

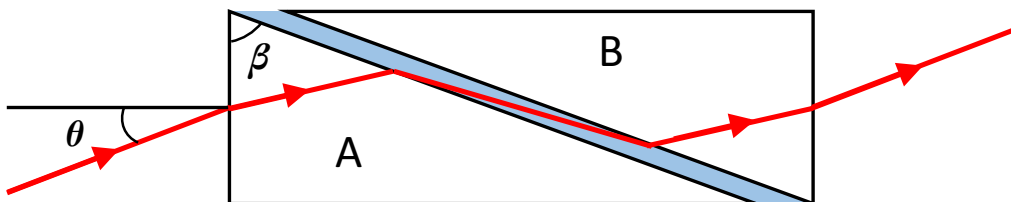
Tentamen i Fotonik - 2016-05-10, kl. 08.00-13.00

FAFF25 – Fysik för C och D, Delkurs i Fotonik

FAFA60 – Fotonik för C och D

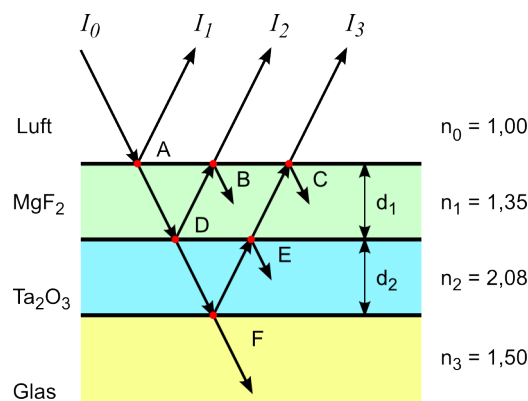
- **Tillåtna hjälpmedel:** Miniräknare, godkänd formelsamling (t ex TeFyMa), utdelat formelblad.
- **OBS! Mobiltelefon** får ej finnas i fickan eller framme på bordet!
- Börja varje ny uppgift på ett nytt blad och skriv bara på en sida av pappret.
- Skriv anonymkod eller namn på varje blad och numrera sidorna i övre högra hörnet.
- Lösningarna ska vara renskrivna och väl motiverade. Uppgifter utan svar ger inte full poäng!
- Varje korrekt löst uppgift ger 3 poäng efter en helhetsbedömning. För godkänt krävs minst 12 poäng.

- Här kommer först några inledande frågor.
 - En lupp är märkt 5x. Vad är brännvidden?
 - Då en laserpekare belyser en spalt uppnås en maximal intensitet I_0 på en skärm några meter bort. Hur stor intensitet (uttryckt i I_0) uppnås om 10 sådana spalter belyses?
 - Kan fotoelektrisk effekt inträffa då en kopparyta belyses med UV-ljus med våglängden 310 nm? Utträdesarbetet i koppar är 4,7 eV. Motivera ditt svar.
- I ett mörkt rum placeras ett stearinljus 150 cm från en vit vägg. En positiv lins flyttas från stearinljuset vinkelrätt från väggen. I ett visst läge får man en uppochnervänd bild av stearinljuset på väggen. När linsen flyttas ytterligare 90 cm närmare väggen får man på nytt en skarp bild av stearinljuset.
 - Vilken brännvidd har linsen?
 - Bestäm lateralförstoringen i det senare läget. Det ska tydligt framgå om bilden är rättvänd eller inte.
- För att bestämma brytningsindex i en vätska används två likadana prismor, där vätskan placeras i det tunna mellanrummet mellan prismorna, se figur. En laserstråle skickas in mot prisma A och det ljus som kommer ut genom prisma B:s kortsida observeras. Infallsvinkeln θ minskas långsamt och när det utgående ljuset precis upphör kan vätskans brytningsindex (n_v) bestämmas. De båda prismorna är gjorda av flintglas och har brytningsindex 1,62. Vinkeln β är 70° . Bestäm vätskans brytningsindex om vinkeln var $21,0^\circ$ när ljuset precis upphörde att passera prisma B.



- Diskussionsuppgift.*
Det finns två olika sätt att reflektionsfritt ($T = 100\%$) skicka ljus genom en glasyta som befinner sig i luft. Det ena sättet är att antireflexbehandla ytan. Vilket är det andra? Rita en bild och förklara!

5. En kompaktkamera (Sony DSC-RX100, med objektiv från Zeiss) har 20,2 megapixlar och kameran sensorns storlek är $8,0 \text{ mm} \times 13,2 \text{ mm}$. Sensorns pixlar (bildelement) är kvadratiska. Antag att linsen är inställd på brännvidden $25,7 \text{ mm}$ och att skärpan är inställd på oändligheten. Räkna på våglängden 550 nm som ligger mitt i det synliga området.
- Hur stora är sensorns pixlar?
 - För vilka bländartal begränsas upplösningen av böjning snarare än pixelstorleken?
 - Kameran ställs in på bländartal 16. Hur små detaljer kan upplösas på 100 meters avstånd?
6. Du har en 500 m lång fiber där kärnans brytningsindex är $1,448$ och mantelns brytningsindex är $1,444$. Kärnans diameter är $11 \mu\text{m}$. Enligt tillverkarens specifikation är dämpningskoefficienten för fibern $0,54 \text{ dB/km}$. Du får anta att inkopplingen till fibern är ideal, dvs. allt ljus faller inom den numeriska aperturen och strålfleckens diameter är mindre än fiberkärnans diameter.
- Beräkna transmissionen genom fibern om du bara inkluderar reflektionsförluster vid in- och utkoppling. Ange också dämpningen i decibel.
 - Vad blir den totala dämpningen i fibern om du också tar hänsyn till den interna dämpningen? Svara i decibel.
 - För vilka våglängder är fibern en singelmodfiber?
7. Det laseraktiva materialet i en neodym-glas-laser är en $8,0 \text{ cm}$ lång glasstav med en diameter på $6,0 \text{ mm}$. Massan i glasstaven består till $0,30$ procent av grundämnet neodym. Lasern pumpas med en blixtlampa och den avger våglängden $1,06 \mu\text{m}$ med effekten 100 MW under 15 ns långa pulser. Hur många fotoner avger i genomsnitt en neodymatom under en puls? Glasstavens densitet är 2600 kg/m^3 . Grundämnet neodym (Nd) har atomnummer 60 och en atomär massa på $144,242 \text{ u}$ ($1 \text{ u} = 1,660539040 \times 10^{-27} \text{ kg}$).
8. En plan glasyta ska beläggas med ett skikt tantaloxid och ett skikt magnesiumflourid för att den ska reflektera ljus som infaller längs normalen bättre än obehandlat glas. Antag normalt infall, strålarna i figuren är ritade med en vinkel bara för tydlighetens skull.
- Ange vid vilka reflektioner A-F som det sker fasförskjutningar.
 - Först lägger man på ett tunt skikt med tantaloxid på glasytan. Vilken synlig våglängd reflekteras bäst då tantaloxidskiktet har tjockleken $d_2 = 175 \text{ nm}$?
 - Hur tjockt måste magnesiumflouridskiktet minst vara för att samma våglängd ska reflekteras optimalt även i det skiktet?
 - Hur stor del av den infallande ljusintensiteten I_0 reflekteras? Du behöver bara ta hänsyn till de reflektioner som finns med i bilden.



Uppgift 1

$$a) \quad G = \frac{d_o}{f} \Rightarrow f = \frac{d_o}{G} = \frac{25 \text{ cm}}{5} = 5 \text{ cm}$$

$$\text{Svar: } f = 5 \text{ cm}$$

$$b) \quad I = kE^2 = k(NE_o)^2 = N^2 kE_o^2 = N^2 I_o = 10^2 I_o$$

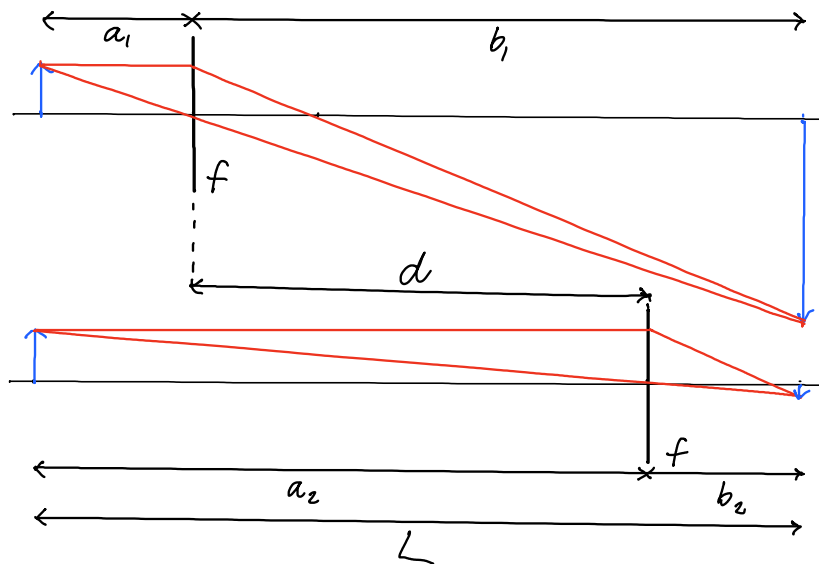
$$\text{Svar: } I = 100 I_o$$

$$c) \quad E_{ph} = \frac{hc}{\lambda_o} = \frac{6,6261 \cdot 10^{-34} \cdot 3 \cdot 10^8}{310 \cdot 10^{-9}} = 6,41 \cdot 10^{-19} \text{ J} = 4,0 \text{ eV}$$

$$W_{ut} = 4,7 \text{ eV}$$

Svar: Ingen fotoelektrisk effekt
ty $E_{ph} < W_{ut}$

Uppgift 2



a) Pga symmetrin är $a_1 = b_2$ och $b_1 = a_2$

Det ger $L = a_1 + d + b_2 = 2a_1 + d$

$$\Rightarrow a_1 = \frac{L - d}{2} = \frac{150 - 90}{2} = 30 \text{ cm}$$

$$b_1 = L - a_1 = 150 - 30 = 120 \text{ cm}$$

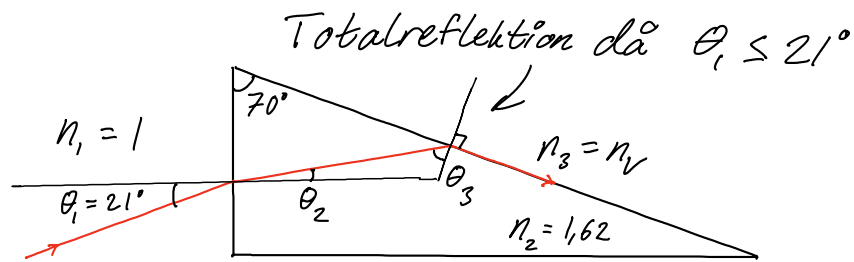
$$\frac{1}{a_1} + \frac{1}{b_1} = \frac{1}{f} \Rightarrow f = \frac{1}{\frac{1}{30} + \frac{1}{120}} = 24 \text{ cm}$$

Svar: $f = 24 \text{ cm}$

$$b) M = - \frac{b_2}{a_2} = - \frac{30}{120} = -0,25$$

Svar: $M = -0,25$ (uppskner)

Uppgift 3



① $n_1 \sin \theta_1 = n_2 \sin \theta_2 \Rightarrow \theta_2 = \arcsin\left(\frac{\sin 21^\circ}{1,62}\right) = 12,8^\circ$

② $\theta_3 = \beta - \theta_2 = 70^\circ - 12,8^\circ = 57,2^\circ$

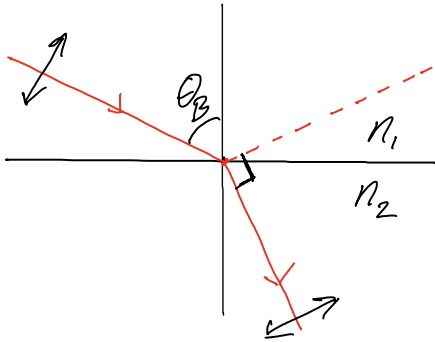
$$n_2 \sin \theta_3 = n_v \sin 90^\circ$$

$$\Rightarrow n_v = 1,62 \sin 57,2^\circ = 1,36$$

Svar: $n_v = 1,36$ (etanol)

Uppgift 4

Planpolariserat ljus som infaller i Brewstervinkel mot en glasyta transmittteras till 100% om polarisationen är parallell med det plan som bildas av den infallande och den brutna strålen.

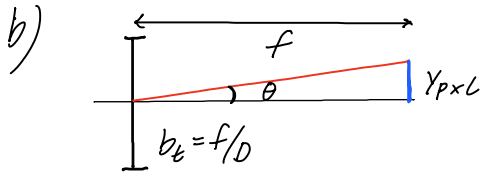


$$\theta_B = \arctan\left(\frac{n_2}{n_1}\right)$$

Uppgift 5

$$a) \quad y_{pxl} = \sqrt{A_{pxl}} = \sqrt{\frac{A_{sensor}}{N_{pxl}}} = \sqrt{\frac{8 \cdot 10^{-3} \cdot 13,2 \cdot 10^{-3}}{20,2 \cdot 10^6}} = 2,29 \cdot 10^{-6} m$$

Svar: $2,3 \mu m$



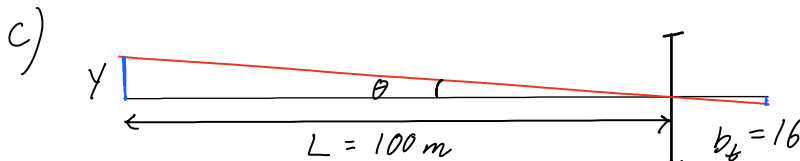
Skärpan inställd på
oändligheten ger avståndet
sensor till lins = f

$$\tan \theta = \frac{y_{pxl}}{f} \Rightarrow \theta = \arctan\left(\frac{2,3 \cdot 10^{-6}}{25,7 \cdot 10^{-3}}\right) = 0,00510^\circ$$

$$D \sin \theta = 1,22 \lambda_0 \Rightarrow D = \frac{1,22 \cdot 550 \cdot 10^{-9}}{\sin 0,00510^\circ} = 7,54 mm$$

$$b_t = \frac{f}{D} = \frac{25,7 \cdot 10^{-3}}{7,54 \cdot 10^{-3}} = 3,41$$

Svar: $b_t > 3,4$



$$b_t = \frac{f}{D} \Rightarrow D = \frac{f}{b_t} = \frac{25,7 mm}{16} = 1,61 mm$$

$$D \sin \theta = 1,22 \lambda_0 \Rightarrow \theta = \arcsin\left(\frac{1,22 \cdot 550 \cdot 10^{-9}}{1,61 \cdot 10^{-3}}\right) = 0,0239^\circ$$

$$\tan \theta = \frac{y}{L} \Rightarrow y = 100 \tan 0,0239^\circ = 0,0418 m$$

Svar: $4,2 cm$

Uppgift 6

$$L = 500 \text{ m} \quad n_k = 1,448 \quad d_k = 11 \mu\text{m}$$
$$\alpha = 0,54 \text{ dB/km} \quad n_m = 1,444$$

$$a) \quad R = \left(\frac{n_k - 1}{n_k + 1} \right)^2 = \left(\frac{1,448 - 1}{1,448 + 1} \right)^2 = 0,0335$$

$$T = 1 - R = 0,9665$$

$$T_{\text{refl}} = T^2 = 0,9665^2 = 0,934$$

$$F_{\text{refl}} = -10 \log_{10}(0,934) = 0,296 \text{ dB}$$

$$\text{Svar: } 93 \% \text{ eller } 0,30 \text{ dB}$$

$$b) \quad F_{\text{dämpning}} = \alpha L = 0,54 \cdot 0,5 = 0,27 \text{ dB}$$

$$F_{\text{tot}} = F_{\text{refl}} + F_{\text{dämpning}} = 0,30 + 0,27 = 0,57 \text{ dB}$$

$$\text{Svar: } 0,57 \text{ dB}$$

$$c) \quad NA = \sqrt{n_k^2 - n_m^2} = \sqrt{1,448^2 - 1,444^2} = 0,108$$

$$V = \frac{\pi d_k NA}{\lambda_0} < 2,405 \text{ för singelmultifiber}$$

$$\Rightarrow \lambda_0 > \frac{\pi \cdot 11 \cdot 10^{-6} \cdot 0,108}{2,405} = 1,545 \cdot 10^{-6} \text{ m}$$

$$\text{Svar: } \lambda_0 > 1,55 \mu\text{m}$$

Uppgift 7

$$\begin{aligned} L &= 8,0 \text{ cm} & P &= 100 \text{ MW} & W_{Nd} &= 0,30 \% \\ r &= 3,0 \text{ mm} & \tau &= 15 \text{ ns} & m_{Nd} &= 144,242 \cdot 1,66054 \cdot 10^{-27} = \\ \rho &= 2600 \text{ kg/m}^3 & \lambda &= 1,06 \mu\text{m} & &= 2,395 \cdot 10^{-25} \text{ kg} \end{aligned}$$

$$V = \pi r^2 L = \pi 0,003^2 \cdot 0,08 = 2,26 \cdot 10^{-6} \text{ m}^3$$

$$M = \rho V = 2600 \cdot 2,26 \cdot 10^{-6} = 5,88 \cdot 10^{-3} \text{ kg}$$

$$N_{Nd} = \frac{W_{Nd} M}{m_{Nd}} = \frac{0,003 \cdot 5,88 \cdot 10^{-3}}{2,395 \cdot 10^{-25}} = 7,37 \cdot 10^{19} \text{ atomer}$$

$$E = P \cdot \tau = 100 \cdot 10^6 \cdot 15 \cdot 10^{-9} = 1,50 \text{ J/puls}$$

$$E_{ph} = \frac{hc}{\lambda} = \frac{6,626 \cdot 10^{-34} \cdot 3 \cdot 10^8}{1,06 \cdot 10^{-6}} = 1,874 \cdot 10^{-19} \text{ J}$$

$$N_{ph} = \frac{E}{E_{ph}} = \frac{1,500}{1,874 \cdot 10^{-19}} = 8,00 \cdot 10^{18} \text{ fotoner/puls}$$

$$N = \frac{N_{ph}}{N_{Nd}} = \frac{8,00 \cdot 10^{18}}{7,37 \cdot 10^{19}} = 0,109 \text{ fotoner/atom}$$

Svar: 0,11 fotoner/neodymatom

Uppgift 8

a) Svar: π -skift vid reflektion mot tätare material, dvs i A och D

b) Max då

$$2d_2 n_2 = \lambda(m + \frac{1}{2}) \Rightarrow \lambda = \frac{2d_2 n_2}{m + 0,5} = \frac{2 \cdot 175 \cdot 10^{-9} \cdot 2,08}{m + 0,5}$$

$$m = 0 \rightarrow \lambda = 1456 \text{ nm} \quad \text{IR}$$

$$m = 1 \rightarrow \lambda = 485 \text{ nm} \quad \text{synligt}$$

$$m = 2 \rightarrow \lambda = 291 \text{ nm} \quad \text{UV}$$

Svar: 485 nm

c) Max då $2d_1 n_1 = m\lambda \Rightarrow \lambda = \frac{m\lambda}{2n_1}$
Tunnast då $m=1 \Rightarrow d_1 = \frac{485 \cdot 10^{-9}}{2 \cdot 1,35} = 180 \text{ nm}$

Svar: 180 nm

$$d) R_1 = \left(\frac{1,35 - 1}{1,35 + 1} \right)^2 = 0,0222 \quad I_1 = R_1 I_0 = 0,0222 I_0$$

$$R_2 = \left(\frac{2,08 - 1,35}{2,08 + 1,35} \right)^2 = 0,0453 \quad I_2 = (1 - R_1)^2 R_2 I_0 = 0,0433 I_0$$

$$R_3 = \left(\frac{1,5 - 2,08}{1,5 + 2,08} \right)^2 = 0,0262 \quad I_3 = (1 - R_1)^2 (1 - R_2)^2 R_3 I_0 = 0,0229 I_0$$

$$I_0 = k E_0^2$$

$$I_1 = k E_1^2 = 0,0222 k E_0^2 \Rightarrow E_1 = \sqrt{0,0222} E_0$$

$$\Rightarrow E_{\text{tot}} = E_1 + E_2 + E_3 = (\sqrt{0,0222} + \sqrt{0,0433} + \sqrt{0,0229}) E_0 = 0,508 E_0$$

$$I_{\text{tot}} = k E_{\text{tot}}^2 = 0,508^2 k E_0^2 = 0,258 I_0$$

Svar: $I_{\text{tot}} = 0,258 I_0$