



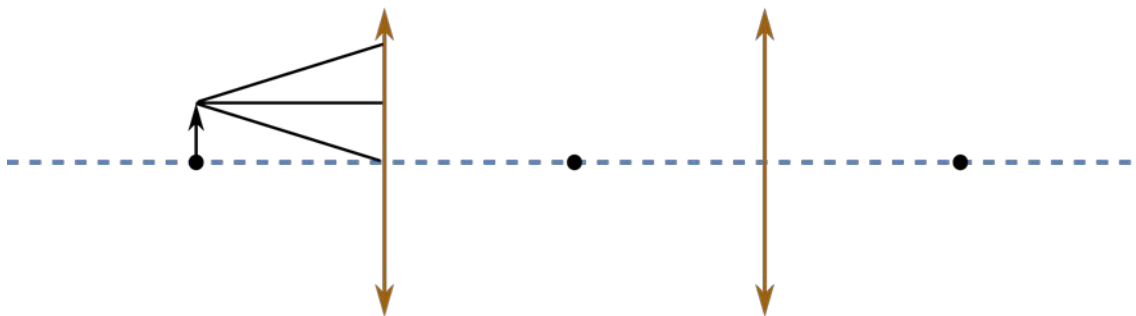
Läs noga igenom dessa instruktioner innan du påbörjar arbetet!

- Tillåtna hjälpmedel är miniräknare, godkänd formelsamling (t.ex. TeFyMa) samt formelblad.
- Mobiltelefon får ej finnas i fickan eller framme på bordet.
- Börja ny uppgift på ett nytt blad och skriv bara på en sida av pappret.
- Skriv anonymkod (alternativt namn) på varje blad och numrera sidorna.
- Uppgifterna är inte sorterade efter svårighetsgrad.
- Lösningarna ska vara **renskrivna och väl motiverade**. Beskriv i text hur du löser uppgiften, och förklara de beteckningar du använder i formler och uttryck. Uppgifter utan tydligt markerat svar ger inte full poäng och glöm inte enheter!
- Varje korrekt löst uppgift ger 3 poäng efter en helhetsbedömning.
 - För betyg 3 krävs minst 12 poäng.
 - För betyg 4 krävs minst 16 poäng.
 - För betyg 5 krävs minst 20 poäng.
- Formelbladet sist i detta häfte.

Lycka till // Martin Hansson

1. Inledande frågor:

- a) Diamant är ett omagnetiskt material ($\mu_r = 1$) med mycket högt permittivitetstal $\epsilon_r = 5,87$ för ljus med en våglängd av 550 nm. Vad är ljusets fart i en diamant?
- b) Figuren nedan illustrerar ett så kallat 4-f-avbildningssystem, bestående av två positiva linser med lika brännvidd. Linsernas brännpunkter är markerade i figuren och visar att avståndet mellan linserna är $2f$. Den vertikala pilen indikerar ett objekt och tre utgående strålar finns inritade. Fullborda strålkonstruktionen på detta blad och lämna med dina övriga Lösningsblad.



- c) Kisel är en halvledare och har ett bandgap på 1,12 eV. Vilken är den längsta våglängd på ljus som kan detekteras med en kiselbaserad detektor?

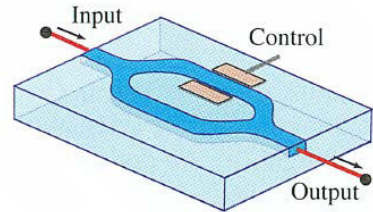
2. Diskussionsuppgift (3 p)

De flesta människor är omedvetna om att man kan, i viss mån, förbättra sin syn utan att använda korrektionslinser. Om man tittar genom ett litet hål (stick ett knappnålshål i en kapsyl eller forma handen till ett litet tithål) ser man bättre än med obeväpnat öga och det gäller vare sig man är närsynt eller översynt. Har du normal syn kan du se att närgränsen kommer närmare när du tittar genom ett litet hål. Vad är det som gör att man ser skarpare med en "hålmonokel"?



3. Fiberoptisk switch

En fiberoptisk switch kan konstrueras på ett elektro-optiskt chip genom att dela upp ljuset i två delar som var och en går olika vägar i två, så kallade, armar. Två elektroder omger den ena armen på en sträcka av $500\text{ }\mu\text{m}$ och då en elektrisk spänning läggs över dessa, så ändras brytningsindex över denna sträcka. När ljuset sammanfogas igen vid utgången kommer de två delarna att interferera. På så vis kan den utgående effekten moduleras med hjälp av spänningen över elektroderna. Det fiberoptiska systemet är gjort för ljus med våglängden 850 nm och vågledaren har ett brytningsindex på $1,45$ i normalfallet.



- Vilken är den minsta skillnaden i brytningsindex som måste skapas genom elektroderna för att inget ljus ska gå igenom till utgången?
- Antag att den insända ljusvågen bär på en medeleffekt av 1 mW . Enligt a) kommer ingen effekt ut på utgången. Vart tar då den insända effekten vägen?
- Man lägger nu på en spänning som ger ett brytningsindex på $1,45255$ över elektrodernas längd. Ljus med våglängden 850 nm kommer då blockeras av switchen, medan ljus med andra våglängder kan transmittas genom switchen. Beräkna den längsta våglängden för ljus som transmittas perfekt.

4. Polarisation

Vårdagjämningen är den tidpunkt på våren då solen ligger i jordens ekvatorialplan och inträffar i år på måndag, den 20 mars. Lund befinner sig ungefär på breddgraden 56° , d.v.s. vinkelavståndet till Lund från jordens ekvatorialplan med jordens centrum som rotationscentrum är ca 56° . Antag att du vid denna dag sitter på en brygga vid en spegelblank sjö och tittar i riktning mot solen. Du upptäcker då att du ser sjöbotten betydligt bättre genom polaroidsolglasögon.

- Beräkna den infallsvinkel som ger fullständigt polariserad reflektion i vattenytan?
- Hur ska solglasögonens polaroid (polarisatorn) transmissionsaxel vara orienterad för att maximalt släcka ut det reflekterade ljuset?
- Ljuset från solen är opolariserat och har en intensitet på ungefär 1000 W/m^2 . Beräkna intensiteten av det reflekterade ljuset då solen står som högst på dagen för vårdagjämning.



5. Fiberkommunikation

Ett fiberoptiskt system för dubbelriktad kommunikation över en singelmodfiber med längden L använder sig av cirkulatorer enligt bilden nedan. Funktionen hos cirkulatorn är att den släpper igenom ljus från port 1 till 2 och från port 2 till 3, men blockerar ljus från port 3 till 2 och från port 2 till 1. I varje ände av länken ansluts cirkulatorerna till sändaren, mottagaren och fibern med fiberoptiska kontakter. Data för de olika komponenterna anges i tabellen.



- Vilken är den maximala längd L fibern kan ha för att vara säker på att få tillräckligt med signal till mottagaren? Räkna på att systemet ska fungera även under de värsta förhållandena och tillåt reparationer av fibern med 5 skarvar som var och en dämpar 0,1 dB. Inkludera dessutom en säkerhetsmarginal på 3 dB.
- För den fiberlängd L som bestämdes i uppgift a), kontrollera om systemet klarar av att hantera signalen i bästa fallet, d.v.s. vid minimala förluster. Ange specifikt vad effekten hos mottagaren blir i detta fall. Har du inte fått något svar i uppgift a) kan du räkna med $L = 4$ km.
- För den fiberlängd L som bestämdes i uppgift a), vad är systemets totala bandbredd?

Komponent	Storhet	Min.	Typ.	Max.
Sändare	Uteffekt	-8 dBm		-1 dBm
	Spektral bredd		5 nm	
	Stigtid		2 ns	
Mottagare (RX)	Ineffekt	-28 dBm		-15 dBm
	Stigtid		1 ns	
Singelmodfiber	Dämpning	2,5 dB/km		2,8 dB/km
	Kromatisk dispersion		70 ps/(nm·km)	
Kontaktpar	Kopplingsförlust	0,4 dB/par		0,7 dB/par
Cirkulator	Förlust	0,8 dB		1,0 dB

6. Koldioxidlasern

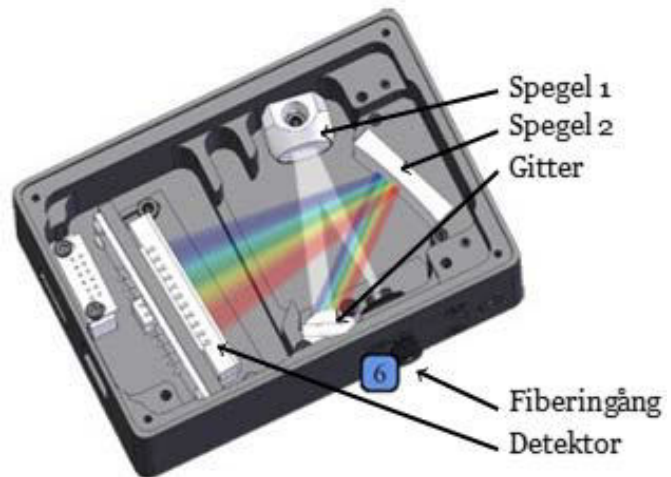
Koldioxidlasern var en av de första gaslasrarna, och används fortfarande i stor utsträckning för materialbearbetning såsom gravering, skärning, håltagning och svetsning. En koldioxidlaser som arbetar på den infraröda våglängden $10,6 \mu\text{m}$, består av en 75 cm lång tub fylld med en gasblandning av koldioxid (CO_2), kväve (N_2) och helium (He). Koncentrationen av CO_2 är 10^{18} m^{-3} . Tuben placeras mellan två ändspegel. Den ena ändspegeln har 100% reflektans medan den andra har en reflektans på 95% för att koppla ut ljuset från lasern. Genom en elektrisk urladdning exciteras vibrationer i CO_2 -molekylerna via kollisioner med N_2 -molekyler. Den övre lasernivån har en livstid på 2 ms och maximum på linjeprofilen är $g(f_0) = 250 \text{ ps}$.

- Hur stor måste skillnaden i population i det övre och undre tillstånd vara för att lasring ska vara möjlig?
- Avståndet mellan ändspegelarna är 80 cm. Endast ljus som återkommer med samma fas efter en rundtrip i denna optiska kavitet kan existera här (så kallade longitudinella moder). Vad är skillnaden i ljusets frekvens mellan de olika modererna?



7. Fiberspektrometern

I laborationen *Ljusets böjning och interferens* fick du prova att arbeta med ett enkelt gitterspektroskop. Idag tillverkas och säljs miniaturiserade gitterspektrometrar som är baserade på precis samma typ av optik, men där ljuset kopplas in via en fiber. Själva spektrometern är dold i en skyddande låda box på ca 7 cm × 10 cm. Gittret i denna fiberspektrometer har en bredd på 10 mm.



- Den optiska fiber som är inkopplad till spektrometern har en numerisk apertur på 0,0995. Ljuset som lämnar fibern kollimeras av en konkav sfärisk spegel till en stråldiameter motsvarande gittrets bredd, d.v.s efter spegeln ska strålarna vara parallella. På vilket avstånd från fiberändan ska denna spegel placeras och vilken krökningsradie ska väljas?
- Det kollimerade ljuset infaller sedan normalt mot ett gitter med 845 linjer/mm, vilket sprider ljuset beroende på våglängd. I en natriumlampa finns två starka spektrallinjer på 588,995 nm respektive 589,5924 nm. Hur stor är skillnaden i vinkel på det utfallande ljuset i första ordningen för dessa våglängder?
- Det våglängdsuppdelade ljuset träffar sedan ytterligare en sfärisk spegel som fokuserar ljuset på en linjär CCD-detektor. Vad är systemets vinkelupplösning, endast baserat på böjning efter sista spegeln? Räkna på våglängden 589 nm. Strålens bredd begränsas av gittrets bredd.
- Den sista sfäriska spegelns brännvidd är 70 mm. Vilken bredd bör varje bildelement på detektorn ha för att överensstämja med vinkelupplösningen från uppgift c) ?

8. Korta laserpulser

En ultrakort laserpuls är *alltid* uppbyggd av mer än en våglängd. De laserpulser som skapas med Lunds multiterawattlaser är ungefär 35 femtosekunder ($35 \cdot 10^{-15}$ s) och är uppbyggd av alla våglängder mellan ungefär 780 nm och 820 nm. Detta ställer till problem om man skulle vilja fokusera ljuset med en lins.

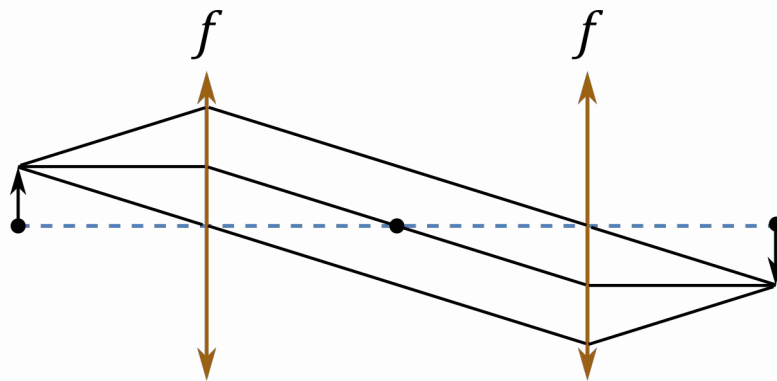
- Du vill fokusera laserpulsen med hjälp av en symmetrisk bikonvexlins. Linsens brännvidd är angiven till 750 mm vid våglängden 800 nm och är gjord av glassorten BK7 som har ett brytningsindex av 1,5108. Vilken är linsens krökningsradie?
- Laserstrålen har en diameter på 60 mm innan den fokuseras. Man kan uppskatta den minsta diametern på den fokuserade strålen genom att beräkna diametern strålen för våglängden 780 nm i fokalplanet för våglängden 800 nm (d.v.s. 750 mm från linsens origopunkt). Vid 780 nm är brytningsindex 1,5112. Hur stor blir denna stråldiameter?

1. a) Brytningsindex, n , permittivitetstal, ϵ_r , och ljusets fart, v , är relaterade genom

$$n = \frac{c}{v} = \sqrt{\mu_r \epsilon_r} \Rightarrow v = \frac{c}{\sqrt{\mu_r \epsilon_r}}$$

Svar: $v = \frac{2,9979 \cdot 10^8 \text{ m/s}}{\sqrt{1 - 5,87}} = 1,24 \cdot 10^8 \text{ m/s}$

b)



- c) Fotonen måste minst ha en energi, E_f , motsvarande bandgapet: $E_f > E_g$

Fotonens energi är relaterad till ljusets våglängd, λ , genom: $E_f = \frac{hc}{\lambda}$

$$\Rightarrow \frac{hc}{\lambda} > E_g \Leftrightarrow \lambda < \frac{hc}{E_g}$$

Svar: $\lambda_{\min} = \frac{hc}{E_g} = \frac{6,63 \cdot 10^{-34} \text{ Js} \cdot 2,9979 \cdot 10^8 \text{ m/s}}{1,12 \text{ eV} \cdot 1,602 \cdot 10^{-19} \text{ J/eV}} =$

$$= \underline{\underline{1,1 \mu\text{m}}}$$

3. a) Den optiska vägskillnaden, ΔL , för destruktiv interferens är:

$$\Delta L = \Delta n \cdot x = \lambda \left(m + \frac{1}{2}\right)$$

Δn - inducerad skillnad i brytningsindex
 λ - ljusets våglängd i vakuum

$$x = 500 \mu\text{m}$$

$$\Rightarrow \Delta n = \lambda \cdot \frac{m + 1/2}{x}$$

Välj $m=0$ för lägst Δn

$$\text{Svar: } \Delta n_{\min} = \frac{850 \text{ nm}}{2 \cdot 500 \mu\text{m}} = 0,00085$$

- b) Svar: Ljuset kommer lämna switchen genom ingången och switchen fungerar alltså som en spegel.

- c) För konstruktiv interferens i transmission gäller: $\Delta n \cdot x = m \cdot \lambda$
Vi får att $n_2 = 1,45255 \Rightarrow \Delta n = 0,00255$

$$\Rightarrow \lambda = \frac{\Delta n \cdot x}{m}$$

Längst våglängd för $m=1$

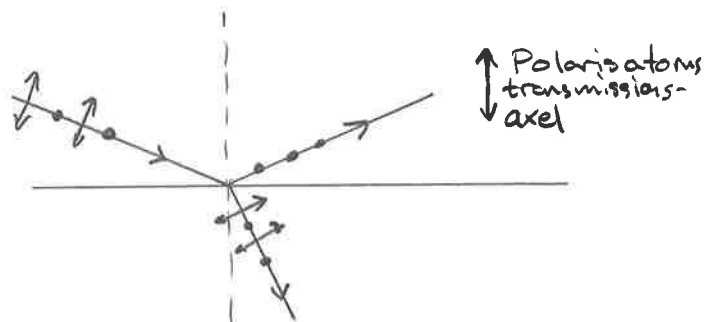
$$\text{Svar: } \lambda_{\max} = \Delta n \cdot x = 0,00255 \cdot 500 \mu\text{m} = 1,275 \mu\text{m}$$

4. a) Denna vinkel kallas Brewstervinkeln, θ_B och kan skrivas:

$$\tan \theta_B = \frac{n_2}{n_1} \quad \text{där} \quad \begin{cases} n_1 = 1 \text{ (luft)} \\ n_2 = 1,333 \end{cases}$$

Svar: $\theta_B = \arctan(1,333) \approx 53^\circ$

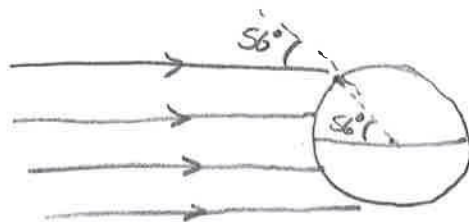
- b) Svar: Polaroidens transmissionsaxel bör orienteras vinkelrätt mot vattenytan.



- c) När solen står som högst på dagen för vårdagjämningen är infalls vinkeln mot vattenytan $\alpha_1 = 56^\circ$.

Brytningsvinkeln blir då:

$$\alpha_2 = \arcsin\left(\frac{n_1 \sin \alpha_1}{n_2}\right) = 38,457^\circ$$



Räknar ut reflektansen

både för s- och p-polarisation:

$$R_s = \frac{\sin^2(\alpha_1 - \alpha_2)}{\sin^2(\alpha_1 + \alpha_2)} = 0,091125 \quad R_p = \frac{\tan^2(\alpha_1 - \alpha_2)}{\tan^2(\alpha_1 + \alpha_2)} = 6,07 \cdot 10^{-4}$$

Medelreflektans: $R = \frac{1}{2}(R_s + R_p) = 0,04600\dots$

Reflekterad intensitet: $I_{ref} = R \cdot I_{in}$

Svar: $I_{ref} = 46 \text{ W/m}^2$

5. a) Sätter upp en ekvation för transmitterad effekten och lägsta tillåtna mottagen effekten i dBm i värsta fallet:

$$\underbrace{-8 \text{ dBm}}_{\text{tx}} - \underbrace{4 \cdot 0,7 \text{ dB}}_{\text{kontaktpar}} - \underbrace{21 \text{ dB}}_{\text{cirk.}} - \underbrace{2,8 \frac{\text{dB}}{\text{km}} \cdot L}_{\text{fiberlängd}} - \underbrace{5 \cdot 0,1 \text{ dB}}_{\text{skruvar}} - \underbrace{3 \text{ dB}}_{\text{marginal}} > \underbrace{-28 \text{ dBm}}_{\text{rx}}$$

$$\Rightarrow L < \frac{11,7 \text{ dBm}}{2,8 \text{ dB/km}} = 4,18 \text{ km}$$

Svar: $L = 4,18 \text{ km}$

- b) Beräknar transmitterad effekten i dBm i bästa fallet. (Inga skruvar eller marginal)

$$P_{\text{dBm}} = -1 \text{ dBm} - 4 \cdot 0,4 \text{ dB} - 2 \cdot 0,8 \text{ dB} - 2,5 \frac{\text{dB}}{\text{km}} \cdot L =$$

$$= -14,6 \text{ dBm}$$

$$P = 10^{\left(\frac{P_{\text{dBm}}}{10}\right)} \text{ mW} = 34,3 \text{ } \mu\text{W}$$

Svar: $-14,6 \text{ dBm}$ eller $34,3 \text{ } \mu\text{W}$. Detta är alltså mer än mottagaren kan hantera.

- c) Räknar först dispersionstiden för fibern:

$$\tau_{\text{disp}} = D \cdot \Delta\lambda \cdot L, \text{ där } \left. \begin{array}{l} D = 70 \text{ ps/nmkm} \\ \Delta\lambda = 5 \text{ nm} \\ L = 4,18 \text{ km} \end{array} \right\} \text{ enl tabell}$$

$$\Rightarrow \tau_{\text{disp}} = 1,163 \text{ ns}$$

$$\text{Omvandlar till stigtid: } f_{\text{BW}} = \frac{0,35}{\tau_{\text{fiber}}} = \frac{0,44}{\tau_{\text{disp}}}$$

$$\Rightarrow \tau_{\text{fiber}} = \tau_{\text{disp}} \cdot \frac{0,35}{0,44} = 1,164 \text{ ns.}$$

$$\text{Total stigtid ges av: } \tau_r = \sqrt{\tau_{r_{\text{tx}}}^2 + \tau_{r_{\text{rx}}}^2 + \tau_{r_{\text{fiber}}}^2}$$

Här är $\tau_{r_{\text{tx}}} = 2 \text{ ns}$ och $\tau_{r_{\text{rx}}} = 1 \text{ ns}$ enligt tabell.

$$\Rightarrow \tau_r = \sqrt{2^2 + 1^2 + 1,164^2} = 2,5 \text{ ns.}$$

$$\text{Bandbredden ges nu av: } f_{\text{BW}} = \frac{0,35}{\tau_r} = 140 \text{ MHz}$$

Svar: 140 MHz

6. a) Vi får från uppgiften att:

$$R_1 = 1, R_2 = 0,95$$

$$\tau = 2 \text{ ms}$$

$$g(f_0) = 250 \text{ ps}$$

$$\lambda = 10,6 \text{ } \mu\text{m}$$

$$L = 0,75 \text{ m}$$

Vi önskar lasring, d.v.s. förstärkning övervinner förlusterna på en rondtripp:

$$\begin{cases} G = R_1 R_2 e^{2\gamma L} \\ \gamma = \Delta N \frac{\lambda^2}{8\pi\tau} \cdot g(f_0) \\ G = 1 \text{ vid tröskeln} \end{cases}$$

$$\Rightarrow \Delta N = \frac{-\ln R_2}{2L g(f_0) \cdot \lambda^2} \cdot 8\pi\tau = 6,12 \cdot 10^{16} \text{ cm}^{-3}$$

Svar: $\Delta N = 6,12 \cdot 10^{16} \text{ cm}^{-3}$

b) Ljuset ska vara i fas med sig själv efter en rondtripp:

$$2 \cdot n \cdot L = m\lambda, \quad n \approx 1 \text{ ty CO}_2 \text{ är i gasform vid låg densitet.}$$

$$\Rightarrow \lambda = \frac{2L}{m}$$

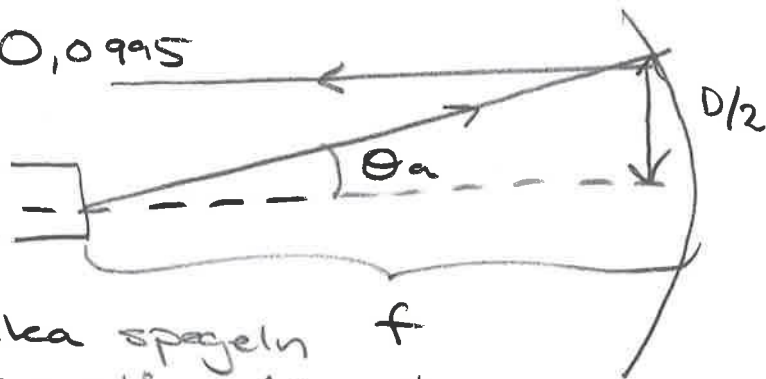
Frekvensen på ljuset ges av

$$f = \frac{c}{\lambda} = \frac{c}{2L} \cdot m$$

Skillnaden i frekvens mellan olika moden blir då:

$$\Delta f = \frac{c}{2L} = \frac{3 \cdot 10^8 \text{ m/s}}{2 \cdot 0,8 \text{ m}} = 187,5 \text{ MHz}$$

7. a) $NA = \sin \theta_a = 0,0995$



Enligt figuren ska spegeln f placeras på ett avstånd från fiberns ände motsvarande dess brännvidd f . Diametern på strålen ska där vara $D = 10 \text{ mm}$

$$\tan \theta_a = \frac{D/2}{f} \Rightarrow f = \frac{D/2}{\tan(\theta_a)} = \frac{D/2}{\tan(\sin(NA))} =$$

$= 50 \text{ mm}$
Spegelns krökningsradie ges av:

$$f = -R/2 \Rightarrow R = -2f = -100 \text{ mm}$$

Svar: $f = 50 \text{ mm}$, $R = -100 \text{ mm}$

Spegeln placeras enligt figuren ovan

b) Använda gitterekvationen:

$$d \sin \theta = m \lambda \Rightarrow \begin{cases} \theta_{\lambda_1} = \arcsin\left(\frac{\lambda_1}{d}\right) = 29,848^\circ \\ \theta_{\lambda_2} = \arcsin\left(\frac{\lambda_2}{d}\right) = 29,88135^\circ \end{cases}$$

$$d = \frac{1 \text{ mm}}{845}, m = 1$$

Svar: $\Delta \theta = 0,0333...^\circ = 2'$

c) Vinkelupplösningen ges av: $D \sin \theta = 1,22 \lambda$
Här är $D = 10 \text{ mm}$, $\lambda = 589 \text{ nm}$

Svar: Vinkelupplösningen är $\theta = \arcsin \frac{1,22 \lambda}{D} = 0,004117^\circ = 0,25'$

d) Pixlarna ska ha en bredd, x , motsvarande vinkelupplösningen: $x = \tan \theta \cdot f_2$
 $f_2 = 70 \text{ mm}$

Svar: Pixlarnas bredd ska vara $x = 5 \mu\text{m}$.

8 a)

Linsens brännvidd ska enligt uppgiften vara $f_1 = 750 \text{ mm}$, och har brytningsindex $n_1 = 1,5108$.

Använder formel för brytningsstyrka hos sfäriskt kröket Lins.

$$\frac{1}{f_1} = (n_1 - 1) \cdot \left(\frac{1}{R_1} - \frac{1}{R_2} \right)$$

Linsen är symmetrisk så $R_1 = -R_2 = R$.

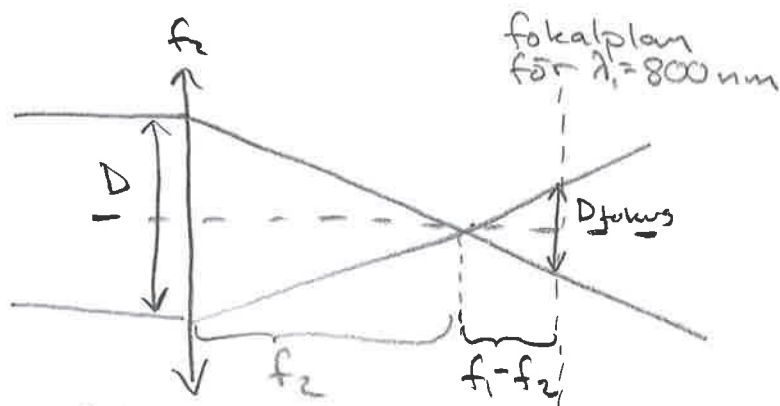
$$\Rightarrow \frac{1}{f_1} = (n_1 - 1) \cdot \frac{2}{R} \Rightarrow R = 2(n_1 - 1) \cdot f_1 = 766,2 \text{ mm}.$$

Svar: $R = 766,2 \text{ mm}$

b)

Beräknar först brännvidden, f_2 , för $\lambda_2 = 780 \text{ nm}$ för vilken brytningsindex är $n_2 = 1,5112$.

$$\Rightarrow f_2 = \frac{R}{2(n_2 - 1)} = 749,41 \text{ mm}$$



Enligt figuren blir, för $\lambda_2 = 780 \text{ nm}$, diametern av strålen i fokalplanet för $\lambda_1 = 800 \text{ nm}$:

$$D_{\text{fokus}} = \frac{D}{f_2} \cdot (f_1 - f_2) = 47 \mu\text{m}$$

Svar: $D_{\text{fokus}} = 47 \mu\text{m}$