

问题 1 问题 2 问题 3

详见程序 `rose512fft.py`, 直接运行就好, python 环境要求见附录。这次上传的程序一样, 注意由于 `cv2` 导入图片的时候需要全英文的路径, 所以这次会上传一个英文名称的文件。其中按照作业要求和老师的上课讲的, 问题 1 使用了两次的一维的傅里叶变换, 然后输出的是复数形式的数组, 在显示的时候参考 `numpy` 文档中的要求, 使用了 `numpy.abs` 求其振幅。关于问题 2 中的傅里叶逆变换, 要求按照课上讲的类似正向变换的方式实现, 傅里叶逆变换的公式:

$$\begin{aligned}
 f(x, y) &= \frac{1}{MN} \sum_{\mu=0}^{M-1} \sum_{v=0}^{N-1} F(\mu, v) e^{j2\pi(\frac{\mu x}{M} + \frac{vy}{N})} \\
 &= \frac{1}{MN} \sum_{\mu=0}^{M-1} \sum_{v=0}^{N-1} (F(\mu, v) e^{j2\pi \frac{vy}{N}}) e^{j2\pi \frac{\mu x}{M}} \\
 &= \frac{1}{MN} \sum_{\mu=0}^{M-1} \sum_{v=0}^{N-1} \overline{\overline{(F(\mu, v) e^{j2\pi \frac{vy}{N}})} e^{-j2\pi \frac{\mu x}{M}}} \\
 &= \frac{1}{MN} \sum_{\mu=0}^{M-1} \sum_{v=0}^{N-1} \overline{(F(\mu, v) e^{-j2\pi \frac{vy}{N}})} e^{-j2\pi \frac{\mu x}{M}} \\
 &= \frac{1}{MN} \sum_{\mu=0}^{M-1} \sum_{v=0}^{N-1} \overline{(F(\mu, v) e^{-j2\pi \frac{vy}{N}})} e^{-j2\pi \frac{\mu x}{M}}
 \end{aligned}$$

根据上式, 只需要对 F 的值取共轭, 然后进行傅里叶变换, 对最后的变换的结果再做一次去共轭, 然后除以宽度和高度的乘机 MN 就可以通过傅里叶正向变换求出逆向变换, 误差计算出来是 6.35×10^{-9} , 误差非常的小。

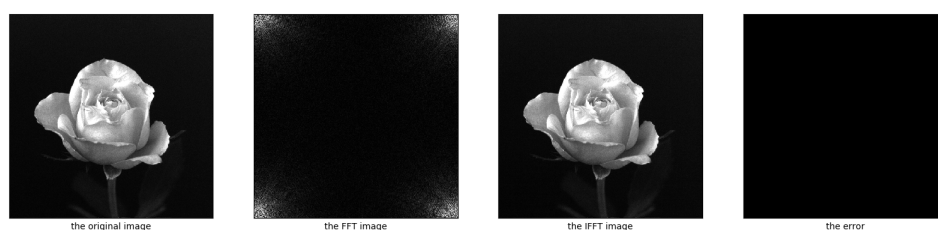


图 1: 问题 3 中的计算并且显示

问题 4

复现 PPT 上面的结果, 详见程序 `reproduce.py`, 直接运行即可, 环境和上面一样, 同样注意使用英文路

径, 否则 cv2 会报错, 具体的结果见图 2, 其中使用的是上面几个问题的相关的代码, 然后按照作业的要求进行改进。

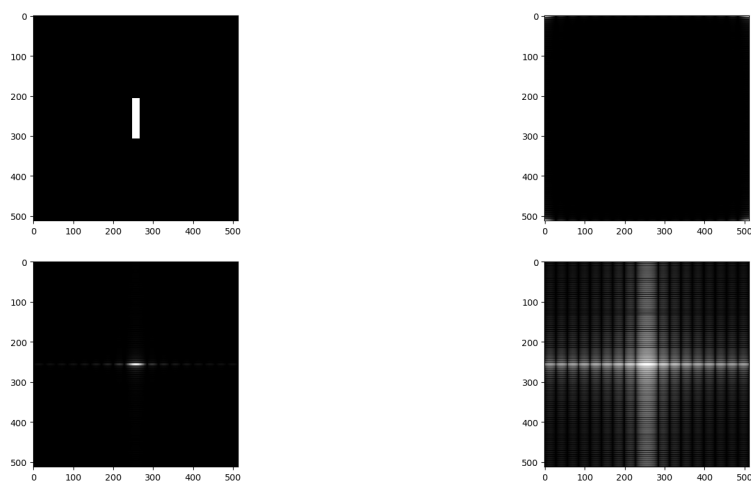


图 2: 问题 4 中的计算并且显示

附加题:

使用了问题 3 的代码, 放在一个程序 rose512fft.py 中, 直接运行, 关掉问题 3 的显示之后, 就会有附加题的显示。原理和代码思路基本上和问题 3 一样, 结果如图 3 显示:

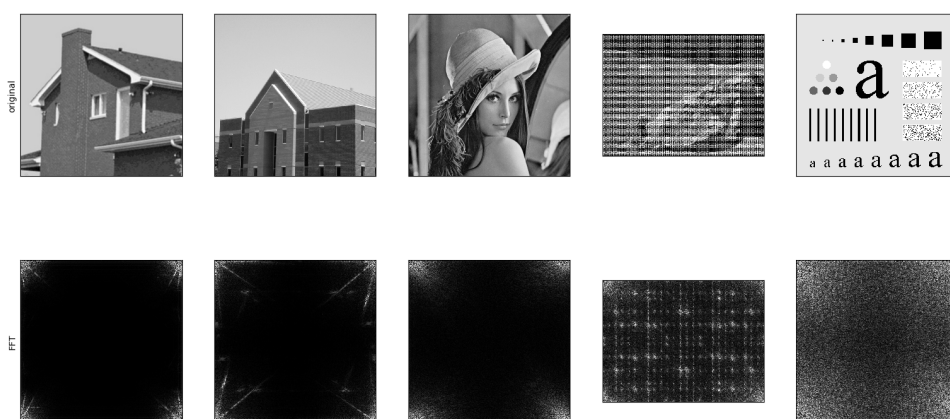


图 3: 附加题的计算并且显示

附录：需要环境变量：

numpy 1.16.5

opencv-python 4.1.1.26

matplotlib 3.1.1

os

math