LUNDS TEKNISKA HÖGSKOLA
Lunds universitet

Institutionen för
REGLERTEKNIK

Reglerteknik AK

Tentamen 12 januari 2010 kl 14–19

Poängberäkning och betygssättning

Lösningar och svar till alla uppgifter skall vara klart motiverade. Tentamen omfattar totalt 25 poäng. Poängberäkningen finns markerad vid varje uppgift.

Betyg 3: lägst 12 poäng
4: lägst 17 poäng
5: lägst 22 poäng

Tillåtna hjälpmedel

Matematiska tabeller (TEFYMA eller motsvarande), formelsamling i reglerteknik samt icke förprogrammerade räknare.

Tentamensresultat

Resultatet anslås torsdag den 21 januari på institutionens anslagstavla på första våningen i Maskinhuset och på kursens hemsida. Visning sker samma dag kl 12.30–13.00 i lab C på första våningen i M-huset.

1. Betrakta följande olinjära system med tre tillstånd och utsignalen y.

$$\begin{aligned}
\dot{x}_1 &= -\, x_2 x_3 + 1 \\
\dot{x}_2 &= x_1 x_3 - x_2 \\
\dot{x}_3 &= x_3^2(1 - x_3) \\
y &= x_1 + x_2 + 2x_3
\end{aligned}$$

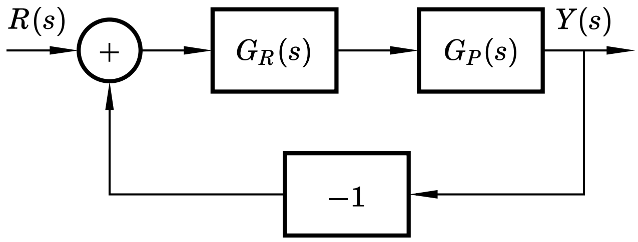
a. Beräkna systemets alla jämviktspunkter. (1 p)

b. Linjärisera systemet runt valfri jämviktspunkt från **a**. (2 p)

2. En elmotor har överföringsfunktionen

$$G_P = \frac{4}{s(s+3)}$$

mellan insignalen som är spänning och utsignalen som är position. Målet är att positionen ska följa en referens $R(s)$. Elmotorn återkopplas med en regulator $G_R(s) = K$, enligt Figur 1.



Figur 1 Reglerstruktur för Problem 2.

a. Vad blir överföringsfunktionen mellan referens och utsignal då systemet är återkopplat? (1 p)

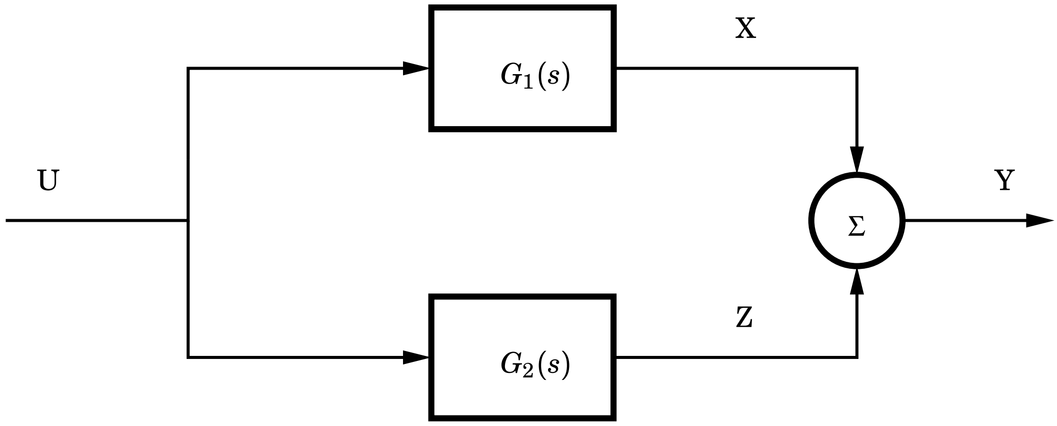
b. För vilka K är det slutna systemet stabilt? (1 p)

3. Betrakta Figur 2 som visar blockdiagrammet för de två parallellkopplade processerna $G_1(s)$ och $G_2(s)$. Processerna kan beskrivas med de två differentialekvationerna

$$\ddot{x}(t) + 2\dot{x}(t) + x(t) = 2\dot{u}(t) + u(t)$$
$$\dot{z}(t) + z(t) = u(t)$$

a. Vad blir överföringsfunktionerna $G_1(s)$ och $G_2(s)$? (2 p)

b. Beräkna överföringsfunktionen från $U(s)$ till $Y(s)$ och skriv sedan detta parallellkopplade system på tillståndsform. (2 p)



Figur 2 Blockdiagram för de parallellkopplade processerna i Uppgift 3.

4. För en process med överföringsfunktion $G(s)$ kan stegsvaret $Y(s)$ beräknas som $Y(s) = G(s)U(s)$, där u är ett enhetssteg:

$$u(t) = \begin{cases} 0 & t < 0 \\ 1 & t \geq 0 \end{cases}$$

För följande tre överföringsfunktioner, beräkna gränsvärdet

$$\lim_{t\to\infty} y(t)$$

(3 p)

a.

$$G(s) = \frac{3s+7}{s^2+7s+11}$$

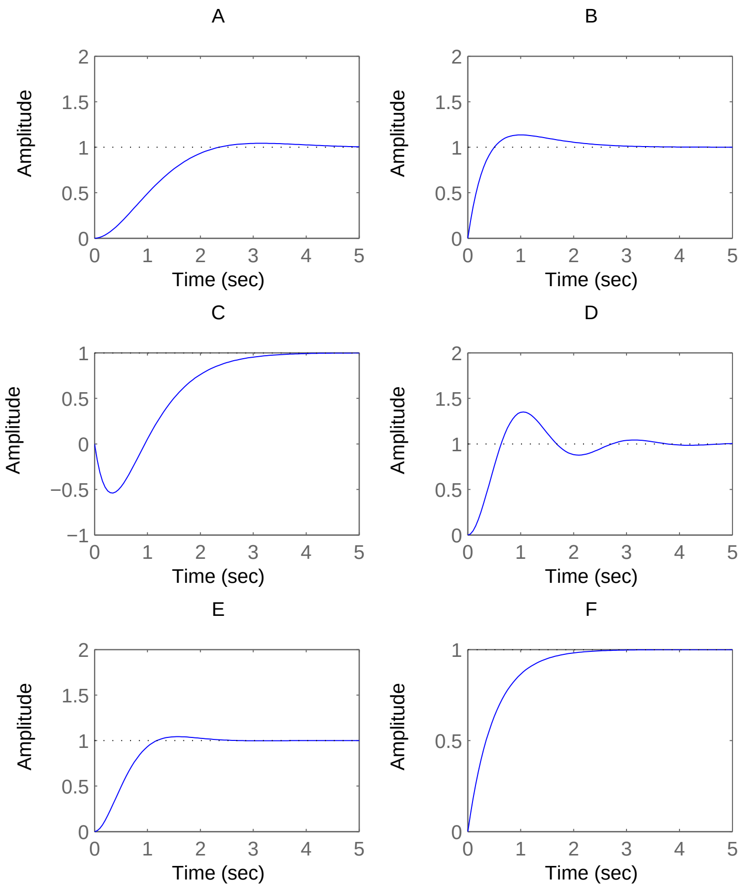
b.

$$G(s) = \frac{2(s-3)}{(7s+1)(s+6)(3s+7)(5s+4)}$$

c.

$$G(s) = \frac{-1}{s^2-s-6}$$

5. Para ihop stegsvaren (A-F) i Figur 3 med pol/nollställe-diagrammen (I-VI) i Figur 4. Som vanligt måste du motivera dina svar. (3 p)



Figur 3 Stegsvar för Problem 5.

6. I denna uppgift behandlas styrlagar på formen: $u = -Lx + l_r r$

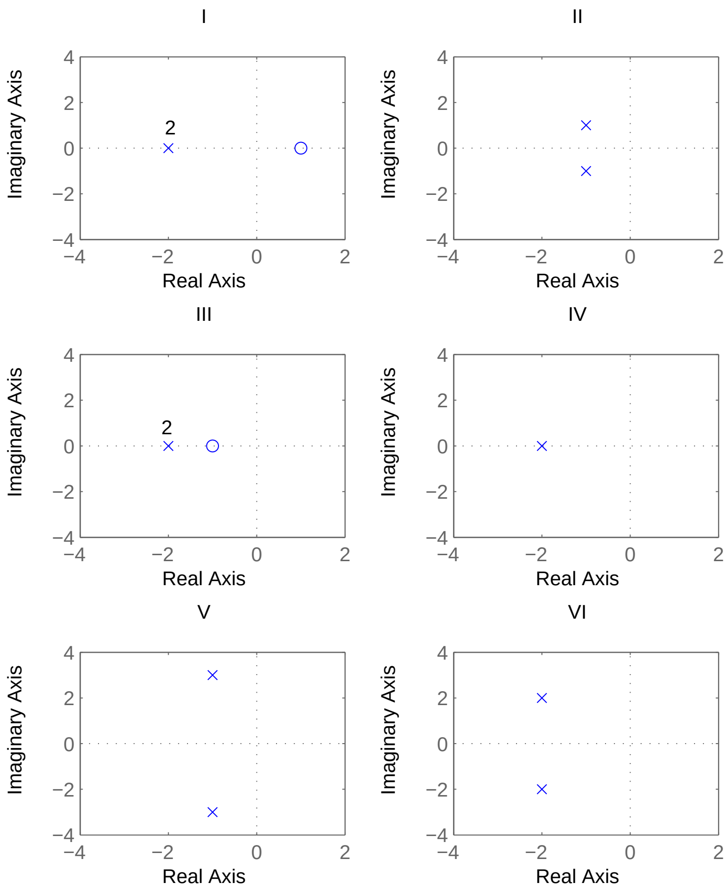
a. När vi designar en styrlag enligt ovan väljer vi L så att systemets poler hamnar på önskvärda ställen. Alla poler med imaginärdel skiljd från noll måste återfinnas komplexkonjugerade, men bortsett från detta kan polerna placeras godtyckligt om en viss förutsättning är uppfylld. Vilken? (1 p)

b. En dubbelintegrator kan beskrivas på tillståndsform enligt

$$\frac{dx}{dt} = \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 0 & 0 \end{pmatrix} x + \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \end{pmatrix} u$$
$$y = \begin{pmatrix} 1 & 0 \end{pmatrix} x.$$

Bestäm en styrlag på samma form som ovan, som gör att slutna systemets poler hamnar i $-1+i$ respektive $-1-i$ och att den statiska förstärkningen blir 1. (3 p)

c. Även om vi i teorin kan placera systemets poler godtyckligt genom tillståndsåterkoppling så kan detta begränsas i praktiken. Varför? (Tips: tänk på storleken på elementen i L). (1 p)



Figur 4 Pol/nollställe-diagram för Problem 5. "2"i diagram I och III betyder att x skall tolkas som en dubbelpol.

7. Vi vill styra en elmotor. Enligt vår matematiska modell av motorn har den överföringsfunktionen

$$G_p(s) = \frac{4}{s^2}$$

En återkoppling av denna överföringsfunktion, med en P-regulator som har förstärkning 1, ger oanvändbar reglering. Designa därför en lämplig kompensering som ger systemet fasmarginalen 40° samtidigt som skärfrekvensen femdubblas. Välj en av följande två kompenseringslänkar:

Fasretarderande kompensering:

$$G_k(s) = M\frac{1+s/a}{1+sM/a}, \quad M > 1.$$

Fasavancerande kompensering:

$$G_k(s) = K_k\frac{1+s/b}{1+s/(bN)}, \quad N > 1.$$

(3 p)

8. I laboration 1 och 2 har vi styrt vattenhöjden i en dubbeltank. Antag nu att vi istället ska styra vattenhöjden i den sista tanken i ett system som innehåller n tankar. Antag att processen har överföringsfunktionen

$$G_p(s) = \frac{3}{(10s+1)^n}$$

Givet att processen regleras med en P-regulator, vars förstärkning är $K = 1$, räkna ut hur många tankar man kan ha på rad utan att det slutna systemet blir instabilt. (2 p)