

## Bing

Функция непрерывна в точке, если ее значение в этой точке совпадает с пределом функции в этой точке. Функция  $\cos x$  непрерывна на всей числовой прямой, так как предел  $\cos x$  при  $x \rightarrow a$  равен  $\cos a$  для любого  $a$ . Для доказательства непрерывности функции  $\cos x$  на всей числовой прямой, достаточно доказать непрерывность функции  $\cos x$  в точке  $0$ , так как  $\cos x$  является четной функцией.

Для доказательства непрерывности функции  $\cos x$  в точке  $0$ , заметим, что  $\cos x = 1 - 2\sin^2(x/2)$ . Так как  $\sin x$  непрерывна на всей числовой прямой, то  $\sin^2(x/2)$  непрерывна на всей числовой прямой. Следовательно,  $2\sin^2(x/2)$  непрерывна на всей числовой прямой. Так как функция  $f(x) = 1 - x$  непрерывна на всей числовой прямой, то функция  $1 - 2\sin^2(x/2) = f(2\sin^2(x/2))$  непрерывна на всей числовой прямой. Следовательно, функция  $\cos x$  непрерывна на всей числовой прямой.