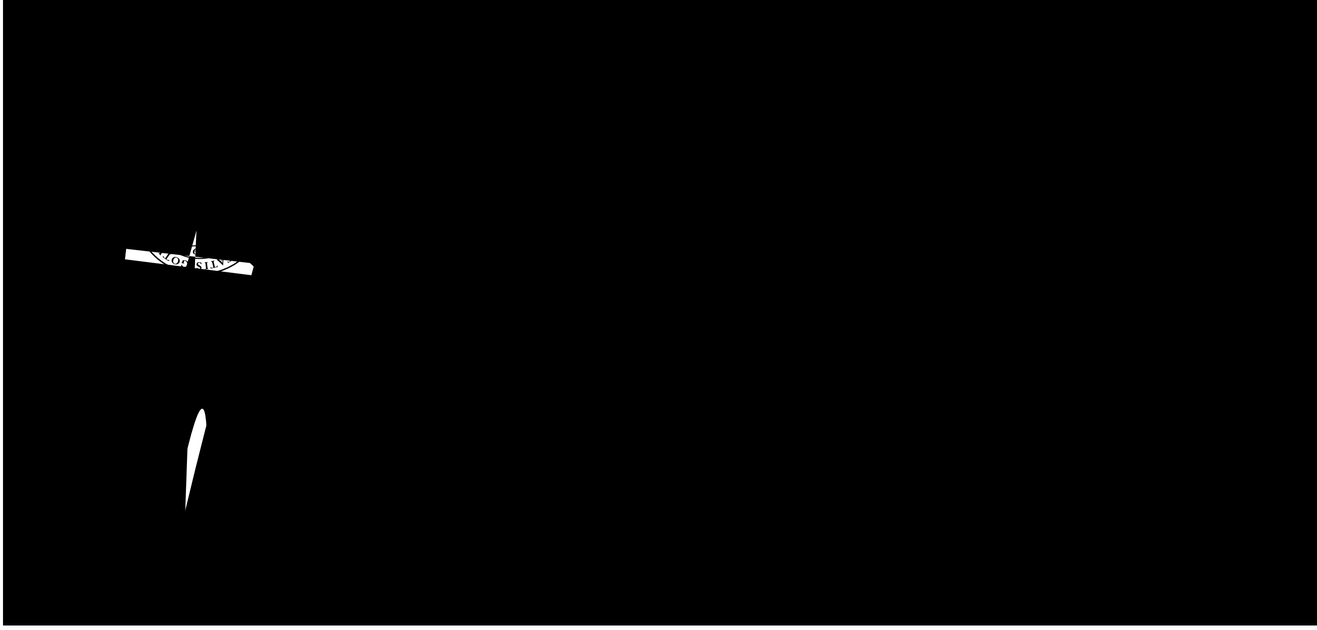


**1.** Betrakta systemet

$$\dot{x} = \begin{bmatrix} -1 & 0 \\ a & -3 \end{bmatrix} x + \begin{bmatrix} 2 \\ 0 \end{bmatrix} u$$
$$y = \begin{bmatrix} 1 & a \end{bmatrix} x$$

**a.** Beräkna överföringsfunktionen för systemet. (1 p)

**b.** För vilka $a$ är systemet stabilt? (1 p)

**c.** Antag att $a = 0$. Är systemet observerbart? Styrbart? Hur kan man se det på överföringsfunktionen? (2 p)

**2.** Betrakta överföringsfunktionen

$$G(s) = e^{-s} \frac{2}{(1+s)(1+2s)^2}.$$

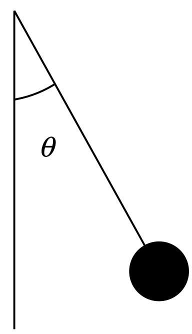
**a.** Ange poler, nollställen och tidsfördröjning för $G(s)$. (1 p)

**b.** Antag att systemets återkopplas med en P-regulator. Vad är det största värde på $K$ för vilket det återkopplade systemet är stabilt. (2 p)

**3.** För den svängande och fritt hängande pendeln i figur 1 kan dynamiken beskrivas av den olinjära differentialekvationen

$$ml\ddot{\theta}(t) = -mg \sin\theta(t) - kl\dot{\theta}(t) \tag{1}$$

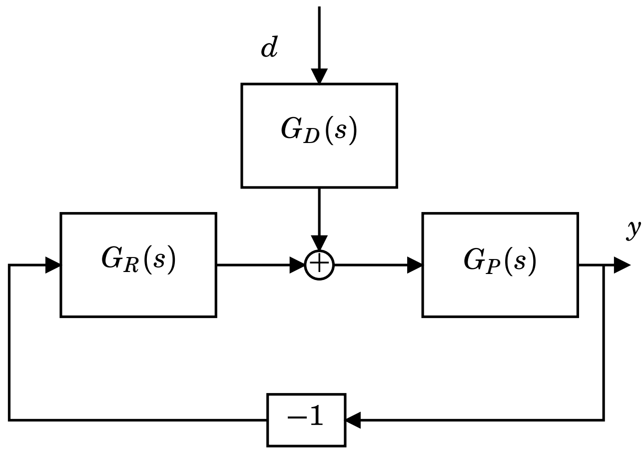
där $m$ och $l$ beskriver pendels massa respektive längd, medan $k$ beskriver friktionen i systemet. I uppgiften kan vi hänsynslöst sätta alla fysikaliska konstanter till 1.




**Figur 1** Den svängande pendeln.

**a.** Inför tillstånden $x_1(t) = \theta(t)$ och $x_2(t) = \dot{\theta}(t)$ och skriv systemet på tillståndsform. Finn även alla stationära punkter till systemet. (2 p)

**b.** Använd att $\cos k\pi = (-1)^k$ och linjärisera systemet för de stationära punkterna svarandes mot $k = 0$ och $k = 1$. Undersök även stabiliteten för dessa stationära punkter. (2 p)

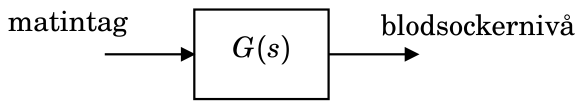



**Figur 2**

**c.** Ge en fysikalisk tolkning av de två stationära punkterna. Är resultatet väntat? (1 p)

**4.** Beräkna överföringsfunktionen $G_{dy}(s)$ från $d$ till $y$ i blockschemat i figur 2. (2 p)

**5.** Glykemiskt index är ett mått på hur snabbt kolhydrater från maten tas upp av kroppen. För att ta fram glykemiskt index studerar man systemet i figur 3, där överföringsfunktionen $G(s)$ är olika för olika typer av kolhydrater.



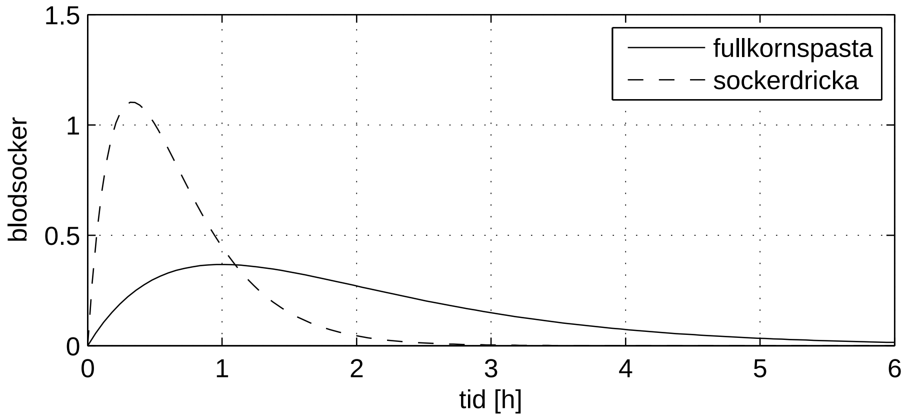

**Figur 3**

**a.** I figur 4 visas impulssvaret från matintag till blodsockernivå för två typer av mat, fullkornspasta med lågt GI (heldragen linje) och sockerdricka med högt GI (streckad linje). Vilka av följande överföringsfunktioner kan användas för att modellera kroppens upptag av fullkornspasta, respektive sockerdricka? Motivera dina svar.

$$
\begin{array}{ll}
G_1(s) = \frac{1}{s+1} & G_2(s) = \frac{1}{s/3+1} \\
G_3(s) = \frac{1}{(s+1)^2} & G_4(s) = \frac{1}{(s/3+1)^2} \\
G_5(s) = \frac{1}{s(s+1)} & G_6(s) = \frac{1}{s(s/3+1)}
\end{array}
$$

(2 p)

**b.** Varför är det mer intressant att titta på impulssvar än stegsvar för den här tillämpningen? (1 p)




**Figur 4**

**6.** Ekvationerna

$$\dot{x} = \begin{pmatrix} -1 & 0 \\ 1 & -2 \end{pmatrix} x + \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \end{pmatrix} u$$
$$y = \begin{pmatrix} 0 & 1 \end{pmatrix} x$$

modellerar en process med två bevattningsdammar på olika nivåer vid en bergssluttning. Vatten flödar från den övre dammen till den undre dammen genom en bäck, och tillflödet till den övre dammen kan regleras med en dammlucka. Tillstånden $x_1$ och $x_2$ representerar vattennivån i de två dammarna, och styrsignalen $u$ är dammluckans position. Vi vill styra vattennivån i den undre dammen, $y$.

Processen styrs med tillståndsåterkoppling, $u = \begin{pmatrix} -3 & -1 \end{pmatrix} x + 9r$, där $r$ är referensvärdet för nivån i undre dammen.

**a.** Var ligger slutna systemets poler? Vad är slutna systemets statiska förstärkning?

(2 p)

**b.** För att kunna använda regulatorn $u = \begin{pmatrix} -3 & -1 \end{pmatrix} x + 9r$ behöver man mäta vattennivån i båda dammarna. Sensorn som mäter nivån i övre dammen har gått sönder, leveranstiden på en ny är tre månader. Hur kan vi fixa regleringen av undre dammen medan vi väntar? (1 p)

**7.** En process med överföringsfunktionen $G_p(s) = \frac{10}{s^2+4s+10}$ regleras med en P-regulator med $K = 1$. Detta ger tillfredsställande snabbhet och robusthet men ett kvarstående reglerfel då referenssignalen är ett steg, $r(t) = \theta(t)$.

**a.** Dimensionera en fasretarderande kompenseringslänk som minskar det stationära felet med en faktor 10. Fasmarginalen får minska med högst 6°.

(3 p)

**b.** Tumregeln $a = 0.1\omega_c$ garanterar att fasmarginalen minskar med högst 6°. Hur ska $a$ väljas om man istället vill garantera att fasmarginalen minskar med högst 2°? Du kan anta att kompenseringslänken inte påverkar systemets skärfrekvens. (2 p)