятность обнаружения косяка рыбы, находящегося между ними, была не менее 0,5, если дальности обнаружения косяка каждым из судов являются независимыми нормально распределенными случайными величинами со средним значением 3,7 км и средним квадратическим отклонением 1,1 км?

Ответы. **1. а)** $M\xi = 6,8$; $D\xi = 6,76$; **г)** $M\xi = 7,2$; $D\xi = 9,36$. **2. а)** $p = 0,5$; **б)** $P(1 \le \xi < 3) = 0,8$; $P(\xi \ge -2) = 0,8$; $P(\xi = 2,5) = 0$;

в) $F(x) = \begin{cases} 0 & \text{при } x \le -3, \\ 0,2 & \text{при } -3 < x \le 1, \\ 0,5 & \text{при } 1 < x \le 2, \\ 1 & \text{при } x > 2. \end{cases}$ **3. а)** $p = 0,2$; **б)** $M\xi = 4,5$; $D\xi = 8,05$; $\sigma_\xi \approx 2,8$;

в) $P(\xi = 2) = 0,4$; $P(\xi = 3) = 0$; $P(\xi \le 4) = 0,7$; $P(M\xi - 3 < \xi \le 7) = 0,9$;

$P(|\xi - M\xi| < \sigma_\xi) = 0,9$; **г)** $F(x) = \begin{cases} 0 & \text{при } x \le 2, \\ 0,4 & \text{при } 2 < x \le 4, \\ 0,7 & \text{при } 4 < x \le 7, \\ 0,9 & \text{при } 7 < x \le 11, \\ 1 & \text{при } x > 11. \end{cases}$

4.

ξ	0	1	2
P	0,49	0,42	0,09

5. а)

ξ	0	1	2
P	$\frac{1}{15}$	$\frac{8}{15}$	$\frac{2}{5}$

б) $M\xi = \frac{4}{3}$; $D\xi = \frac{16}{45}$; $\sigma_\xi = \frac{4\sqrt{3}}{15}$;

в) $P(1 \le \xi < 3) = \frac{14}{15}$; $P(\xi \ge 2) = \frac{2}{5}$; $P(\xi = 1,5) = 0$; $P(\xi > M\xi) = \frac{14}{15}$;

$P(|\xi - M\xi| < \sigma_\xi) = \frac{8}{15}$; **г)** $F(x) = \begin{cases} 0 & \text{при } x \le 0, \\ \frac{1}{15} & \text{при } 0 < x \le 1, \\ \frac{3}{5} & \text{при } 1 < x \le 2, \\ 1 & \text{при } x > 2. \end{cases}$

6.

ξ	0	1	2
P	0,36	0,48	0,16

$M\xi = 0,8$; $D\xi = 0,48$;
$P(\xi = M\xi) = 0$; $P(\xi < M\xi) = 0,36$.

7.

ξ	0	1	2
P	0,2	0,5	0,3

$$F(x)=\begin{cases}0 & \text{при } x\le 0,\\ 0,2 & \text{при } 0<x\le 1,\\ 0,7 & \text{при } 1<x\le 2,\\ 1 & \text{при } x>2.\end{cases}$$

8.

ξ	0	1	2
P	$\frac{5}{12}$	$\frac{1}{2}$	$\frac{1}{12}$

$M\xi=\frac{2}{3};\ D\xi=\frac{7}{18}.$

9. а) Не является; **б)**

ξ	1	2	4
P	0,3	0,1	0,6

10. $M\xi=2{,}1.$

11.

ξ	1	2	3	4
P	0,4	0,24	0,144	0,216

$M\xi=2{,}176.$

12.

ξ	0	1	2	3	4
P	0,4	0,24	0,144	0,0864	0,1296

$M\xi=1{,}3056.$

13.

ξ	0	1	2	3	4
P	0,0256	0,1536	0,3456	0,3456	0,1296

$M\xi=2{,}4.$

14.

ξ	–1	0	1
P	0,4	0,1	0,5

15. а)

ξ	0	1	2
P	0,2	0,6	0,2

$P(\xi\ge 2)=0{,}2;$

б)

ξ	0	1	2
P	$\frac{2}{3}$	$\frac{4}{15}$	$\frac{1}{15}$

$P(\xi\ge 2)=\frac{1}{15};$

в)

ξ	0	1	2	…	m	…
P	$\frac{2}{3}$	$\frac{2}{9}$	$\frac{2}{27}$		$\frac{2}{3^{m+1}}$	

$P(\xi\ge 2)=\frac{1}{9};$

г)

ξ	0	1	2	3
P	$\frac{8}{27}$	$\frac{4}{9}$	$\frac{2}{9}$	$\frac{1}{27}$

$P(\xi\ge 2)=\frac{7}{27}.$

16. а) $n=4$; $p=0{,}5$; **б)** распределение ξ не является биномиальным; **в)** распределение ξ не является биномиальным; **г)** $n=5$; $p=0{,}1$; **д)** распределение ξ не является биномиальным; **е)** $n=6$; $p=0{,}25$.

17. $M\xi = \frac{2}{3}; D\xi = \frac{5}{9}.$ **18.** $M\xi = 2; D\xi = 1,6.$ **19.** $M\xi = 0,5; D\xi = 0,475.$ **20.** $M\xi = 1; D\xi \approx 1.$ **21.** Биномиальное распределение с параметрами n = 1000, p = 0,002; хорошо аппроксимируется распределением Пуассона с параметром a = 2; $M\xi = D\xi \approx 2.$ **22.** Биномиальное распределение с параметрами n = 2000, p = 0,001; хорошо аппроксимируется распределением Пуассона с параметром a = 2; $M\xi = D\xi \approx 2.$ **23.** 0,8192. **24.** $M\xi = 6; D\xi \approx 6; P(\xi > 2) = 0,938.$ **25.** 0,9596. **26.** 0,1912. **27.** 0,0996.

28. 0,0952. **29.** 0,001148. **30. а)** $a = \frac{1}{3};$ **б)** $p(x) = \begin{cases} 0 & \text{при } x \le 1, \\ \frac{1}{3} & \text{при } 1 < x \le 4, \\ 0 & \text{при } x > 4; \end{cases}$

в) $M\xi = 2,5; D\xi = 0,75; \sigma_\xi = \frac{\sqrt{3}}{2};$ **г)** $P(0 \le \xi < 2) = \frac{1}{3};$ $P(\xi \ge 2) = \frac{2}{3};$

$P(\xi = 1,5) = 0;$ $P(\xi > M\xi) = 0,5;$ $P(|\xi - M\xi| < \sigma_\xi) = \frac{1}{\sqrt{3}}.$ **31. а)** $a = \frac{1}{27};$

б) $p(x) = \begin{cases} 0 & \text{при } x \le 0, \\ \frac{x^2}{9} & \text{при } 0 < x \le 3, \\ 0 & \text{при } x > 3; \end{cases}$ **в)** $M\xi = 2,25; D\xi = 0,3375; \sigma_\xi \approx 0,58;$

г) $P(1 < \xi \le 5) = \frac{26}{27};$ $P(\xi \ge 2) = \frac{19}{27};$ $P(\xi = 4) = 0.$ **32. а)** $a = \frac{1}{6};$

б) $p(x) = \begin{cases} 0 & \text{при } x \le 1, \\ \frac{1}{6}(2x - 1) & \text{при } 1 < x \le 3, \\ 0 & \text{при } x > 3; \end{cases}$ **в)** $M\xi = \frac{20}{9}; D\xi = \frac{23}{81}; \sigma_\xi = \frac{\sqrt{23}}{9};$

г) $P(0 \le \xi < 2) = \frac{1}{3};$ $P(\xi < 1,5) = \frac{1}{8};$ $P(\xi = 1,5) = 0;$ $P(\xi > M\xi) \approx 0,547;$

$P(|\xi - M\xi| < \sigma_\xi) \approx 0,221.$ **33. а)** $a = \frac{1}{4};$ **б)** $M\xi = \frac{8}{5}; D\xi = \frac{8}{75}; \sigma_\xi = \frac{2\sqrt{6}}{15};$

в) $F(x) = \begin{cases} 0 & \text{при } x \le 0, \\ \frac{x^4}{16} & \text{при } 0 < x \le 2, \\ 1 & \text{при } x > 2; \end{cases}$ **г)** $P(1 \le \xi < 3) = \frac{15}{16};$ $P(\xi \ge 0,5) = \frac{63}{64};$

$P(\xi = M\xi) = 0.$ **34. а)** $a = \frac{1}{3};$ **б)** $M\xi = 1,5; D\xi = \frac{3}{4}; \sigma_\xi = \frac{\sqrt{3}}{2};$

в) $F(x)=\begin{cases}0 & \text{при } x\le 1,\\ \dfrac{x-1}{3} & \text{при } 1<x\le 4,\\ 1 & \text{при } x>4;\end{cases}$ **г)** $P(1\le\xi<3)=\dfrac{2}{3};$ $P(\xi\ge 0{,}5)=\dfrac{5}{6};$

$P(\xi=M\xi)=0.$ **35. а)** $a=2;$ **б)** $M\xi=1; D\xi=\dfrac{1}{6}; \sigma_\xi=\dfrac{\sqrt{6}}{6};$

в) $F(x)=\begin{cases}0 & \text{при } x\le 0,\\ \dfrac{x^2}{2} & \text{при } 0<x\le 1,\\ 2x-\dfrac{x^2}{2}-1 & \text{при } 1<x\le 2,\\ 1 & \text{при } x>2;\end{cases}$ **г)** $P(1\le\xi<3)=0{,}5;$ $P(\xi\ge 0{,}5)=\dfrac{7}{8};$

$P(\xi=M\xi)=0.$ **36.** $M\xi=-\dfrac{1}{6}; D\xi=\dfrac{8}{9}.$ **37.** $M\xi=0{,}7; D\xi=0{,}05; P(\xi>0{,}5)=0{,}8.$

38. $P(1\le\xi<2{,}5)=\dfrac{11}{16};$ $P(\xi\ge 0{,}5)=\dfrac{63}{64}.$ **39.** $P(-1<\xi\le 2)=0{,}75;$

$P(\xi<1{,}5)=0{,}5875.$ **40.** $P(1\le\xi<2{,}5)=\dfrac{9}{16};$ $P(\xi\ge 0{,}5)=\dfrac{225}{256}.$

41. $a=c=0, b=d=1;$ $M\xi=\mathrm{e}-1;$ $D\xi=\dfrac{1}{2}(1-(\mathrm{e}-2)^2).$ **42.** $M\xi=5; D\xi=3;$

$P(0\le\xi<6)=\dfrac{2}{3};$ $P(6\le\xi<7)=\dfrac{1}{6};$ $P(\xi\ge 5)=0{,}5;$ $P(\xi=8)=0.$ **43.** 0,4.

44. 0,577. **45.** $\dfrac{2}{3}.$ **46.** 0,2. **47.** 0,5. **48.** 0,4. **49.** $M\xi=1000;$ $P(\xi\le M\xi)=0{,}632.$

50. $M\xi=20;$ $P(\xi>M\xi)=0{,}368.$ **51.** 0,264. **52.** 17,4%. **53. а)** $a=1;$

б) $F(x)=\dfrac{1}{2}+\dfrac{1}{\pi}\operatorname{arctg}\dfrac{x}{\pi};$ **в)** 0,25; **г)** $M\xi, D\xi$ не существуют.

54. $p(x)=\dfrac{1}{3\sqrt{2\pi}}\mathrm{e}^{-\frac{1}{18}(x-5)^2};$ $P(4\le\xi<6)\approx 0{,}2586;$ $P(6\le\xi<10)\approx 0{,}3232;$

$P(\xi\ge 3)\approx 0{,}2514;$ $P(\xi=3)=0.$ **55.** $p(x)=\dfrac{1}{5\sqrt{2\pi}}\mathrm{e}^{-\frac{1}{50}(x-3)^2};$

$P(0\le\xi<6)\approx 0{,}4514;$ $P(6\le\xi<7)\approx 0{,}0624;$ $P(\xi\ge 2)\approx 0{,}5793;$ $P(\xi=2)=0.$
56. $M\xi=-2; D\xi=12{,}5;$ $P(-3\le\xi<1)\approx 0{,}4126;$ $P(\xi<0)\approx 0{,}7157.$
57. $P(0\le\xi<2)\approx 0{,}3749;$ $P(\xi\ge -2)\approx 0{,}8749;$ $P(\xi=1{,}5)=0;$ $P(\xi>M\xi)=0{,}5;$
$P(|\xi-M\xi|<\sigma_\xi)\approx 0{,}6826.$ **58.** $P(1<\xi<3)\approx 0{,}1915;$ $P(\xi=2)=0;$
$P(\xi>5)\approx 0{,}3085;$ $P(\xi\le 0)\approx 0{,}2266.$ **59.** 0,4972. **60.** 0,6826. **61. а)** 0,3;
б) $D\xi\approx 142.$ **62. а)** 0,1309; **б)** (2,3 см; 7,7 см). **63.** 0,0475. **64.** 0,1762, 0,4792 и 0,3446. **65.** (2,2 см; 2,8 см). **66.** $\sigma\approx 5{,}1$ м; $P(\xi>3)\approx 0{,}2776.$ **67.** $\sigma\approx 10{,}2$ м.

68. а) 95,44%; **б)** 65. **69.** 0,1257. **70.** $a \approx 35{,}093$; $\sigma \approx 19{,}395$. **71.** 0,05%. **72.** 8,61 км.

Минимум для аудиторной работы

Дискретные случайные величины: 1, 2, 5, 9, 12.

Основные законы распределения дискретных случайных величин: 16, 18, 20.

Непрерывные случайные величины: 31, 33, 36, 38.

Основные законы распределения непрерывных величин: 43, 48, 54, 56, 59, 62, 65.