# Zahlenbasen Umwandlung – in Theorie und Praxis

Alexander Hermann

25. April 2016

# Inhaltsverzeichnis

1	$\mathbf{Ein}$	leitung		9
	1.1	Zahler	ndarstellung	9
		1.1.1		10
	1.2	Hier n	nögliche Zahlen	10
<b>2</b>	Um	wandlı	ıngen	11
	2.1	Umwa	ndlung von Zahlen der Basis $b$ in das Zahlensystem der	
		Basis	10	11
		2.1.1	Allgemeine Formel zur Wandlung von Basis $b$ zu Basis	
			10	11
		2.1.2	Berechnungsablauf	11
	2.2	Umwa	ndlung von Zahlen der Basis 10 in das Zahlensystem der	
		Basis	b	13
		2.2.1	Allgemeine Formel zur Wandlung von Basis 10 zu Basis $\boldsymbol{b}$	13
		2.2.2	Berechnungsablauf	14
$\mathbf{A}$	Beis	spiele		<b>17</b>
	A.1	Umwa	ndlung ins Dezimalsystem	17
		A.1.1	Beispiel der Zahlenbasis $b_1 = 2 \dots \dots \dots$	17
		A.1.2	Beispiel der Zahlenbasis $b_1 = 8$	18
		A.1.3	Beispiel der Zahlenbasis $b_1 = 16 \dots \dots \dots$	19
	A.2	Umrec	chnung vom Dezimalsystem in andere Zahlensysteme	20
		A.2.1	Beispiel der Zahlenbasis $b_2 = 2$	20
		A.2.2	Beispiel der Zahlenbasis $b_2 = 3$	22
		A.2.3	Beispiel der Zahlenbasis $b_2 = 8$	23
В	Um	setzun	g in Programmiersprachen	25
	B.1		Codierung	25

# Listings

B.1	PHP Interface der Zahlenbasis	25
B.2	PHP Implementierung der Zahlenbasis	26

6 LISTINGS

# Abbildungsverzeichnis

2.1	Struktogramm Umwandlung in das Dezimalsystem	12
2.2	Struktogramm Berechnung des Character-Werts	13
2.3	Struktogramm Berechnung des Zwischenergebnisses	14
2.4	Struktogramm Umwandlung vom Dezimalsystem	15
2.5	Struktogramm Umwandlung einer Zahl in einen Character-Wert	16

### Kapitel 1

# Einleitung

Zahlen in verschiedenen Zahlenbasen werden im Wesentlichen für eine Vorvereinfachung zur menschlichen Kommunikation bzw. zur Umschreibung mit maschinellen Automatisierungen verwendet. Bei der Ausführung von Software auf reiner Hardware-Ebene läuft alles letztendlich rein binär<sup>1</sup> ab.

Da wir Menschen es gewohnt sind im Dezimalsystem<sup>2</sup> zu rechnen – was möglicherweise daran liegt, dass der Mensch zehn Finger hat – und auch dafür ausgebildet wurden, ist es im Allgemeinen einfacher, auf dieser Basis zu rechnen.

### 1.1 Zahlendarstellung

In vielen Programmiersprachen werden die Zahlensysteme binär, octal, dezimal und hexadezimal im Programmiercode zur Vereinfachung bzw. zur korrekten Interpretation durch den Compiler unterschiedlich eingegeben.

• binär: 0b101110

• octal: 0c576302

• dezimal: 964

• hexadezimal: 0xAFFE09

Da hier aber generell alle möglichen Zahlensysteme verwendet werden, bzw. die verallgemeinerte Form der Umrechnung erklärt werden soll, werden im

 $<sup>^{1}</sup>$ auf der Basis b=2

<sup>&</sup>lt;sup>2</sup>Basis b = 10

Folgenden Zahlen eines bestimmten Zahlensystems der Basis  $\boldsymbol{b}$  wie folgt dargestellt:

bxv

Wobei b für die entsprechende Basis steht, x zur Markierung immer als  $\mathbf{x}$  verwendet wird und v der Wert im entsprechenden Zahlensystem ist.

### 1.1.1 Beispiel dazu

Ähnlich wie oben:

• binär: 2x101110

• octal: 8x576302

• dezimal: 10x964

• hexadezimal: 16xAFFE09

Wäre das alles, wäre es wohl kaum nötig eine zusätzliche Darstellung zu verwenden. Aber an eher seltenen Zahlensystemen, ist eine generalisierte Darstellung dann doch vorteilhaft:

• ternär: 3x211201

• quinär: 5x402314

• tridezimal 13x5A9C0B3

• oktovigesimal 28xNOR70KRANK

• hexatridezimal: 36xGIRAFFE0Z6A

### 1.2 Hier mögliche Zahlen

Es gibt auch durchaus Umwandlungsmethoden, um Reale Zahlen umzurechnen. Hier wird aber nur mit Natürlichen Zahlen gearbeitet.

### Kapitel 2

### Umwandlungen

#### 2.1 Umwandlung von Zahlen der Basis b in das Zahlensystem der Basis 10

#### 2.1.1 Allgemeine Formel zur Wandlung von Basis b zu Basis 10

Diese Formel ist für Zahlenbasen der Basis b=2 bis Basis  $b=36^1$  mit den Ziffern 0 bis 9 und den Buchstaben A bis Z möglich. Die Formel setzt sich zusammen aus der Basis b, der Stellenposition<sup>2</sup> s und dem angezeigten Wert w. Wenn der Wert ein Buchstabe ist, ist der Wert gleich Buchstabenstelle  $bu_s$  im Alphabet +9  $w = bu_s + 9$  ansonsten der Zahlenwert w = w. Die Anzahl der maximalen Zeichen ist der Basiswert.<sup>3</sup> Im "normalen", dezimalen Merke: das er-Zahlensystem von 0 bis 9 ist die 10 bereits zweistellig.

ste Zeichen ist immer 0!

$$x_s = b^{s-1} * w (2.1)$$

Die Ergebnisse der einzelnen Stellen werden summiert.

#### 2.1.2Berechnungsablauf

Der Berechnungsablauf kann wie in dem, in Abbildung 2.1 dargestellten Struktogramm dargestellt werden. Die meisten Programmiersprachen haben vordefinierte Funktionen zur Längenberechnung von string -Variablen; ebenso gibt es Funktionen um an bestimmten Stellen eines Strings einzelne Zeichen

<sup>&</sup>lt;sup>1</sup>Basis 36 bei ASCII; bei UTF-8 auch größer

<sup>&</sup>lt;sup>2</sup>von rechts nach links

<sup>&</sup>lt;sup>3</sup>Deswegen ist 2 auch die kleinstmögliche Zahlenbasis, weil bei nur einem Zeichen kein Unterschied mehr möglich ist.

Umwandlung von Basis $b$ in Basis 10.	
Parameter:	
b {Eine int Variable, die die zu benutzende Zahlenbasis angibt.}	
q {Eine string Variable, die die zu übersetzende Zahl der Zahlenbasis b enthält.}	
lokale Variablen:	
step {Eine int Variable, die den aktuellen Schritt anzeigt.}	
result {Eine int Variable, die das Endergebnis beinhaltet.}	
charW {Eine char Variable für einen einzelnen Stellenwert des Eingabewerts q .}	
intW {Eine int Variable, die den Integer-Wert des aktuellen Stellenwerts charW darstellt.}	
laenge {Eine int Variable für die Länge des Quell-Strings	
q.} z {Eine int Variable als Zähler.}	
Länge von q abfragen	
laenge zurückgeben	$\overline{}$
result = 0	
step = laenge - 1	
z = 0	
step > 0	
Character von q an Stelle step abfragen	
charW zurückgeben	$\overline{}$
charW ist eine Zahl	
WAHR FALSCH	
intW = intwert( charW ) Wert des Characters ausrechnen	-
intW zurückgeben	$\geq$
step = step - 1	
Zwischenergebnis intW an Zähler z und Basis b berechnen.	
intW zurückgeben	$\overline{}$
result = result + intW	
z = z + 1	
result zurückgeben	

Abbildung 2.1: Struktogramm Umwandlung in das Dezimalsystem

Berechnung des Character-Werts	
Parameter	:
С	{Eine char Variable, die den auszuwertenden Cha-
	racter angibt.
lokale Varia	ablen:
result	{Eine int Variable, die das Endergebnis beinhal-
	tet.}
z	{Eine int Variable als Zwischenwert.}
Lese den A	SCII oder UTF-8 Wert des Parameters c aus und
schreibe es	in das Zwischenergebnis $\ z$ .
result = z	+ 9 – erste Buchstaben position
result zuri	ickgeben

Abbildung 2.2: Struktogramm Berechnung des Character-Werts

abzurufen. Damit entfällt die genauere Beschreibung der Längenabfrage und der Stellenabfrage. Was hier noch fehlt, ist die Berechnung des Character-Werts, dies wird im Struktogramm in Abbildung 2.2 dargestellt, falls es sich nicht um eine Zahl handelt, so wie die Berechnung des Zwischenergebnisses, welches im Struktogramm in Abbildung 2.3 dargestellt wird.

# 2.2 Umwandlung von Zahlen der Basis 10 in das Zahlensystem der Basis b

Eine der Anleitungen fand ich im Web<sup>4</sup>. Die umzurechnende Zahl z wird durch die Basis b geteilt; der Quotient q wird zur erneuten Rechnung verwendet; der jeweilige Rest r wird mit 10 hoch dem Rechenschritt s multipliziert; der erste Rechenschritt ist s=0. Es wird so häufig gerechnet, bis der Quotient 0 ist.

# 2.2.1 Allgemeine Formel zur Wandlung von Basis 10 zu Basis b

In dieser Formel wird der Quotient des vorherigen Rechenschritts als das Zwischenergebnis  $s_n$  bezeichnet, wobei n die Nummer des Rechenschritts ist. Die Zählung der Rechenschritte fängt mit 0 an. Also ist für die erste Stelle

<sup>&</sup>lt;sup>4</sup>http://www.arndt-bruenner.de [Brü15]

Berechnung des Zwischenergebnisses		
Parameter:		
b	{Eine int Variable, die die zu benutzende Zahlen-	
	basis angibt.	
W	{Eine int Variable, die den Eingabewert angibt.}	
р	{Eine int Variable, die die zu benutzende Stellen-	
	position enthält.}	
lokale Vari	ablen:	
Z	{Eine int Variable als Zähler.}	
result	{Eine int Variable für das Endergebnis}	
z = 0		
$\operatorname{result} = 1$		
z < p		
result	= result * b	
z = z	+1	
result = re	sult * w	
result zur	ückgeben	

Abbildung 2.3: Struktogramm Berechnung des Zwischenergebnisses

 $s_0$  die umzuwandel<br/>nde Zahlzder Basis bzu verwenden.

$$\frac{s_n}{h} = q_n; r_n \tag{2.2}$$

#### 2.2.2 Berechnungsablauf

Nach dem ersten Rechenschritt (wenn der Quotient  $q \neq 0$  ist),  $n \geq 1$  gilt:

$$s_n = q_{n-1} \tag{2.3}$$

Das Gesamtergebnis g ergibt sich wie folgt, wenn die Zielbasis b < 10 ist:

$$g = r_0 * 10^0 + r_1 * 10^1 \dots + r_n * 10^n$$
(2.4)

Wenn die Zielbasis b>10 ist, müssen die einzelnen Zeichendarstellungen der Reste  $r_n$  rückwärts in eine Zeichenfolge zusammengesetzt werden. Das Ganze ist auch im Struktogramm in Abbildung 2.4 dargestellt. Die Umwandlung einer Zahl >9 läuft ähnlich wie im Struktogramm in Abbildung 2.2; nur umgekehrt. Siehe dazu das Struktogramm in Abbildung 2.5

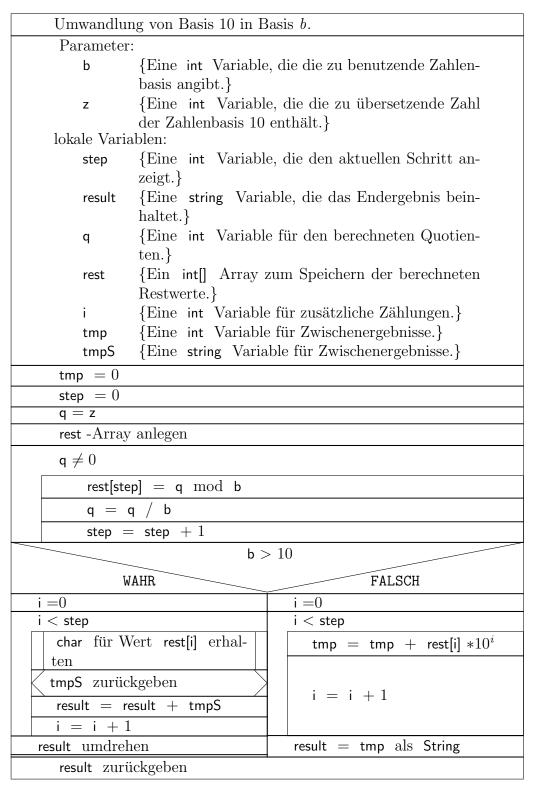


Abbildung 2.4: Struktogramm Umwandlung vom Dezimalsystem

Berechnung eines Character-Werts	
Parameter:	
x {Eine int Variable, die den auszuwertenden wert	
angibt.}	
lokale Variablen:	
result {Eine char Variable, die das Endergebnis beinhal-	
tet.}	
z {Eine int Variable als Zwischenwert.}	
Lese den ASCII oder UTF-8 Wert des Buchstabens A aus und	
schreibe es in das Zwischenergebnis z .	
result = x - 9 + z	
result zurückgeben	

Abbildung 2.5: Struktogramm Umwandlung einer Zahl in einen Character-Wert

# Anhang A

# Beispiele

### A.1 Umwandlung ins Dezimalsystem

Beispiele der Umrechnung von der Zahlenbasis  $b_1=x$  in die Zahlenbasis  $b_2=10$ .

### A.1.1 Beispiel der Zahlenbasis $b_1 = 2$

Im Binärsystem gibt es die zwei Zeichen 0 und 1.

#### Beispiel 1

Die Binärzahl 2x100 wird wie folgt nach Formel 2.1 umgerechnet: von rechts nach links:

1. An Stelle s = 1:

$$x_1 = 2^0 * 0 = 1 * 0 = 0$$

2. An Stelle s = 2:

$$x_2 = 2^1 * 0 = 2 * 0 = 0$$

3. An Stelle s = 3:

$$x_3 = 2^2 * 1 = 4 * 1 = 4$$

Die Summierung von  $x_1$  bis  $x_3$  ist:

$$0 + 0 + 4 = 4$$

#### Beispiel 2

Die Binärzahl 2x110101 wird wie folgt nach Formel 2.1 umgerechnet: von rechts nach links:

1. An Stelle s = 1:

$$x_1 = 2^0 * 1 = 1 * 1 = 1$$

2. An Stelle s = 2:

$$x_2 = 2^1 * 0 = 2 * 0 = 0$$

3. An Stelle s = 3:

$$x_3 = 2^2 * 1 = 4 * 1 = 4$$

4. An Stelle s = 4:

$$x_4 = 2^3 * 0 = 8 * 0 = 0$$

5. An Stelle s = 5:

$$x_5 = 2^4 * 1 = 16 * 1 = 16$$

6. An Stelle s = 6:

$$x_6 = 2^5 * 1 = 32 * 1 = 32$$

.

Die Summierung von  $x_1$  bis  $x_6$  ist:

$$1 + 0 + 4 + 0 + 16 + 32 = 53$$

### A.1.2 Beispiel der Zahlenbasis $b_1 = 8$

Im Oktalsystem gibt es acht Zeichen von 0 bis 7.

#### Beispiel 1

Die Oktalzahl 8x70 wird wie folgt nach Formel 2.1 umgerechnet: von rechts nach links:

1. An Stelle s = 1:

$$x_1 = 8^0 * 0 = 1 * 0 = 0$$

2. An Stelle s = 2:

$$x_2 = 8^1 * 7 = 8 * 7 = 56$$

Die Summierung von  $x_1$  bis  $x_2$  ist:

$$0 + 56 = 56$$

### A.1.3 Beispiel der Zahlenbasis $b_1 = 16$

Im Hexadezimalsystem gibt es sechzehn Zeichen von 0 bis F.

#### Beispiel 1

Die Hexadezimalzahl 16xD4 wird wie folgt nach Formel 2.1 von rechts nach links umgerechnet:

1. An Stelle s = 1:

$$x_1 = 16^0 * 4 = 1 * 4 = 4$$

2. An Stelle s = 2:

$$x_2 = 16^1 * (4+9) = 16 * 13 = 208$$

Die Summierung von  $x_1$  bis  $x_2$  ist:

$$4 + 208 = 212$$

#### Beispiel 2

Die Hexadezimalzahl 16xAFFE wird wie folgt nach Formel 2.1 von rechts nach links umgerechnet:

1. An Stelle s = 1:

$$x_1 = 16^0 * (5+9) = 1 * 14 = 14$$

2. An Stelle s = 2:

$$x_2 = 16^1 * (6+9) = 16 * 15 = 240$$

3. An Stelle s = 3:

$$x_3 = 16^2 * (6+9) = 256 * 15 = 3840$$

4. An Stelle s = 4:

$$x_4 = 16^3 * (1+9) = 4096 * 10 = 40960$$

Die Summierung von  $x_1$  bis  $x_4$  ist:

$$14 + 240 + 3840 + 40960 = 45054$$

# A.2 Umrechnung vom Dezimalsystem in andere Zahlensysteme

Beispiele der Umrechnung von der Zahlenbasis  $b_1=10$  in die Zahlenbasis  $b_2=x$ .

### A.2.1 Beispiel der Zahlenbasis $b_2 = 2$

Die Zahlenbasis nennt sich Binär.

#### Beispiel 1

Die Dezimalzahl z=13 wird wie folgt nach Formel 2.2 umgerechnet:

1. An Stelle 1: n = 0:

$$\frac{s_0 = z}{2} = \frac{13}{2} = q_0 = 6; r_0 = 1$$

2. An Stelle 2: n = 1:

$$\frac{s_1 = q_0}{2} = \frac{6}{2} = q_1 = 3; r_1 = 0$$

3. An Stelle 3: n = 2:

$$\frac{s_2 = q_1}{2} = \frac{3}{2} = q_2 = 1; r_2 = 1$$

4. An Stelle 4: n = 3:

$$\frac{s_3 = q_2}{2} = \frac{1}{2} = q_3 = 0; r_3 = 1$$

5. Gesamtergebnis g der Basis b=2:

$$g = r_0 * 10^0 + r_1 * 10^1 + r_2 * 10^2 + r_3 * 10^3$$

$$g = 1 * 1 + 0 * 10 + 1 * 100 + 1 * 1000 = 1101$$

10x13 = 2x1101

#### A.2. UMRECHNUNG VOM DEZIMALSYSTEM IN ANDERE ZAHLENSYSTEME21

#### Beispiel 2

Die Dezimalzahl z = 141 wird wie folgt nach Formel 2.2 umgerechnet:

1. An Stelle 1: n = 0:

$$\frac{s_0 = z}{2} = \frac{141}{2} = q_0 = 70; r_0 = 1$$

2. An Stelle 2: n = 1:

$$\frac{s_1 = q_0}{2} = \frac{70}{2} = q_1 = 35; r_1 = 0$$

3. An Stelle 3: n = 2:

$$\frac{s_2 = q_1}{2} = \frac{35}{2} = q_2 = 17; r_2 = 1$$

4. An Stelle 4: n = 3:

$$\frac{s_3 = q_2}{2} = \frac{17}{2} = q_3 = 8; r_3 = 1$$

5. An Stelle 5: n = 4:

$$\frac{s_4 = q_3}{2} = \frac{8}{2} = q_4 = 4; r_4 = 0$$

6. An Stelle 6: n = 5:

$$\frac{s_5 = q_4}{2} = \frac{4}{2} = q_5 = 2; r_5 = 0$$

7. An Stelle 7: n = 6:

$$\frac{s_6 = q_5}{2} = \frac{2}{2} = q_6 = 1; r_5 = 0$$

8. An Stelle 8: n = 7:

$$\frac{s_6 = q_6}{2} = \frac{1}{2} = q_6 = 0; r_6 = 1$$

9. Gesamtergebnis q der Basis b = 2:

$$g = r_0 * 10^0 + r_1 * 10^1 + r_2 * 10^2 + r_3 * 10^3 + r_4 * 10^4$$
$$+ r_5 * 10^5 + r_6 * 10^6$$
$$g = 1 * 1 + 0 * 10 + 1 * 100 + 1 * 1000 + 0 * 10000$$
$$+ 0 * 1000000 + 1 * 10000000$$
$$= 10001101$$

10x141 = 2x10001101

### A.2.2 Beispiel der Zahlenbasis $b_2 = 3$

Die Zahlenbasis nennt sich **Ternär**.

#### Beispiel 1

Die Dezimalzahl z=13 wird wie folgt nach Formel 2.2 umgerechnet:

1. An Stelle 1: n = 0:

$$\frac{s_0 = z}{3} = \frac{13}{3} = q_0 = 4; r_0 = 1$$

2. An Stelle 2: n = 1:

$$\frac{s_1 = q_0}{3} = \frac{4}{3} = q_1 = 1; r_1 = 1$$

3. An Stelle 3: n = 2:

$$\frac{s_2 = q_1}{3} = \frac{1}{3} = q_2 = 0; r_2 = 1$$

4. Gesamtergebnis q der Basis b = 3:

$$g = r_0 * 10^0 + r_1 * 10^1 + r_2 * 10^2$$

$$g = 1*1 + 1*10 + 1*100 = 111$$

10x13 = 3x111

#### Beispiel 2

Die Dezimalzahl z = 141 wird wie folgt nach Formel 2.2 umgerechnet:

1. An Stelle 1: n = 0:

$$\frac{s_0=z}{3}=\frac{141}{3}=q_0=47; r_0=0$$

2. An Stelle 2: n = 1:

$$\frac{s_1 = q_0}{3} = \frac{47}{3} = q_1 = 15; r_1 = 2$$

3. An Stelle 3: n = 2:

$$\frac{s_2 = q_1}{3} = \frac{15}{3} = q_2 = 5; r_2 = 0$$

#### A.2. UMRECHNUNG VOM DEZIMALSYSTEM IN ANDERE ZAHLENSYSTEME23

4. An Stelle 4: n = 3:

$$\frac{s_3 = q_2}{3} = \frac{5}{3} = q_3 = 1; r_3 = 2$$

5. An Stelle 5: n = 4:

$$\frac{s_4 = q_3}{3} = \frac{1}{3} = q_4 = 0; r_4 = 1$$

6. Gesamtergebnis g der Basis b = 3:

$$g = r_0 * 10^0 + r_1 * 10^1 + r_2 * 10^2 + r_3 * 10^3 + r_4 * 10^4$$
$$g = 0 * 1 + 2 * 10 + 0 * 100 + 2 * 1000 + 1 * 10000$$
$$= 12020$$

10x141 = 3x12020

### A.2.3 Beispiel der Zahlenbasis $b_2 = 8$

Die Zahlenbasis nennt sich Oktal.

#### Beispiel 1

Die Dezimalzahl z = 13 wird wie folgt nach Formel 2.2 umgerechnet:

1. An Stelle 1: n = 0:

$$\frac{s_0 = z}{8} = \frac{13}{8} = q_0 = 1; r_0 = 5$$

2. An Stelle 2: n = 1:

$$\frac{s_1 = q_0}{8} = \frac{1}{8} = q_1 = 0; r_1 = 1$$

3. Gesamtergebnis g der Basis b = 8:

$$g = r_0 * 10^0 + r_1 * 10^1$$

$$q = 5 * 1 + 1 * 10 = 15$$

10x13 = 8x15

#### Beispiel 2

Die Dezimalzahl z=141 wird wie folgt nach Formel 2.2 umgerechnet:

1. An Stelle 1: n = 0:

$$\frac{s_0 = z}{8} = \frac{141}{8} = q_0 = 17; r_0 = 5$$

2. An Stelle 2: n = 1:

$$\frac{s_1 = q_0}{8} = \frac{17}{8} = q_1 = 2; r_1 = 1$$

3. An Stelle 3: n = 2:

$$\frac{s_2 = q_1}{8} = \frac{2}{8} = q_2 = 0; r_2 = 2$$

4. Gesamtergebnis g der Basis b = 8:

$$g = r_0 * 10^0 + r_1 * 10^1 + r_2 * 10^2$$
$$g = 5 * 1 + 1 * 10 + 2 * 100$$
$$= 215$$

$$10x141 = 8x215$$

## Anhang B

# Umsetzung in Programmiersprachen

### B.1 PHP-Codierung

Angesehen werden kann die Umsetzung in PHP 5.x unter http://demo.hermann-bsd.de/zahlensysteme/<sup>1</sup>

#### Zuerst als abstraktes Interface fuer die Definition von Zahlenbasen

Listing B.1: PHP Interface der Zahlenbasis

```
namespace ahbsd\Zahlensysteme
      * Interface fuer grundlegende Funktionen, der Basis eines
      * Zahlensystems.
      * @author A. Hermann
      * @copy Copyright © 2016
      * Alexander Hermann - Beratung, Software, Design
      * Zahlensysteme
10
      * @version 1.0
   interface IBase
15
16
        * Gibt die Bezeichnung zurueck.
         * @return string
18
19
         function GetName();
         * Gibt das Zahlensystem als Integer zurueck.
23
          * Oreturn int Zahlensystem-Basis
```

<sup>&</sup>lt;sup>1</sup>Einiges funktioniert da noch nicht...

```
25
         function GetSystem();
28
          * Gibt das hoechstmoegliche Zeichen zurueck.
29
         * @return char hoechstmoegliches Zeichen
30
31
         function GetMaxSign();
32
          * Gibt das Zeichen der Basis fuer den Wert $x zurueck.
35
          * @param int $x Wert x
36
         * @return char Zeichen der Basis fuer den Wert x
38
39
         function GetSign($x);
      }
40
41 }
```

#### Implementierung des Interfaces:

#### Listing B.2: PHP Implementierung der Zahlenbasis

```
namespace ahbsd\Zahlensysteme
1
2
   {
     /**
      * Basis eines Zahlensystems.
4
      * @author A. Hermann
6
      * @copy Copyright © 2016 Alexander Hermann - Beratung, Software,
7
      * Zahlensysteme
8
9
10
      * @version 1.0
11
12
      */
     class Base implements IBase
13
14
15
       * Konstante, die die ASCII (und UTF-8) Position von 'A' speichert.
16
      * @var int
*/
17
18
      const A_POS_UTF8 = 65;
19
21
       * System-Name
22
23
       * @var string
24
25
      private $systemName;
27
        * System als Integer-Zahl. Maximale Anzahl an Zeichen.
28
29
        * @var int
30
31
       private $systemInt;
32
                    gliches Zeichen.
        * Hoechstm
35
36
37
        * @var char
38
```

```
private $maxSign;
39
41
        * Konstruktor
42
43
         * @param int $system Zahlensystem-Basis (Maximale Anzahl an Zeichen)
44
45
         * @param string $name (Optional) Bezeichnung des Zahlensystems
46
        public function __construct($system, $name="")
47
          $this->systemInt=intval($system);
49
          $this->systemName=$name;
50
          if ($name == "")
52
53
            $this->systemName = sprintf("Basis %1\$s", intval($system));
54
55
          $tmp = A_POS_UTF8 - 11 + intval($system);
56
          if ($system <= 10)
58
59
            $this->maxSign = $system - 1;
60
61
          }
62
          else
63
            $this->maxSign = mb_convert_encoding('&#' . $tmp . ';', 'UTF-8',
                'HTML-ENTITIES');
         }
65
        }
66
68
        * (non-PHPdoc)
69
        * @see \ahbsd\Zahlensysteme\IBase::GetSign()
70
71
        public function GetSign($x)
72
73
          tmp = 65-11+intval(x+1);
          $result = $x;
75
77
          if(intval($x) >= 10 || intval($x) < 0)</pre>
78
79
            $result = mb_convert_encoding('&#' . $tmp . ';', 'UTF-8', 'HTML-
                ENTITIES');
          }
80
         return $result;
82
83
        /**
85
86
        * (non-PHPdoc)
         * @see \ahbsd\Zahlensysteme\IBase::GetName()
87
88
89
        public function GetName()
90
91
         return $this->systemName;
92
94
        * (non-PHPdoc)
95
        * @see \ahbsd\Zahlensysteme\IBase::GetSystem()
96
        public function GetSystem()
98
```

```
99
100
          return $this->systemInt;
101
103
         * (non-PHPdoc)
104
105
         * @see \ahbsd\Zahlensysteme\IBase::GetMaxSign()
106
         public function GetMaxSign()
107
108
          return $this->maxSign;
109
110
112
113
         * Statische Funktion zur Umwandlung einer Zahl aus dem Dezimalsystem
              in eine
         * Zahl des Zahlensystems bX.
114
115
         * @param int $b10 Umzuwandelnde Zahl aus dem Dezimalsystem.
116
          * @param int $bX Zahlensystem in das b10 umgewandelt werden soll.
117
          * Cparam bool $rechenweg (Optional) Gibt an, ob der Rechenweg angezeigt werden soll oder nicht; ohne Angabe standardmaessig
118
              FALSE.
          * @return string Ergebnis in Basis bX
119
         */
120
         public static function Base10toBaseX($b10, $bX, $rechenweg=false)
121
122
           $targetBase = new Base(intval($bX));
123
           $result = array();
124
           $restArray = array();
125
126
           $rOut = "";
           $quotient = intval($b10);
128
129
           $rest = 0;
           $cnt = 0;
130
           if ($rechenweg)
132
133
             echo "\n<!-- start Rechenweg -->\n";
134
135
             echo "Rechenweg:\n";
136
           while (intval($quotient) != 0)
138
139
             $rest = $quotient % $bX;
140
             if ($rechenweg) echo "$quotient : $bX = " . intval($quotient /
141
                 bX) . " Rest $rest [" . $targetBase->GetSign($rest) . "]\n";
             $restArray[] = $rest;
142
             $quotient = intval($quotient / $bX);
143
144
           if ($rechenweg) echo "----\n";
145
           $cnt = count($restArray);
146
           for ($i = 0; $i < $cnt; $i++)
148
149
150
             $result[$cnt - ($i + 1)] = $targetBase->GetSign($restArray[$i]);
151
           for ($i=0; $i < $cnt; $i++)
153
154
155
             $rOut .= $result[$i];
156
```

```
if ($rechenweg)
159
                                 printf("Das Ergebnis der Umwandlung von %1\$s der Basis 10 in die
160
                                 %2\$s ist '%3\$s'\n", $b10, $targetBase->GetName(), $rOut);
echo "<!-- ende Rechenweg -->\n\n";
161
162
                           return $rOut;
163
164
166
167
                         * @param string $bxVal Der Wert der Basis $bX
168
                         \ast @param int $bX Die Quell Basis.
169
170
                         * @param bool $rechenweg Gibt an, ob der Rechenweg ausgegeben werden
                                    soll,
171
                                   oder nicht.
                         * Creturn int Der Wert $bxVal umgerechnet in Basis 10.
172
173
                      public static function BaseXtoBase10($bxVal, $bX, $rechenweg=false)
174
175
                           $sourceBase = new Base(intval($bX));
176
177
                           $step = strlen($bxVal) - 1;
                           $result = 0;
178
                           $z = 0:
179
                           $curCarCorrect = false;
180
                           $intW = 0;
181
                           if ($rechenweg)
183
184
                                    echo "\n<!-- start Rechenweg -->\n";
185
                                    echo "Rechenweg:\n";
186
187
                           while ($step >= 0) {
189
                                    $charW = $bxVal[$step];
190
                                    $tmpIntVal = intval($charW, 10);
193
                                    $curCarCorrect = ('' . $tmpIntVal . ''==$charW);
                                    if ($rechenveg) printf("%3\$s) Zeichen '%1\$s' an Stelle %2\$s "
195
                                               , $charW, $step, $z+1);
                                    if ($curCarCorrect) {
197
                                            $intW = $tmpIntVal;
198
                                    }
199
200
                                    else {
                                            // CharWert Umrechnung
201
                                            $tmp2 = ord($charW);
202
                                            $intW = intval($tmp2) - 65 + 10; // A_POS_UTF8;
204
                                            if ($rechenweg) printf("= (int) %1\$s", $intW);
206
207
                                    if ($rechenweg) echo "\n";
209
211
                                    tmpR = 1;
                                    for ($i = 0; $i < $z; $i++) {</pre>
213
                                            tmpR = tmpR * tmpR * tmpR * tmpR = tmpR * tmpR + tmpR = tmpR * tmpR + 
215
```

```
if ($rechenveg) printf("%1\s^%2\s=%3\s\n%3\s * %4\s = ",
                  $bX, $z, $tmpR, $intW);
              $tmpR = $tmpR * $intW;
219
             if ($rechenweg) echo $tmpR . "\n\n";
221
             $step--;
223
              $result += $tmpR;
224
              $z++;
225
          }
^{226}
          if ($rechenweg)
228
          {
229
             \textbf{printf("Das Ergebnis der Umwandlung von '%1\$s' der %2\$s in die
230
                  Basis 10 ist 3\s\n", $bxVal, $sourceBase->GetName(),
              echo "<!-- ende Rechenweg -->\n\n";
231
          }
^{232}
          return $result;
234
        }
^{235}
236
      }
237 }
```

# Literaturverzeichnis

 $[\mbox{Br$\ddot{u}$15]} \ \mbox{Br$\ddot{u}$nner, Arndt:} \ \mbox{\it Umrechnung von Zahlensystemen}, \ 12 \ 2015.$ 

# Index

```
binär, 9, 10
Binärsystem, 9
dezimal, 9-11
Hardware, 9
hexadezimal, 9, 10
hexatridezimal, 10
octal, 9, 10
oktovigesimal, 10
quinär, 10
Software, 9
ternär, 10
tridezimal, 10
Zahlen, 9, 10
   -basen, 9, 11
    -system, 10, 11
    -systeme, 9
    -wert, 11
Ziffern, 11
```