Vorlesung Mathematik 3

Fourierreihen - Reelle Darstellung

Prof. Dr. A. Wipfler
E-Mail: wipfler@dhbw-ravensburg.de

Duale Hochschule Baden-Württemberg, Ravensburg/Friedrichshafen

Ausgabestand: 24. Juni 2024

Inhalt der Vorlesung

Dieser Vorlesungsteil widmet sich den Fourierreihen. Diese Reihenentwicklung dient dazu, *periodische* Funktionen als Überlagerung von Sinus- und Kosinusfunktionen darzustellen.

1. Satz von Dirichlet
2. Bestimmung der notwendigen Integrale
3. Beispiele

Satz von Dirichlet

$f(t)$ sei eine periodische Funktion mit der Periode T, die folgende Bedingungen erfüllt:

1. $f(t)$ hat im Intervall $[t, t+T]$ eine *endliche* Anzahl an Sprungstellen
2. $f(t)$ hat im Intervall $[t, t+T]$ eine *endliche* Anzahl an Maxima und Minima
3. Das Integral
$$\int\limits_{t_0}^{t_0+T} |f(t)| \,\mathrm{d}t$$
hat einen *endlichen* Wert

Dann kann die Funktion $f(t)$ als *Fourierreihe* der folgenden Form dargestellt werden.

$$f(t) = \frac{a_0}{2} + \sum_{k=1}^{\infty} a_k \cos(k\omega_0 t) + \sum_{k=1}^{\infty} b_k \sin(k\omega_0 t)$$

An Stellen, an denen die Funktion stetig ist, konvergiert die Fourierreihe gegen den Funktionswert. An Sprungstellen konvergiert die Funktion gegen den Mittelwert des rechts- und linksseitigen Grenzwertes der Funktion an der Sprungstelle.