Задачи для подготовки к экзамену по дисциплине
«ТЕОРИЯ ВЕРОЯТНОСТЕЙ И МАТЕМАТИЧЕСКАЯ СТАТИСТИКА»
(III семестр, факультет ИТ)

1. Сформулировать классическое определение вероятности. Какова вероятность того, что наудачу взятое шестизначное число содержит одинаковые цифры?
2. Сформулировать классическое определение вероятности. Какова вероятность того, что наугад взятое трехзначное число и число 2023 не имеют общих делителей (кроме 1)?
3. Что называется классическим определением вероятности? В мешке Деда Мороза 14 мандарин и 14 яблок. Дед Мороз наугад берет 4 фрукта. Какова вероятность того, что он возьмет поровну мандарин и яблок?
4. Сформулировать классическое определение вероятности. В мешке Деда Мороза 8 подарков с машинками, 7 – с куклами и 6 – с мишками. Дед Мороз наугад вынимает 6 подарков. Какова вероятность того, что среди вынутых нет подарка с машинками?
5. *У* Медведя в ящике 4 красно-золотистых и 8 сине-серебристых шаров. Желая показать Маше фокус, Медведь берет наудачу из коробки 6 шаров. Какова вероятность того, что он взял ровно 2 красно-золотистых шара?
6. Что называется геометрической вероятностью? Какова вероятность того, что наудачу брошенная в правильный треугольник точка окажется внутри вписанного в него круга?
7. Сформулировать теорему умножения вероятностей. При подготовке к Новому году на четырех шарах нарисовали цифру 2, на четырех – цифру 3 и еще на четырех – цифру 0. Какова вероятность получить число 2023, если взять наугад 4 шара и развесить их в порядке появления?
8. *С*формулировать теоремы сложения и умножения вероятностей. В телестудии три телевизионные камеры. Вероятности использования их в данный момент равны соответственно 0,9; 0,85; 0,95. Найти вероятность того, что в данный момент работает не более двух камер.
9. *К*акие события называются совместными? несовместными? противоположными? Вероятность попадания в цель первым стрелком равна 0,6, вторым – 0,8, третьим – 0,4. Каждый выстрелил по одному разу. Найти вероятность того, что хотя бы один стрелок не попал в цель.
10. Что называется суммой событий? Записать теорему сложения вероятностей. Стрелок произвел три выстрела по удаляющейся от него цели, причем вероятность попадания в начале стрельбы равна 0,8, а после каждого выстрела уменьшается в два раза. Какова вероятность того, что стрелок попал хотя бы два раза?
11. Какие события называются совместными? несовместными? противоположными? В мишень стреляют до первого попадания. Вероятность попадания при каждом выстреле 0,6. Какова вероятность того, что произведено не более 4 выстрелов?
12. Что называется суммой событий? произведением событий? В первой урне 6 зеленых и 9 желтых шаров, во второй 8 зеленых и 7 желтых шаров. Из каждой

урны наудачу извлекают один шар. Какова вероятность того, что вынут хотя бы один желтый шар?

13. *Ч*то называется суммой событий? произведением событий? В первой урне 6 зеленых и 9 желтых шаров, во второй 8 зеленых и 7 желтых шаров. Из каждой урны наудачу извлекают один шар. Какова вероятность того, что достали шары одного цвета?

14. Что называется суммой и произведением событий? В первом ящике лежит 30 елочных игрушек, из них 10 шариков, во втором 20 игрушек, из них 5 шариков, в третьем 15 игрушек, из них 12 шариков. Из каждого ящика наудачу взяли по одной игрушке. Какова вероятность того, что среди вынутых игрушек только один шарик?

15. Записать теорему умножения вероятностей. В первом ящике лежит 30 елочных игрушек, из них 10 шариков, во втором 20 игрушек, из них 5 шариков, в третьем 15 игрушек, из них 12 шариков. Из каждого ящика наудачу взяли по одной игрушке. Какова вероятность, что все вынутые игрушки – шарики?

16. Что называется суммой событий? В первой коробке с новогодними украшениями 6 красных и 9 синих шариков, во второй 7 синих и 5 зеленых. Из каждой коробки наугад взяли по 2 шара. Какова вероятность того, что взяли ровно два синих шара?

17. Что называется суммой событий? произведением событий? В коробке лежат 8 золотистых и 7 серебристых новогодних шаров. Последовательно (без возвращения) извлекается три шара. Найти вероятность того, что все три шара будут: а) золотистыми, б) одного цвета.

18. Что называется условной вероятностью? В мешке Деда Мороза 6 игрушечных котиков и 9 зайчиков. Последовательно (без возвращения) извлекаются 3 игрушки. Найти вероятность того, что будут извлечены: а) 3 зайчика; б) 3 одинаковые игрушки.

19. Какие события называются совместными? несовместными? противоположными? Вероятность попадания в цель первым стрелком равна 0,6, вторым – 0,8, третьим – 0,4. Каждый выстрелил по одному разу. Найти $\mathbf{P}(\overline{A}+B)$, если A = {меньше двух промахов}, B = {один или два промаха}.

20. Что называется суммой событий? произведением событий? В первой коробке лежат 6 зеленых и 9 желтых шаров, во второй – 8 красных и 7 желтых шаров. Из каждой коробки взяли наудачу по два шара. Найти $\mathbf{P}(\overline{A}+B)$, если A = {взяли только желтые шары}, B = {взяли ровно 2 желтых шара}.

21. *Ч*то называется произведением событий? У Медведя в ящике 4 красных, 5 зеленых и 6 золотистых шаров. Желая показать Маше фокус, Медведь берет наудачу из коробки 4 шара. Найти $\mathbf{P}(\overline{A}B)$, если A = {Медведь взял шары разных цветов}, B = {Медведь взял хотя бы один золотистый шар}.

22. Сформулировать теоремы сложения и умножения вероятностей. В телестудии три телевизионные камеры. Вероятности использования их в данный момент равны соответственно 0,9; 0,85; 0,95. Найти $\mathbf{P}(\overline{A}+BC)$, если A = {в данный момент работает менее двух камер}, B = {в данный момент не работает ни одна камера}, C = {работает менее двух камер}.

23. Проводится 3 независимых испытания. Вероятность успеха в первом испытании 0,7, во втором 0,4, в третьем 0,3. Найти $\mathbf{P}(AB+\overline{C})$, если A = {только одно испытание окажется успешным}, B = {хотя бы одно испытание окажется успешным}, C = {не менее двух испытаний окажутся успешными}.
24. *В*ероятность попадания в мишень равна 0,6. После первого попадания стрельба прекращается. Найти $\mathbf{P}(\overline{A}\overline{B}C)$, если A = {произведено два выстрела}; B = {произведено не более трех выстрелов}; C = {произведено более одного выстрела}.
25. *Ч*то называется условной вероятностью? В мешке Деда Мороза 6 игрушечных котиков и 9 зайчиков. Последовательно (без возвращения) извлекаются 3 игрушки. Найти $\mathbf{P}(\overline{A}\overline{B}C)$, если A = {извлечены только зайчики}; B = {извлечены только котики}; C = {первым извлечен зайчик}.
26. Записать формулу полной вероятности. Семена для посева поступают из трех семеноводческих хозяйств, причем 1-е и 2-е хозяйства присылают по 30% всех семян. Всхожесть семян из 1-го хозяйства 95%, 2-го 85%, 3-го 80%. Определить вероятность того, что наудачу взятое семя не взойдет.
27. Записать формулу полной вероятности и формулы Байеса. С первого автомата на сборку поступает 30%, со второго – 45%, с третьего – 25% деталей. Среди деталей 1-го автомата 0,2% бракованных, 2-го – 0,4%, 3-го – 0,3%. Найти вероятность того, что поступившая на сборку деталь – небракованная.
28. Записать формулу полной вероятности и формулы Байеса. У Винни-Пуха в одном кармане 5 шоколадок с орехами и 3 с изюмом, во втором – 4 с орехами и 3 с изюмом. Из наугад выбранного кармана Винни-Пух достает одну шоколадку. Какова вероятность того, что она с изюмом?
29. У Деда Мороза в одном мешке 6 котиков и 6 зайчиков, а во втором – 4 котика и 6 зайчиков. Дед Мороз наудачу достает две игрушки из наугад взятого мешка. Какова вероятность того, что он достанет котика и зайчика?
30. Что называется полной группой событий? В одной коробке лежат 6 красных и 9 синих новогодних шаров, в другой – 7 синих и 5 зеленых. Из наугад взятой коробки извлекается три шара. Найти вероятность того, что все три шара будут синими.
31. Что называется полной группой событий? В первой коробке с новогодними украшениями 5 синих и 7 красных шариков, во второй 6 синих и 3 желтых. Из первой коробки наугад достали один шар и переложили во вторую, а затем из второй взяли 3 шара. Какова вероятность того, что взяли три синих шара?
32. Что называется полной группой событий? В первой коробке лежат 6 красных и 9 синих новогодних шаров, во второй – 7 синих и 5 зеленых. Из первой коробки во вторую переложили два шара, а затем из второй коробки наугад взяли один шар. Найти вероятность того, что из второй коробки взяли синий шар.
33. *У* Медведя в одном из двух одинаковых ящиков лежат 4 золотистых и 4 серебристых шара, а в другом – 4 желтых и 4 белых. Маша достала из каждого ящика по 2 шара и положила шары из первого ящика во второй, а из второго – в первый. Какова вероятность того, что Медведь, взяв после этого наудачу два шара из первого ящика, возьмет золотистые шары?

34. Записать формулы полной вероятности и Байеса. В первой из трех одинаковых по виду коробок 12 желтых шариков, во второй 6 желтых и 6 зеленых, в третьей – 8 желтых и 4 красных. Из каждой коробки взяли по одному шарику. Затем из этих трех шариков наугад взяли один шарик. Найти вероятность того, что этот шар желтый.

35. Что называется схемой Бернулли? Всхожесть семян данного растения составляет 80%. Найти вероятность того, что из пяти посеянных семян взойдут: а) ровно три; б) не менее трех.

36. Что называется схемой Бернулли? Какова вероятность хотя бы одного попадания при пяти независимых выстрелах, если вероятность попадания при каждом выстреле 0,4?

37. *В* Новогодней лотерее 60% билетов имеют шуточные выигрыши. Найти вероятность того, что из 3 наудачу взятых билетов хотя бы один имеет шуточный выигрыш.

38. Что называется схемой Бернулли? При слабом соединении сети вероятность удачной отправки сообщения в мессенджере составляет 0,85. Найти вероятность того, что из 6 отправленных сообщений не менее 2 не дойдут до адресата.

39. Что называется схемой Бернулли? В среднем 30% пакетов акций на аукционах продаются по первоначально заявленной цене. Найти вероятность того, что из 6 пакетов акций в результате торгов по первоначальной цене будет продано не более четырех.

40. Что называется схемой Бернулли? Какова вероятность того, что при 200 независимых подбрасываниях правильной монеты герб выпадет менее 60 раз?

41. Записать формулы Бернулли и Пуассона. Вероятность выживания бактерий после радиоактивного облучения равна 0,003. Найти вероятность того, что после облучения из 2000 бактерий останется не более 4 бактерий.

42. Вероятность опечатки 0,002. Какова вероятность того, что из 1000 символов более трех символов набрано неверно?

43. Найти $\mathbf{M}\xi$, $\mathbf{D}\xi$, σ_ξ и вероятности $\mathbf{P}(\xi = 2), \mathbf{P}(\xi = 3), \mathbf{P}(1 < \xi \le 4)$ по заданному закону распределения СВ ξ:

ξ	1	3	4	7
P	0,2	0,5	0,1	0,2

44. Записать формулы для вычисления математического ожидания и дисперсии дискретной случайной величины. Найти $\mathbf{M}\xi$, $\mathbf{D}\xi$, $\mathbf{P}(|\xi - \mathbf{M}\xi| > \sigma_\xi)$, если известен закон распределения случайной величины ξ.

ξ	1	2	3	4	5
P	0,3	0,1	0,3	0,2	0,1

45. Найти $\mathbf{M}\xi, \mathbf{D}\xi, \mathbf{P}(\xi > \mathbf{M}\xi)$, построить график функции распределения случайной величины ξ, если известен ее закон распределения.

ξ	–3	1	2
P	0,3	0,3	*p*

46. Сформулировать определение и свойства функции распределения. По данному ряду распределения случайной величины ξ найти *p*, $\mathbf{M}\xi$, $\mathbf{D}\xi$, построить график функции распределения.

ξ	–3	–1	0	3

P	0,3	0,15	p	0,15

47. По данному ряду распределения случайной величины ξ найти p, $\mathbf{M}\xi$, $\mathbf{D}\xi$, построить график функции распределения.

ξ	–2	0	1	4
P	0,2	0,2	p	0,2

48. По ряду распределения случайной величины ξ найти p, числовые характеристики и функцию распределения.

ξ	0	1	2	3	4
P	0,15	p	0,15	0,15	0,15

49. Как вычисляются математическое ожидание и дисперсия дискретной случайной величины? Найти закон распределения и построить график функции распределения случайной величины ξ, если $\mathbf{M}\xi = 1{,}8$ и ряд распределения имеет вид

ξ	0	2	4
P	p_1	p_2	0,3

50. Сформулировать определение и основные свойства функции распределения. Найти функцию распределения дискретной случайной величины ξ, если известно, что $\mathbf{M}\xi = 0$ и $\mathbf{D}\xi = 3$, причем случайная величина ξ принимает только значения –2; 1; 2.

51. Сформулировать определение и основные свойства функции распределения. Охотник стреляет 3 раза по удаляющейся цели. Вероятность попадания в начале стрельбы 0,8 и с каждым выстрелом уменьшается на 0,2. Пусть ξ – число промахов. Построить график функции распределения случайной величины ξ.

52. Сформулировать определение и основные свойства функции распределения. Охотник, имея 3 патрона, стреляет в цель до первого попадания (или пока не израсходует все патроны). Вероятность попадания при каждом выстреле 0,8. Пусть ξ – число промахов. Построить график функции распределения случайной величины ξ.

53. *З*аписать формулы для вычисления математического ожидания и дисперсии дискретной случайной величины. Охотник, имея 3 патрона, стреляет в цель до первого попадания (или пока не израсходует все патроны). Вероятность попадания при каждом выстреле 0,8. Пусть ξ – число выстрелов. Найти числовые характеристики случайной величины ξ.

54. *П*еречислить основные свойства математического ожидания и дисперсии. Из коробки, в которой лежат 5 синих и 3 красных шара, извлекают шары до появления синего. Найти $\mathbf{M}\xi$, если ξ – число извлечений.

55. Из коробки, в которой лежат 5 синих и 3 красных шара, извлекают шары до появления синего. Найти $\mathbf{M}\xi$, если ξ – число извлеченных красных шаров.

56. Из коробки, в которой лежат 6 синих и 2 красных шара, извлекают наугад 3 шара. Пусть ξ – число извлеченных красных шаров. Найти $\mathbf{M}\xi$, $\mathbf{D}\xi$.

57. Перечислить основные свойства математического ожидания и дисперсии. Найти числовые характеристики и $\mathbf{P}(\xi \in [-2; 2])$, если случайная величина ξ задана функцией распределения: $F(x) = \begin{cases} 0 & \text{при } x \le -1, \\ 0{,}25x + 0{,}25 & \text{при } -1 < x \le 3, \\ 1 & \text{при } x > 3. \end{cases}$

58. Сформулировать определение функции распределения. Найти числовые характеристики и $\mathbf{P}(\xi > 1)$, если известна функция распределения случайной величины ξ: $F(x) = \begin{cases} 0, & \text{если } x \le 0, \\ x^3/64, & \text{если } 0 < x \le 4, \\ 1, & \text{если } x > 4. \end{cases}$

59. Сформулировать определение и основные свойства функции распределения. Найти значение a и вероятности $\mathbf{P}(\xi \le 1)$, $\mathbf{P}(0 < \xi \le 4)$, $\mathbf{P}(\xi = 0)$, если дана функция распределения ξ: $F(x) = \begin{cases} 0, & \text{если } x \le -1, \\ a(x^3+1), & \text{если } -1 < x \le 3, \\ 1, & \text{если } x > 3. \end{cases}$

60. Зная функцию распределения ξ: $F(x) = \begin{cases} 0, & \text{если } x \le 2, \\ a(x^2 - 2x), & \text{если } 2 < x \le 4, \\ 1, & \text{если } x > 4, \end{cases}$ найти a, $\mathbf{M}\xi$, $\mathbf{D}\xi$, $\mathbf{P}(\xi \ge 3)$.

61. Найти a, $\mathbf{M}\xi$, $\mathbf{D}\xi$, $\mathbf{P}(\xi > 0{,}5)$, $\mathbf{P}(-1 < \xi \le 1)$, $\mathbf{P}(\xi = -1{,}5)$, если дана плотность распределения случайной величины ξ: $p_\xi(x) = \begin{cases} 0, & \text{если } x \le -3, \\ a(x+3), & \text{если } -3 < x \le 0, \\ 0, & \text{если } x > 0. \end{cases}$

62. Сформулировать определение и свойства плотности распределения. Найти значение a и числовые характеристики случайной величины ξ, заданной плотностью распределения: $p_\xi(x) = \begin{cases} ax^4, & \text{если } -1 < x \le 2, \\ 0, & \text{если } x \le -1 \text{ или } x > 2. \end{cases}$

63. Сформулировать определение и свойства плотности распределения. Найти значение a и вероятности $\mathbf{P}(-1 < \xi \le 1)$, $\mathbf{P}(\xi > \mathbf{M}\xi)$, $\mathbf{P}(\xi = -1)$, если дана плотность распределения ξ: $p_\xi(x) = \begin{cases} a(4 - x^2), & \text{если } -2 < x \le 1, \\ 0, & \text{если } x \le -2 \text{ или } x > 1. \end{cases}$

64. Записать формулы, связывающие плотность распределения и функцию распределения непрерывной случайной величины. Найти функцию распределения и $\mathbf{M}\xi$, $\mathbf{D}\xi$, $\mathbf{P}(\xi > 1{,}5)$, если дана плотность распределения:

$$p_\xi(x) = \begin{cases} \dfrac{2x}{25}, & \text{если } 0 < x \le 5, \\ 0, & \text{если } x \le 0 \text{ или } x > 5. \end{cases}$$

65. Записать формулы, выражающие $\mathbf{P}(\alpha \le \xi < \beta)$ через функцию распределения и через плотность распределения непрерывной случайной величины. Найти функцию распределения и $\mathbf{M}\xi$, $\mathbf{D}\xi$, $\mathbf{P}(\xi > -0{,}5)$, если дана плотность распределения: $p_\xi(x) = \begin{cases} \dfrac{3}{16}x^2, & \text{если } -2 < x \le 2, \\ 0, & \text{если } x \le -2 \text{ или } x > 2. \end{cases}$

66. Найти $\mathbf{P}(-4 < \xi \le 3)$, если случайная величина ξ имеет нормальное распределение и известны ее числовые характеристики: $\mathbf{M}\xi = -1$, $\mathbf{D}\xi = 16$.

67. Что называется нормальным распределением случайной величины? Найти числовые характеристики и вероятность $\mathbf{P}(\xi \in [-4; 0])$, если известна плотность распределения случайной величины ξ: $p(x) = \dfrac{1}{2\sqrt{\pi}}\,\mathrm{e}^{-\frac{(x+4)^2}{4}}$.

68. Что называется нормальным распределением случайной величины? Построить график плотности распределения и найти вероятность $\mathbf{P}(\xi \le 3)$, если известна плотность распределения случайной величины ξ: $p(x) = \dfrac{1}{\sqrt{10\pi}}\,\mathrm{e}^{-\frac{(x-2)^2}{10}}$.

69. Записать плотность нормального распределения, сформулировать правило трех сигм. Найти числовые характеристики и вероятность $\mathbf{P}(\xi \in [1; 10])$, если известна плотность распределения случайной величины ξ: $p(x) = \dfrac{1}{6\sqrt{2\pi}}\,\mathrm{e}^{-\frac{(x-2)^2}{72}}$.

70. Случайная величина ξ имеет нормальное распределение с $\mathbf{M}\xi = 0$. Найти среднее квадратичное отклонение, если $\mathbf{P}(\xi \le 1) = 0,85$.

71. Сформулировать определение случайной величины, имеющей нормальное распределение. Деталь, изготовленная автоматом, считается годной, если отклонение ξ ее контролируемого размера от проектного не превышает 2 мм. Случайная величина ξ подчинена нормальному закону с $\mathbf{M}\xi = 0, \mathbf{D}\xi = 0,64$. Сколько процентов годных деталей изготавливает автомат?

72. Что называется биномиальным распределением случайной величины? Найти вероятность $\mathbf{P}(\xi < 4)$, если случайная величина ξ имеет биномиальное распределение с $\mathbf{M}\xi = 2, \mathbf{D}\xi = 0,8$.

73. Известны $\mathbf{M}\xi = 1$ и $\mathbf{D}\xi = 0,75$ случайной величины ξ, имеющей биномиальное распределение. Найти $\mathbf{P}(\xi > 1)$.

74. Найти $\mathbf{P}(2 \le \xi < 4)$, если случайная величина ξ имеет биномиальное распределение с $\mathbf{M}\xi = 2, \mathbf{D}\xi = \dfrac{4}{3}$.

75. Найти $\mathbf{P}(\xi \ge 2)$, если случайная величина ξ имеет биномиальное распределение с $\mathbf{M}\xi = 4$, $\mathbf{D}\xi = 2$.

76. Дать определение случайной величины, имеющей биномиальное распределение. Из коробки, в которой лежат 6 синих и 4 красных шара, извлекают наугад 3 шара, возвращая каждый раз вынутый шар обратно. Пусть ξ – число извлеченных красных шаров. Найти числовые характеристики случайной величины ξ.

77. Дать определение случайной величины, имеющей непрерывное равномерное распределение. Непрерывная случайная величина ξ имеет равномерное распределение с $\mathbf{M}\xi = 2$, $\mathbf{D}\xi = 3$. Найти вероятность $\mathbf{P}(-5 < \xi \le 1)$.

78. Записать формулы для вычисления математического ожидания дискретной и непрерывной случайной величины. Непрерывная случайная величина ξ имеет равномерное распределение с $\mathbf{M}\xi = 10$, $\mathbf{D}\xi = 12$. Найти вероятность $\mathbf{P}(\xi \in [3; 9])$.

79. Записать формулы для вычисления математического ожидания и дисперсии непрерывной случайной величины. Непрерывная случайная величина ξ имеет равномерное распределение с $\mathbf{M}\xi = -0{,}5$, $\mathbf{D}\xi = 0{,}75$. Найти вероятность $\mathbf{P}(-1 < \xi \le 2)$.

80. При каком условии случайные величины называются независимыми? некоррелированными? Какая связь между этими понятиями? Задан закон распределения двумерной случайной величины (ξ; η). Найти значение p, числовые характеристики и коэффициент корреляции случайных величин ξ и η.

$\xi \setminus \eta$	–1	0	1
–4	0,1	0,1	0,1
4	p	0	0,2

81. При каком условии случайные величины называются независимыми? некоррелированными? Какая связь между этими понятиями? Задан закон распределения двумерной случайной величины (ξ; η). Найти значение p, числовые характеристики и коэффициент корреляции случайных величин ξ и η.

$\xi \setminus \eta$	–1	0	1
–2	0	0,2	p
2	0,2	0	0,2

82. При каком условии случайные величины называются независимыми? некоррелированными? Какая связь между этими понятиями? Задан закон распределения двумерной случайной величины (ξ; η). Найти значение p, числовые характеристики и коэффициент корреляции случайных величин ξ и η.

$\xi \setminus \eta$	–4	0	4
–3	0,1	0,3	0,1
3	0	p	0,2

83. При каком условии случайные величины называются независимыми? некоррелированными? Какая связь между этими понятиями? Задан закон распределения двумерной случайной величины (ξ; η). Найти значение p, числовые характеристики и коэффициент корреляции случайных величин ξ и η.

$\xi \setminus \eta$	–2	0	2
–2	0,1	0	0,1
0	p	0,2	0,2

84. Сформулировать определение и основные свойства функции распределения двумерной случайной величины. Найти плотность распределения случайной величины (ξ; η) и $\mathbf{P}(-1 < \xi < 4,\ 0 \le \eta \le 1)$, если известна функция распределения

$$F_{\xi;\eta}(x;\,y) = \begin{cases} (1-\mathrm{e}^{-4x})(1-\mathrm{e}^{-6y}), & \text{если } x > 0 \text{ и } y > 0, \\ 0 & \text{в остальных случаях.} \end{cases}$$

85. Сформулировать определение и основные свойства функции распределения двумерной случайной величины. Найти плотность распределения случайной величины (ξ; η) и $\mathbf{P}(-1 < \xi < 4,\ 0{,}2 \le \eta \le 2)$, если известна функция распределения

$$F_{\xi;\eta}(x;\,y) = \begin{cases} (1-x^{-5})(1-y^{-6}), & \text{если } x > 1 \text{ и } y > 1, \\ 0 & \text{в остальных случаях.} \end{cases}$$

86. Перечислить основные свойства коэффициента корреляции. Найти коэффициент корреляции случайных величин ξ и $\zeta = 3\xi - \eta$, если $\mathbf{M}\xi = 4$, $\mathbf{D}\xi = 2$, $\mathbf{M}\eta = 4$, $\mathbf{D}\eta = 9$, $\mathrm{cov}(\xi; \eta) = -2$.

87. Перечислить основные свойства коэффициента корреляции. Найти коэффициент корреляции случайных величин ξ и $\zeta = 3\xi - \eta + 2$, если $\mathbf{M}\xi = 20$, $\mathbf{D}\xi = 23$, $\mathbf{M}\eta = 20$, $\mathbf{D}\eta = 23$, $r_{\xi;\,\eta} = 0{,}2$.

88. Перечислить основные свойства математического ожидания и дисперсии. Найти $r_{\xi;\,\zeta}$, если $\zeta = 2\xi - \eta + 5$, случайные величины ξ и η независимы и $\mathbf{M}\xi = -1$, $\mathbf{D}\xi = 9$, $\mathbf{M}\eta = 3$, $\mathbf{D}\eta = 4$.

89. *С*формулировать необходимые и достаточные условия независимости двух случайных величин. Найти $r_{\xi;\,\zeta}$, если $\zeta = \xi - 2\eta + 4$, случайные величины ξ и η независимы и $\mathbf{M}\xi = -1$, $\mathbf{D}\xi = 1$, $\mathbf{M}\eta = 1$, $\mathbf{D}\eta = 1$.

90. Найти $\mathrm{cov}(\xi - 3\eta;\ \xi + 3\eta)$, если случайные величины ξ и η независимы и $\mathbf{M}\xi = 4$, $\mathbf{D}\xi = 1$, $\mathbf{M}\eta = 4$, $\mathbf{D}\eta = 9$.

91. Найти коэффициент корреляции случайных величин ξ и $\zeta = 3\xi - 5\eta$, если $\mathbf{M}\xi = 0$, $\mathbf{D}\xi = 25$, $\mathbf{M}\eta = 1$, $\mathbf{D}\eta = 9$, $\mathbf{M}\xi\eta = -15$.

92. По данной выборке найти выборочные среднее и дисперсию, записать эмпирическую функцию распределения и построить ее график:

3 6 4 1 2 5 8 3

93. Что называется несмещенной оценкой параметра? состоятельной оценкой? По данной выборке получить несмещенные оценки для математического ожидания и дисперсии, найти эмпирическую функцию распределения и построить ее график:

0 4 4 3 2 5 8 8 2 6

94. Игральную кость подбросили 60 раз. Найти несмещенную оценку для математического ожидания, построить полигон относительных частот и график эмпирической функции распределения.

Число очков	1	2	3	4	5	6
n_i	10	15	7	10	5	13

95. По данному статистическому ряду найти несмещенные оценки математического ожидания и дисперсии, построить график эмпирической функции распределения.

x_i	–3	–1	0	3
n_i	6	18	12	4

96. Что называется несмещенной оценкой параметра распределения? По данному интервальному статистическому ряду построить гистограмму относительных частот, найти несмещенные оценки математического ожидания и дисперсии.

$[x_{i-1}; x_i)$	[–6; 0)	[0; 6)	[6; 12)	[12; 18)
n_i	10	45	30	15

97. *С*формулировать определение и основные свойства эмпирической функции распределения. По данному интервальному статистическому ряду построить график эмпирической функции распределения, найти несмещенные оценки математического ожидания и дисперсии.

$[x_{i-1}; x_i)$	[–1; 1)	[1; 3)	[3; 5)	[5; 7)
n_i	20	90	60	30

98. Что называется доверительным интервалом? доверительной вероятностью? Предполагая, что выборка взята из нормального распределения, получить 5-процентный доверительный интервал для математического ожидания:

$$-1;\quad -2;\quad 1;\quad 7;\quad 1;\quad 4;\quad 3;\quad -1.$$

99. Предполагая, что выборка взята из нормального распределения, получить 5%-ный доверительный интервал для математического ожидания:

6 8 4 0 16 0 6 10 4 6

100. По интервальному статистическому ряду, предполагая, что выборка взята из нормального распределения, оценить математическое ожидание с надежностью $\gamma = 0{,}95$.

$[x_{i-1}; x_i)$	[–2; 2)	[2; 6)	[6; 10)	[10; 14)
n_i	4	18	12	6

101. Что называется доверительным интервалом? Что называется доверительной вероятностью? По интервальному статистическому ряду, предполагая, что выборка взята из нормального распределения, оценить дисперсию с надежностью $\gamma = 0{,}95$.

$[x_{i-1}; x_i)$	[–2; 2)	[2; 6)	[6; 10)	[10; 14)
n_i	8	36	24	12

102. Предполагая, что выборка взята из нормального распределения, оценить дисперсию с надежностью $\gamma = 0{,}95$: $-1;\quad 2;\quad 1;\quad 7;\quad 1;\quad 4;\quad 3;\quad 0.$

103. *Ч*то называется критерием согласия? Что называется критерием значимости? Предполагая, что выборка взята из нормального распределения, проверить, можно ли при уровне значимости $\alpha = 0{,}05$ считать, что математическое ожидание равно $a_0 = 3$: $-1;\quad 2;\quad 1;\quad 7;\quad 5;\quad 3;\quad 2;\quad 0;\quad -1.$

104. *Ч*то называется критерием согласия? Что называется критерием значимости? Предполагая, что выборка взята из нормального распределения, проверить, можно ли при уровне значимости считать, что дисперсия равна $\sigma_0^2 = 8$:

$$-1;\quad 2;\quad 1;\quad 7;\quad 5;\quad 3;\quad 2;\quad 0;\quad -1.$$

105. *Н*а станке-автомате изготавливаются детали с номинальным контролируемым размером $a_0 = 15$ мм. Известно, что распределение контролируемого размера является нормальным с $\sigma = 0{,}5$ мм. В течение смены произвели измерения 25 случайно отобранных деталей и получили $\bar{x} = 14{,}6$ мм. Можно ли при $\alpha = 0{,}05$ утверждать, что станок-автомат изготавливает детали уменьшенного размера и поэтому требуется произвести подналадку станка?

106. Для сравнения точности станков, производящих одинаковую продукцию, было отобрано с 1-го станка 16 единиц продукции, со 2-го – 13 единиц, в результате чего получено: $\bar{x}_1 = 20{,}22;\ s_1^2 = 1{,}8;\ \bar{x}_2 = 20{,}23;\ s_2^2 = 0{,}6.$ Проверить при $\alpha = 0{,}05$ гипотезу об одинаковой точности станков, считая, что выборки взяты из нормального распределения.

107. *О*ценивается качество работы двух стабилизаторов температуры: с усовершенствованием и без него. Эффективность стабилизаторов температуры измеряется даваемой ими дисперсией температур. Выяснить по результатам эксперимента, можно ли при уровне значимости $\alpha = 0{,}05$ считать усовершенствование эффективным.

Стабилизатор	$\bar{x}$	s^2	n
С усовершенствованием	14,2	8,6	9
Без усовершенствования	12,6	15,2	5

108. Двумя методами произведены измерения одной и той же физической величины. Можно ли при уровне значимости $\alpha = 0{,}05$ считать, что оба метода обеспечивают одинаковую точность?

Метод	$\bar{x}$	s^2	n
A	13,8	8	16
B	12,2	5,4	9

109. Что называется простой гипотезой? сложной гипотезой? Что называется критерием значимости? Двумя методами произведены измерения одной и той же физической величины. Определить при уровне значимости $\alpha = 0{,}05$, имеется ли реальное различие в результатах измерений.

Метод	$\bar{x}$	s^2	n
A	13,8	8	16
B	12,2	5,4	9

110. Имеются данные (в микронах) об измерениях неровностей поверхностей, выполненных на двух микроскопах М2022 и М2023. Можно ли при уровне значимости $\alpha = 0{,}05$ считать, что два прибора обеспечивают одинаковую точность измерений?

М2022	1,8	1,9	2,0	2,4	–
М2023	1,7	2,1	1,5	1,8	2,4

111. Имеются данные (в микронах) об измерениях неровностей поверхностей одних и тех же образцов на двух микроскопах М2022 и М2023. Можно ли при уровне значимости $\alpha = 0{,}05$ считать, что между показаниями приборов нет систематических расхождений?

М2022	0,8	2,1	3,2	2,4	4,8
М2023	1,5	1,9	3,1	2,6	4,4

112. Для проверки работы двух станков проведены измерения размера выпускаемых ими однотипных изделий. Можно ли при уровне значимости $\alpha = 0{,}05$ считать, что станки выпускают изделия одинакового размера?

Станок 1	20,14	20,16	20,22	20,12	–
Станок 2	20,08	20,12	20,10	20,10	20,15

113. Имеются данные о дополнительных часах сна после приема снотворных А и В у четырех пациентов. Проверить при уровне значимости $\alpha = 0{,}05$, существует ли значимая разница между действием снотворных А и В. Как изменилась бы процедура проверки гипотезы в случае, если бы в эксперименте были использованы 2 группы пациентов по 4 человека в каждой?

Пациент	1	2	3	4
Снотворное А	1,7	–0,2	0,4	1,8
Снотворное В	1,1	0	–0,1	1,9

114. Количественное определение влаги в порошкообразных образцах поливинилбутираля проводится по ГОСТу методом 1, который достаточно точен, но продолжителен по времени. Даны результаты определения влаги (%) двумя методами для четырех образцов. Можно ли утверждать на уровне значимости

$\alpha = 0{,}05$, что оба метода дают одинаковые результаты? Как изменилась бы процедура проверки гипотезы, если бы для исследования были взяты 8 однотипных образцов?

Метод 1	1,7	0,3	1,4	2,0
Метод 2	1,6	0,9	1,2	2,5

115. Сформулировать основные свойства выборочного коэффициента корреляции. По наблюденным значениям (0; 4,5); (2; 3,5); (4; 5); (6; 7); (8; 6,5) найти выборочный коэффициент корреляции и проверить его значимость при $\alpha = 0{,}05$, предполагая, что выборка взята из нормального распределения.

116. Перечислить основные свойства выборочного коэффициента корреляции. По наблюденным значениям x и y найти выборочный коэффициент корреляции и проверить его значимость при $\alpha = 0{,}05$, предполагая, что выборка взята из нормального распределения.

x	2	4	6	8
y	2	4	5	7

117. Перечислить основные свойства выборочного коэффициента корреляции. По наблюденным значениям x и y найти выборочный коэффициент корреляции и проверить его значимость при $\alpha = 0{,}05$, предполагая, что выборка взята из нормального распределения.

x	1	2	3	4	5
y	7,5	8,5	7	5	5,5

118. По наблюденным значениям (0; 4,5); (2; 3,5); (4; 5); (6; 7); (8; 6,5) найти выборочное уравнение линейной регрессии y на x, построить прямую на корреляционном поле.

119. Найти выборочное уравнение линейной регрессии y на x, построить прямую на корреляционном поле.

x	2	4	6	8
y	2	4	5	7

120. По наблюденным значениям x и y найти выборочное уравнение линейной регрессии y на x, построить прямую на корреляционном поле.

x	2	4	6	8	10
y	7,5	8,5	7	5	5,5