

## Tentamen i Fotonik - 2016-03-15, kl. 08.00-13.00

FAFF25 – Fysik för C och D, Delkurs i Fotonik

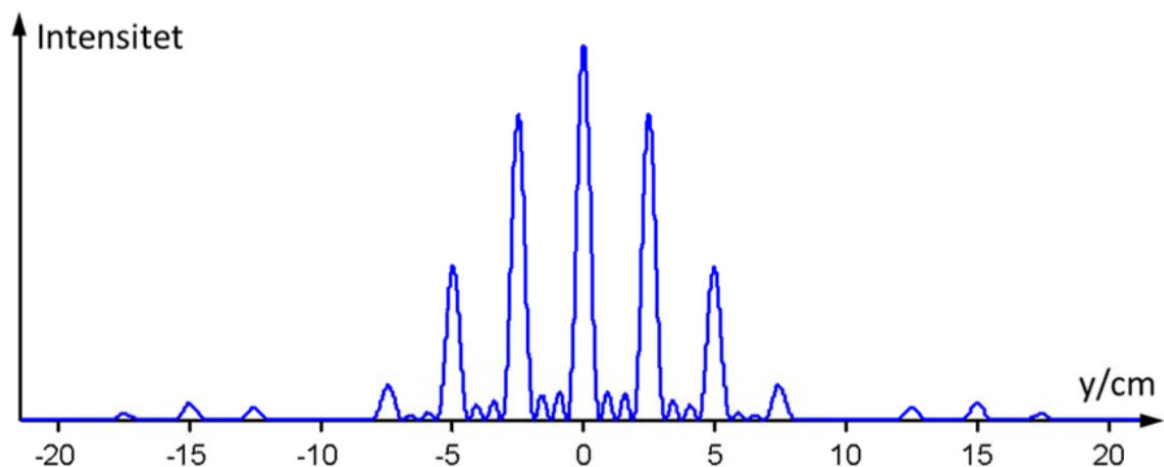
FAFA60 – Fotonik för C och D

- **Tillåtna hjälpmedel:** Miniräknare, godkänd formelsamling (t ex TeFyMa), utdelat formelblad.
- **OBS! Mobiltelefon** får ej finnas i fickan eller framme på bordet!
- Börja varje ny uppgift på ett nytt blad och skriv bara på en sida av pappret.
- Skriv namn på varje blad och numrera sidorna i övre högra hörnet.
- Lösningarna ska vara renskrivna och väl motiverade. Uppgifter utan svar ger inte full poäng!
- Varje korrekt löst uppgift ger 3 poäng efter en helhetsbedömning. För godkänt krävs minst 12 poäng.

1. Här kommer först några inledande frågor.

- En laserstråle reflekteras i en plan spegel. Spegeln vrids en vinkel  $7^\circ$  i sin hållare. Med hur stor vinkel ändras den reflekterade laserstrålens riktning?
- Ett teleskop består av en spegel med 0,50 m krökningsradie och ett okular med brännvidden 1,0 cm. Vilken vinkelförstoring har teleskopet?
- En laserpekare med våglängden 531 nm avger effekten 0,6 mW. Hur många fotoner lämnar laserpekaren under en sekund?

2. En laserstråle belyser några spalter. På en vägg 9,4 m bort ser ljusintensiteten ut som på bilden nedan. Avståndet mellan två närliggande spalter är 0,2 mm. Hur breda är spalterna?



3. *Diskussionsuppgift.*

För att avläsa optiska minnen (CD-, DVD- och Blu-ray-skivor) används diodlasrar med våglängderna 780 nm, 650 nm respektive 405 nm. Vad vinner man på att byta till en kortare våglängd hos lasern?

4. En signal från en sändare med effekten 2,5 mW ska skickas genom en optisk fiber. Dämpningen i fibern är 0,3 dB/km. Var 5:e kilometer görs en skarv som leder till ytterligare förlust på 0,5 dB. Både vid inkoppling från sändaren samt vid utkoppling till mottagaren sker dessutom förluster på 0,2 dB. Mottagaren behöver minst  $5 \mu\text{W}$  för att fungera. Vilket är det längsta avstånd man kan ha mellan sändare och mottagare?

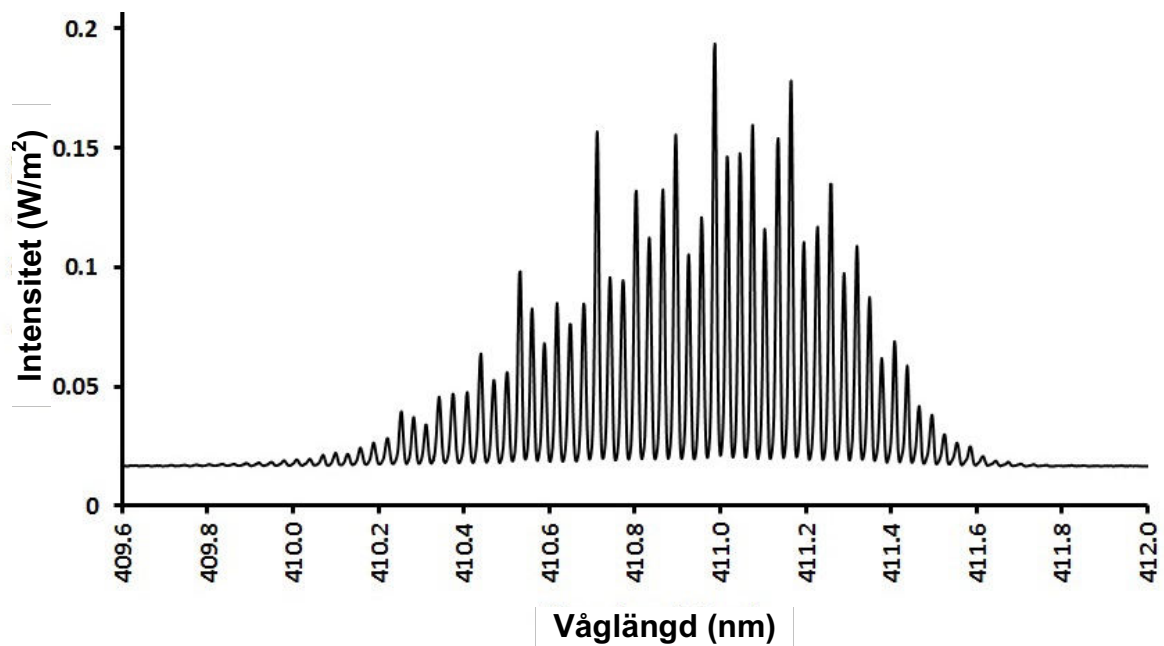
5. Ljus infaller med intensiteten  $I_0$  mot en tunn ( $0,31 \mu\text{m}$ ) plan såpfilm som är omgiven av luft på båda sidorna. Anta att såpalösningen har samma brytningsindex som vatten ( $n=1,33$ ) och att du tittar längs såphinnans normal.
- Beräkna vilken eller vilka synliga våglängder som reflekteras bäst i såphinnan.
  - Beräkna intensiteten på det bäst reflekterade ljuset.
  - Beräkna intensiteten på det reflekterade ljuset då våglängden är  $620 \text{ nm}$ .
6. En morgon vid frukostbordet lägger du märke till att när du försöker läsa morgontidningen genom ditt vattenglas så fungerar detta bara bra för den del av tidningen som befinner sig nära glaset, medan texten på större avstånd blir spegelvänd (se bilden nedan till vänster). Fascinerad av detta mäter du upp att detta sker för text som befinner sig på ett avstånd större än  $8 \text{ cm}$  från glasets centrum.
- Vad är glasets diameter? Du kan försumma själva glaset och bara räkna med vattnet i glaset.
  - När du ska ta en klunk av vattnet så ser du att dina fingeravtryck syns tydligt under vattenytan på insidan av glaset, medan du inte kan se resten av fingrarna utanför glaset (se bilden nedan till höger). Vad beror detta fenomen på?



7. Två polarisationsfilter (polaroider) är placerade efter varandra och belyses med opolariserat ljus med intensiteten  $I_0$  och våglängden  $405 \text{ nm}$ . Transmissionsriktningen hos de båda filtren är vald så att inget ljus kommer igenom. Mellan de båda polaroiderna placeras en tunn platta av kvarts ( $\text{SiO}_2$ ) så att ljuset infaller normalt mot plattans plan. Kvarts är dubbelbrytande med brytningsindex  $n_e = 1,553$  och  $n_o = 1,544$ . Plattan är slipad så att den optiska axeln ligger i plattans plan.
- Hur stor är vinkeln mellan de båda polaroidernas transmissionsriktning?
  - Hur tjock skall kvartsplattan vara om man vill att den skall fungera som en halvvågspatta vid den aktuella våglängden?
  - Om kvartsplattan är en halvvågspatta, vad ska vinkeln mellan kvartsplattans optiska axel och den första polaroidens transmissionsriktning vara om man vill att så mycket ljus som möjligt skall passera den andra polaroiden?
  - Hur stor blir intensiteten hos det ljus som passerar den andra polaroiden då maximalt med ljus släpps igenom? Du kan bortse från reflektionsförluster.

8. Nobelpriset i fysik tilldelades år 2014 Isamu Akasaki, Hiroshi Amano and Shuji Nakamura för “uppfinnningen av effektiva blå lysdioder vilka möjliggjort ljusstarka och energisnåla vita ljuskällor”. I den här uppgiften tittar vi närmare på en diodlaser tillverkad av galliumnitrid (GaN) som har brytningsindex 2,4. Lasern avger violett laserljus centrerat kring 411 nm. Man låter ljuset passera en högupplöst spektrometer och mäter på så sätt upp laserns spektrum (se figur).

- Varför är spektrum från diodlasern inte kontinuerligt, utan sammansatt av ett stort antal toppar?
- Vad är frekvensavståndet mellan två toppar kring 411 nm?
- Hur lång är diodlasern?



## Uppgift 1

a)

$$\delta = 2\alpha = 2 \cdot 7^\circ = 14^\circ$$

Svar:  $14^\circ$

b)

$$G = \left| \frac{f_{\text{obj}}}{f_{\text{ok}}} \right| = \frac{|R|/2}{f_{\text{ok}}} = \frac{0,5}{2 \cdot 0,01} = 25$$

Svar:  $G = 25$

c)

$$N_{\text{ph}} = \frac{P}{E_{\text{ph}}} = \frac{P \lambda_0}{hc} = \frac{0,6 \cdot 10^{-3} \cdot 531 \cdot 10^{-9}}{6,63 \cdot 10^{-34} \cdot 3 \cdot 10^8} = 1,6 \cdot 10^{15} \text{ s}^{-1}$$

Svar:  $1,6 \cdot 10^{15} \text{ fotoner/s}$

## Uppgift 2

---

Fjärde max från interferens överlappar  
första min från bøjning (då  $y = 10 \text{ cm}$ )

$$\begin{cases} d \sin \theta = 4\lambda_0 \\ b \sin \theta = \lambda_0 \end{cases}$$

Ledvis addition ger

$$\frac{b}{d} = \frac{1}{4} \Rightarrow b = \frac{d}{4} = \frac{0,2 \cdot 10^{-3}}{4} = 50 \cdot 10^{-6} \text{ m}$$

Svar:  $b = 50 \mu\text{m}$

### Uppgift 3

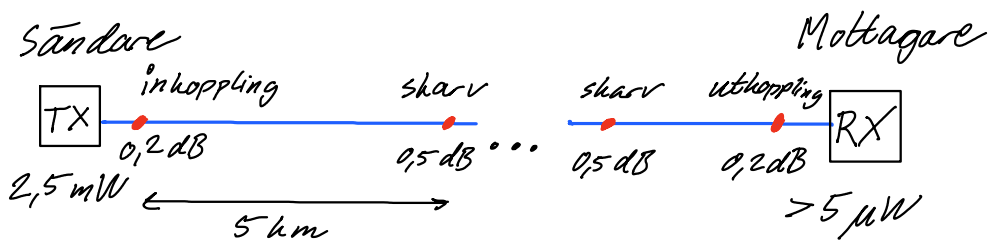
---

Pga böjning kan ljus fokuseras till en minsta strålfäcksdiameter

$$d = \frac{1,22 \lambda_0}{NA}$$

Med kortare våglängd kan därför ljuset fokuseras till en mindre yta, vilket gör att informationen kan skrivas tätare på mediet.

#### Uppgift 4



Dämpning i fibern:  $\alpha = 0,3 \text{ dB/km}$

Skarv: 0,5 dB

5 km + skarv:  $5 \cdot 0,3 + 0,5 = 2,0 \text{ dB/skarv}$

Tillåten dämpning:  $10 \log\left(\frac{P_{ut}}{P_{in}}\right) = 10 \log\left(\frac{5 \cdot 10^{-6}}{2,5 \cdot 10^{-3}}\right) = -27 \text{ dB}$

Förluster pga in-utkoppling:  $2 \cdot 0,2 = 0,4 \text{ dB}$

Dämpning i fibern:  $27 - 0,4 = 26,6 \text{ dB}$

Antal skarvar:  $\frac{26,6}{2,0} = 13,3 \Rightarrow 13 \text{ st}$

$\Rightarrow 13 \cdot 5 = 65 \text{ km}$

Dämpning för 65 km fiber:  $13 \cdot 2,0 = 26 \text{ dB}$

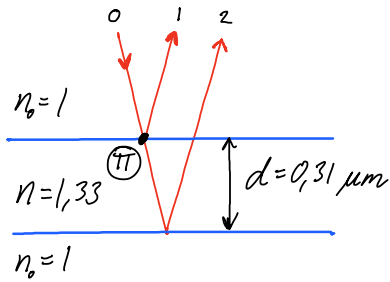
Återstående dämpning:  $26,6 - 26 = 0,6 \text{ dB}$

Återstående fiberlängd:  $\frac{0,6}{0,3} = 2 \text{ km}$

Total längd:  $65 + 2 = 67 \text{ km}$

Svar: Längsta avståndet är 67 km

# Uppgift 5



a) Konstruktiv interferens då

$$2nd = \lambda_0 \left(m + \frac{1}{2}\right) \quad (\text{pga fasskift för ①})$$

$$\Rightarrow \lambda_0 = \frac{2nd}{m + 0,5} = \frac{2 \cdot 1,33 \cdot 0,31 \cdot 10^{-6}}{m + 0,5} = \begin{cases} 1649 \text{ nm}, m=0 \text{ (IR)} \\ 550 \text{ nm } m=1 \text{ (grön)} \\ 330 \text{ nm } m=2 \text{ (UV)} \end{cases}$$

Svar: 550 nm

b)  $R = \left(\frac{n-1}{n+1}\right)^2 = \left(\frac{1,33-1}{1,33+1}\right)^2 = 0,0201 = 2,01\%$

$$I = \text{konst} \cdot E^2$$

$$\begin{cases} I_1 = RI_0 \\ I_2 = RI_0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} E_1 = \sqrt{R} E_0 \\ E_2 = \sqrt{R} E_0 \end{cases} \Rightarrow E_{\text{tot}} = E_1 + E_2 = 2\sqrt{R} E_0$$

$$I_{\text{tot}} = \text{konst} \cdot E_{\text{tot}}^2 = 4R \cdot \text{konst} \cdot E_0^2 = 4RI_0 = 0,08 I_0$$

Svar:  $I_{\text{tot}} / I_0 = 0,08$

c)  $\tilde{E} = E e^{i\phi} \quad I = \text{konst} \cdot |\tilde{E}|^2 \quad (\text{använder fasvektorer})$

$$\phi_1 = \pi \quad (\text{fasskift vid reflektion})$$

$$\phi_2 = 2\pi \cdot \frac{2nd}{\lambda_0} \quad (\text{fas pga optisk väg})$$

$$\begin{aligned} \tilde{E}_{\text{tot}} &= \tilde{E}_1 + \tilde{E}_2 = E_1 e^{i\phi_1} + E_2 e^{i\phi_2} = \\ &= \sqrt{R} E_0 e^{i\phi_1} + \sqrt{R} E_0 e^{i\phi_2} = \sqrt{R} E_0 e^{i\phi_1} [1 + e^{i(\phi_2 - \phi_1)}] = \\ &= \sqrt{R} E_0 e^{i\phi_1} \left[ e^{-i\frac{\phi_2 - \phi_1}{2}} + e^{i\frac{\phi_2 - \phi_1}{2}} \right] e^{i\frac{\phi_2 - \phi_1}{2}} = \\ &= \sqrt{R} E_0 e^{i\frac{\phi_2 + \phi_1}{2}} \cdot 2 \cos\left(\frac{\phi_2 - \phi_1}{2}\right) \end{aligned}$$

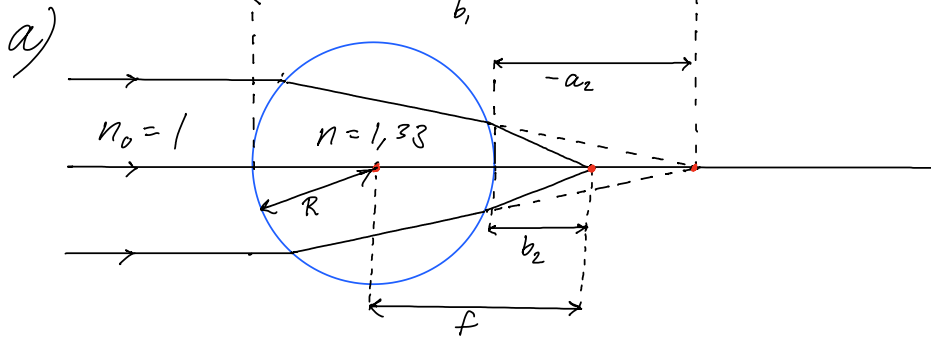
$$\begin{aligned} \Rightarrow I_{\text{tot}} &= \text{konst} \cdot |\tilde{E}_{\text{tot}}|^2 = \text{konst} \cdot 4R E_0^2 \cos^2\left(\frac{\phi_2 - \phi_1}{2}\right) = \\ &= 4RI_0 \cos^2\left(\frac{2\pi nd}{\lambda_0} - \frac{\pi}{2}\right) = \\ &= 4 \cdot 0,02 \cdot I_0 \cos^2\left(\frac{2\pi \cdot 1,33 \cdot 310}{620} - \frac{\pi}{2}\right) = 0,060 I_0 \end{aligned}$$

Svar:  $I_{\text{tot}} / I_0 = 0,06$



# Uppgift 6

Bilden spegelvänds då texten befinner sig på större avstånd än brännvidden,  $f$



Brytning i sfärisk yta:  $\frac{n_1}{a} + \frac{n_2}{b} = \frac{n_2 - n_1}{R}$

①  $n_1 = 1$   $a_1 \rightarrow \infty$   $\Rightarrow \frac{n}{b_1} = \frac{n-1}{R} \Rightarrow b_1 = \frac{n}{n-1} R$   
 $n_2 = n$   $R_1 = R$

②  $n_1 = n$   $a_2 = 2R - b_1 = R(2 - \frac{n}{n-1}) = \frac{n-2}{n-1} R$   
 $n_2 = 1$   $R_2 = -R$

$$\Rightarrow \frac{n}{\frac{n-2}{n-1} R} + \frac{1}{b_2} = \frac{1-n}{-R} \Rightarrow \frac{1}{b_2} = \frac{n-1}{R} - \frac{n(n-1)}{R(n-2)}$$

$$\Rightarrow \frac{R}{b_2} = \frac{(n-1)(n-2) - n(n-1)}{n-2} = \frac{n^2 - 2n - n^2 + n + 2 - n^2 + n}{n-2} =$$

$$= \frac{2(n-1)}{2-n} \Rightarrow b_2 = \frac{2-n}{2(n-1)} R$$

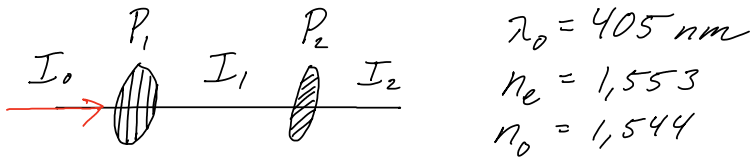
$$\Rightarrow f = b_2 + R = R \frac{2-n+2(n-1)}{2(n-1)} = R \frac{n}{2(n-1)}$$

$$\Rightarrow D = 2R = \frac{4(n-1)}{n} f = \frac{4 \cdot (1.33-1)}{1.33} \cdot 0.08 = 0.079 \text{ m}$$

Svar:  $D = 7.9 \text{ cm}$

b) Svar: Totalreflektion gör att man inte kan se ut från glaset. Där fingrarna rör glaset finns inte längre någon luft utanför glaset och totalreflektionen förstörs.

# Uppgift 7



a) Opol ljus  $\Rightarrow I_1 = \frac{1}{2} I_0$

Malus lag:  $I_2 = I_1 \cos^2 \theta = 0 \Rightarrow \theta = 90^\circ$

Svar:  $90^\circ$

b) Halvvågsplatta  $\Rightarrow$  fasskillnad  $\varphi = \pi$

$$\varphi = \frac{2\pi}{\lambda_0} (n_e - n_o) d = \pi$$

$$\Rightarrow d = \frac{\lambda_0}{2(n_e - n_o)} = \frac{405 \cdot 10^{-9}}{2(1,553 - 1,544)} = 22,5 \cdot 10^{-6} \text{ m}$$

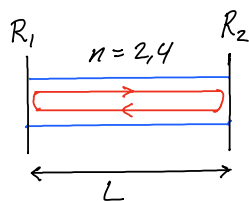
Svar:  $d = 22,5 \mu\text{m}$

c) Svar: Vid  $45^\circ$  vinkel roteras polarisationen  $90^\circ$   
 $\Rightarrow$  Allt ljus passerar  $P_2$

d) Efter  $P_1$ :  $I_1 = \frac{1}{2} I_0$  ty infallande ljuset är opol.  
 Detta roteras  $90^\circ$  och passerar  $P_2$

Svar:  $I_2 = \frac{1}{2} I_0$

# Uppgift 8



Ljuset i fas med sig självt  
efter en rundtripps då  
 $2nL = m\lambda_0$

a) De våglängder som ligger under linjeprofilen kan förstärkas men endast de våglängder som ger konstruktiv interferens efter en rundtripps kan förstärkas i flera passager. Det ger upphov till ett stort antal tätt liggande toppar i spektrum.

b) 26 toppar mellan  $\begin{cases} \lambda_1 = 410,6 \text{ nm} \\ \lambda_2 = 411,4 \text{ nm} \end{cases}$

$$f = \frac{c}{\lambda} \Rightarrow \begin{cases} f_1 = 7,301 \cdot 10^{14} \text{ Hz} \\ f_2 = 7,287 \cdot 10^{14} \text{ Hz} \end{cases}$$

$$\Delta f = \frac{f_1 - f_2}{26} = \frac{7,301 - 7,287}{26} \cdot 10^{14} = 5,46 \cdot 10^{10} \text{ Hz}$$

$$\text{Svar: } \Delta f = 54,6 \text{ GHz}$$

c) Kavitetsmoder

$$2nL = m\lambda_0 \Rightarrow f_m = \frac{c}{\lambda_0} = \frac{c}{2nL} \cdot m$$

Frekvensavstånd

$$\Delta f = f_{m+1} - f_m = \frac{c}{2nL}$$

$$\Rightarrow L = \frac{c}{2n\Delta f} = \frac{3 \cdot 10^8}{2 \cdot 2,4 \cdot 54,6 \cdot 10^9} = 1,14 \cdot 10^{-3} \text{ m}$$

$$\text{Svar: } L = 1,14 \text{ mm}$$