中国科学院大学

试题专用纸

课程编号：251M1001H
课程名称：模式识别
任课教师：刘成林等

姓名 [illegible] 学号 [illegible] 成绩

1. （共 12 分）本题有两小题：

（1）（6 分）对一个 c 类分类问题，假设各类先验概率为 $P(\omega_i), i=1,...,c$，条件概率密度为 $P(\mathbf{x}|\omega_i), i=1,...,c$（这里 $\mathbf{x}$ 表示特征向量），将第 j 类模式判别为第 i 类的损失为 λ_{ij}。请写出贝叶斯最小风险决策和最小错误率决策的决策规则；

（2）（6 分）在 2 维特征空间，两个类别分别有 4 个样本：$X_1=\{(3,4)^T, (3,8)^T, (2,6)^T, (4,6)^T\}$，$X_2=\{(3,0)^T, (3,-4)^T, (1,-2)^T, (5,-2)^T\}$，假设两个类别的概率密度都为高斯分布（正态分布）$N(\mu_i, \Sigma_i)$，请写出两个类别的最大似然估计参数值$(\mu_i, \Sigma_i)$。进一步，假设两个类别先验概率相等，请写出分类决策面的公式。

2. （共 11 分）表示模式的特征向量 $\mathbf{x} \in R^d$，对一个 c 类分类问题，每一类条件概率密度为高斯分布。

（1）（5 分）写出最小错误率决策的判别函数，并说明在什么条件下判别函数为线性判别函数；

（2）（6 分）当 c=2，写出高斯密度条件下线性判别的决策面函数，说明类先验概率如何影响决策面的位置，并说明在什么情况下决策面与两个类中心差向量 $\mu_1-\mu_2$ 垂直（举例说明两种情况即可）。

3. （12 分）特征空间中概率密度的非参数估计近似为 $p(\mathbf{x})=\frac{k/n}{V}$，其中 V 为 x 周边邻域的体积，k 为邻域内样本数，n 为总样本数。基于此定义，

（1）（4 分）说明 Parzen 窗估计和 k-近邻（k-NN）估计的区别；

（2）（4 分）给定 2 维空间三个样本点 $\{(0,0)^T, (1,1)^T, (2,0)^T\}$，请写出概率密度函数 $p(\mathbf{x})$的最近邻（1-NN）估计密度公式（这种情况下 V 为圆形面积）；

（3）（4 分）对于 c 个类别，基于 k-NN 概率密度估计进行贝叶斯分类，写出各个类别的后验概率 $p(\omega_i|\mathbf{x})$ 并证明之。

4. (共 15 分)

（1）（5 分）简述感知器（感知准则函数）算法的基本思想，并给出一种感知器学习算法；

（2）（5 分）简述谱聚类算法的基本思想，并指出可能影响谱聚类性能的因素；

（3）（5 分）针对两类分类问题简述 Adaboost 算法的基本计算过程。

5. (共 10 分)

现有六个四维空间中的样本：$\mathbf{x}_1=(0,3,1,2)^T$、$\mathbf{x}_2=(1,3,0,1)^T$、$\mathbf{x}_3=(3,3,0,0)^T$、$\mathbf{x}_4=(1,1,0,2)^T$、$\mathbf{x}_5=(3,2,1,2)^T$、$\mathbf{x}_6=(4,1,1,1)^T$。这里，上标 T 表示向量转置。请按最小距离准则对上述六个样本进行分级聚类，并画出聚类系统树图。

6. (共 15 分)

给定 d 维空间中的 n 个样本$\{\mathbf{x}_1, \mathbf{x}_2, \ldots, \mathbf{x}_n\}\subset R^d$，已知它们分别属于 c 个不同的类别。现在拟利用这些样本来训练一个三层前向神经网络（即包含一个输入层，一个隐含层和一个输出层）。假定采用如下平方损失函数作为该网络的目标函数：$E(\mathbf{w})=\sum_{k=1}^{n}\sum_{j=1}^{c}\left(t_j^k-z_j^k\right)^2$，这里，$t_j^k$ 表示样本 $\mathbf{x}_k$ 在输出层第 j 个结点的期望输出值（即该值已知，由样本 $\mathbf{x}_k$ 的已知类别标签来决定），z_j^k 表示样本 $\mathbf{x}_k$ 在输出层第 j 个结点的实际输出值（即通过网络计算所得的输出值），$\mathbf{w}$ 记录所有待学习的网络参数，包含输入层至隐含层的各个权重$\{w_{ih}\}$以及隐含层至输出层的各个权重$\{w_{hj}\}$。请结合上述三层前向神经网络，分别写出权重 w_{ih} 和权重 w_{hj} 的更新公式，并简明扼要地给出其推导过程。

7. 数据降维（共 8 分）

（1）（4 分）简述并比较 PCA、CCA、LDA、ICA 的区别和适用场景；

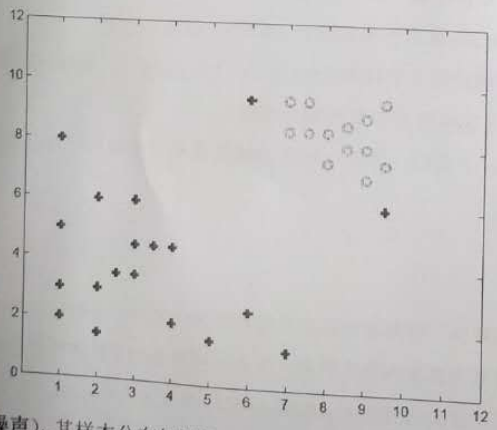
（2）（4 分）详细阐述一种实现非线性数据降维的方式。

8. 决策树（共 8 分）

（1）（4 分）描述 ID3、C4.5、CART 三种决策树方法的区别；

（2）（4 分）阐述随机森林（Random Forests）的核心思想。

9. 支撑向量机（共 9 分）



现有一批训练数据（有噪声），其样本分布如图所示。现在，拟基于这些数据训练一个 SVM 分类器（二

分类）。假设判别函数使用**二阶多项式核函数**。根据 SVM 原理，软间隔惩罚参数 C 会影响决策边界的位置。

（1）（3 分）当参数 C 取值特别大时（比如 $C \to \infty$）以及当参数 C 取值特别小时（比如 $C \approx 0$），（**在答题纸上**）画出相应的分类决策边界。（注：先**在答题纸上画出样本分布的图**）。当 C 在什么情况下会在测试数据上表现出较好的性能，并给出相应的解释；

（2）（3 分）对于二分类且线性可分的数据，SVM 的优化目标是最小化什么？是如何从最大化 Margin 的角度推导过来的？

（3）（3 分）阐述核方法（Kernel Method）的基本思想是如何将线性模型转化为非线性模型的。