

**МИНОБРНАУКИ РОССИИ**  
**САНКТ-ПЕТЕРБУРГСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ**  
**ЭЛЕКТРОТЕХНИЧЕСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ**  
**«ЛЭТИ» ИМ. В.И. УЛЬЯНОВА (ЛЕНИНА)**  
**Кафедра МО ЭВМ**

**ОТЧЕТ**  
**по лабораторной работе №1**  
**по дисциплине «Алгоритмы и структуры данных»**  
**Тема: АВЛ-деревья.**

Студент гр. 3388

Снигирев А.А.

Преподаватель

Шалагинов И.В.

Санкт-Петербург

2024

## **Цель работы**

Изучить структуру данных АВЛ-дерево, реализовать основные методы к нему и алгоритм балансировки. Провести исследование времени работы и используемой памяти.

## **Задание**

### **Реализация**

В качестве исследования нужно самостоятельно:

- реализовать функции удаления узлов: любого, максимального и минимального
- сравнить время и количество операций, необходимых для реализованных операций, с теоретическими оценками (очевидно, что проводить исследования необходимо на разных объемах данных)

Также для очной защиты необходимо подготовить визуализацию дерева.

В отчете помимо проведенного исследования необходимо приложить код всей получившей структуры: класс узла и функции.

## Выполнение работы

```
Class Node:  
    left: pointer  
    right: pointer  
    parent: pointer  
    value: AnyType  
    height: int  
    balance: int
```

Хранит в себе все нужные узлу поля. В конструкторе принимает только значение `value` и создает ноду без связей.

Class AVLTree – основной класс структуры данных. Содержит все нужные поля и методы.

Поля:

`root`: `Node` – кореньavl-дерева

Методы:

`search_place(key)` – один из важнейших методов. Спускается вниз по дереву, сравнивая значения каждого встреченного узла с `key`. Если узел найден — возвращается указатель на него. Если не найден, то возвращается указатель на узел, ребенком которого может стать узел со значением `key`.

`insert(key)` – метод вставки. Создает узел `new` со значением `key`.

Обрабатывает несколько возможных случаев:

- Если корня дерева не существует, то узел `new` им становится.
- Если корень есть, вызывает метод `search_place`
  - 1 . Если метод вернул узел, значение которого совпадает с `new`, то ничего не происходит, чтобы не дублировать узлы.
  - 2 . Иначе происходит присваивание полю `left` или `right` указателя `new`

Далее происходит балансировка.

`delete(key)` – удаление. Вызывает метод `search_place` для поиска узла. Если узел найден, обрабатывается несколько случаев:

- Если хотя бы одного узла не существует, вызывается метод `__replace_node_in_parent()`, который заменяет узел на его сына, правого или левого.
- Если есть оба сына, происходит поиск минимального элемента в правом поддереве удаляемого. Значение удаляемого узла заменяется на значение минимального. Минимальный узел-лист удаляется по-первому варианту алгоритма.

Вызывается балансировка для всех узлов, начиная с родителя удаленного элемента.

- `__update_balances_iterative(node)` - вспомогательная функция. В ней цикл, проходящий вверх по дереву, обновляющий поля `balance` и `height` встречаемых под функцией `__update_height_balances()` и восстанавливающий нарушенный баланс функцией `__restore_balance__()`.
- `__update_height_balance(node)` – принимает ноду и обновляет ее высоту, беря максимум от высот дочерних нод плюс один.
- `__restore_balance__(node)` – принимает ноду. Если ее баланс  $< -1$ , что означает превосходство в длине левого под дерева, а баланс левого сына  $\leq 0$ , вызывает функцию правого поворота `__rotate_r__`, если же баланс левого сына больше нуля, то происходит двойной поворот: сначала левый для `node.left`, а после правый для `node`.

Случай, когда баланс `node > 1`, симметричен вышеописанному.

- `__rotate_r__(node)` – проверяет наличие дочерних нод и производит правый поворот, а затем балансировку.
- `__rotate_l__(node)` – симметричен.
- `in_order()` - совершает прямой обход.
- `render_avl()` и `create_graph()`- визуализация

Исходный код см. в Приложении А.

## Исследование

Результаты запусков на разных объемах данных:

| Элементов | Вставка  | Удаление |
|-----------|----------|----------|
| 100       | 0.000030 | 0.000023 |
| 1000      | 0.000032 | 0.000034 |
| 10000     | 0.000042 | 0.000038 |
| 100000    | 0.000075 | 0.000074 |

Оценка сложности AVL-Tree:

Вставка —  $O(\log(n))$

Удаление —  $O(\log(n))$

Как видно по таблице, с ростом числа элементов 10-кратно каждый раз, время выполнения программы растет намного медленнее, чем линейно.

Следовательно, реализованная структура данных по времени выполнения соответствует теоретическим показателям.

## **Вывод**

Были исследованы АВЛ-деревья и реализованы основные функции к ним. Проведены исследования и сравнения с теоретическими показаниями на разных объемах данных. АВЛ-дерево показало себя весьма быстрой и эффективной структурой данных.

## ПРИЛОЖЕНИЕ А

### ИСХОДНЫЙ КОД ПРОГРАММЫ

Название файла: main.py

```
from modules.avl_tree import AVLTree

tree = AVLTree()
arr = [int(number) for number in input().split()]
a = datetime.now()
for i in arr:
    tree.insert(i)
print(tree.pre_order(tree.root, []))
b = datetime.now()
print(b-a)
tree.render_avl_tree()
```

Название файла avl\_tree.py:

```
import graphviz as gv

class Node:
    def __init__(self, key) -> None:
        self.balance = 0
        self.height = 0
        self.right = None
        self.left = None
        self.parent = None
        self.value = key

class AVLTree:
    def __init__(self):
        self.root = None

    def search_place(self, key) -> Node:
        curr = self.root
        parent = None
        while curr is not None:
            parent = curr
            if key < curr.value:
                curr = curr.left
            elif key > curr.value:
                curr = curr.right
            else:
                return curr
        return parent

    def insert(self, key):
        new = Node(key)
        if self.root is None:
            self.root = new
            return

        parent = self.search_place(key)
```

```

        if parent and parent.value == key:
            return

        new.parent = parent
        if key < parent.value:
            parent.left = new
        else:
            parent.right = new

        self.__update_balances_iterative(new)

    def delete(self, key):
        node_to_delete = self.search_place(key)
        if node_to_delete is None or node_to_delete.value != key:
            return

        if node_to_delete.left is None or node_to_delete.right is
None:
            self.__replace_node_in_parent(node_to_delete,
node_to_delete.left or node_to_delete.right)
        else:
            successor = self.__get_min_value_node(node_to_delete.right)
            node_to_delete.value = successor.value
            self.__replace_node_in_parent(successor,
successor.left)

        parent = node_to_delete.parent
        self.__update_balances_iterative(parent)

    def __replace_node_in_parent(self, node, new_child):
        if node.parent:
            if node == node.parent.left:
                node.parent.left = new_child
            else:
                node.parent.right = new_child
        else:
            self.root = new_child
        if new_child:
            new_child.parent = node.parent

    def __get_min_value_node(self, node):
        current = node
        while current.left is not None:
            current = current.left
        return current

    def __update_balances_iterative(self, node):
        while node:
            self.__update_height_balance(node)
            self.__restore_balance__(node)
            node = node.parent

    def __restore_balance__(self, node):
        if node is None:
            return node

```

```

        if node.balance < -1:
            if node.left and node.left.balance <= 0:
                return self.__rotate_r__(node)
            elif node.left and node.left.balance > 0:
                node.left = self.__rotate_l__(node.left)
                return self.__rotate_r__(node)
        elif node.balance > 1:
            if node.right and node.right.balance >= 0:
                return self.__rotate_l__(node)
            elif node.right and node.right.balance < 0:
                node.right = self.__rotate_r__(node.right)
                return self.__rotate_l__(node)

    return node

def __rotate_r__(self, node):
    if node is None or node.left is None:
        return node

    y = node.left
    node.left = y.right
    if y.right is not None:
        y.right.parent = node
    y.parent = node.parent
    if node.parent is None:
        self.root = y
    elif node == node.parent.right:
        node.parent.right = y
    else:
        node.parent.left = y
    y.right = node
    node.parent = y
    self.__update_height_balance(node)
    self.__update_height_balance(y)
    return y

def __rotate_l__(self, node):
    if node is None or node.right is None:
        return node

    y = node.right
    node.right = y.left
    if y.left is not None:
        y.left.parent = node
    y.parent = node.parent
    if node.parent is None:
        self.root = y
    elif node == node.parent.left:
        node.parent.left = y
    else:
        node.parent.right = y
    y.left = node
    node.parent = y
    self.__update_height_balance(node)
    self.__update_height_balance(y)

```

```

        return y

    def __update_height_balance(self, node):
        left_height = node.left.height if node.left else -1
        right_height = node.right.height if node.right else -1
        node.height = max(left_height, right_height) + 1
        node.balance = right_height - left_height

    def in_order(self, curr, res):
        if curr is not None:
            self.in_order(curr.left, res)
            res.append(curr.value)
            self.in_order(curr.right, res)
        return res

    def create_graph(self):
        dot = gv.Digraph(format='png')
        nodes, edges = [], []
        stack = [(self.root, "")] if self.root is not None else []
        while stack:
            node, label = stack.pop()
            if node:
                dot.node(str(id(node)), str(node.value))
                nodes.append((id(node), node.value))

                if node.left:
                    dot.edge(str(id(node)), str(id(node.left)))
                    edges.append((node.value, node.left.value))
                    stack.append((node.left, "L"))

                if node.right:
                    dot.edge(str(id(node)), str(id(node.right)))
                    edges.append((node.value, node.right.value))
                    stack.append((node.right, "R"))

        return dot, nodes, edges

    def render_avl_tree(self):
        dot, _, _ = self.create_graph()
        dot.render('avl_tree.gv1', view=True)

tree = AVLTree()
arr = [212, 69, 369, 390, 145, 51, 350, 350]
for i in range(50):
    tree.insert(i)
tree.delete(15)
print(tree.in_order(tree.root, []))
tree.render_avl_tree()

```

