Vorlesung Mathematik 3

Fourierreihen - Komplexe Darstellung

Prof. Dr. A. Wipfler
E-Mail: wipfler@dhbw-ravensburg.de

Duale Hochschule Baden-Württemberg, Ravensburg/Friedrichshafen

Ausgabestand: 2. Juli 2024

Inhalt der Vorlesung

Dieser Vorlesungsteil widmet sich den *komplexen* Fourierreihen. Diese Reihenentwicklung dient dazu, *periodische* Funktionen als Überlagerung von komplexen Exponentialfunktionen darzustellen.

1. Sinus und Kosinus in komplexer Darstellung
2. Komplexe Fourierreihen
3. Gerade und ungerade Funktionen

1.) Sinus, Kosinus in komplexer Darstellung

- Die Eulersche Identität stellt einen Zusammenhang zwischen Sinus, Kosinus und komplexen Exponentialfunktionen her

$$\mathrm{e}^{j\omega t} = \cos\omega t + j\sin\omega t$$

2.) Komplexe Fourierreihe

- Darstellung der Fourierreihe

$$f(t) = \frac{a_0}{2} + \sum_{k=1}^{\infty} a_k \cos k\omega_0 t + \sum_{k=1}^{\infty} b_k \sin k\omega_0 t$$

2.) Komplexe Fourierreihen

Komplexe Fourierreihe

Eine periodische Funktion, welche die Dirichlet-Bedingungen erfüllt, kann als *komplexe Fourierreihe*

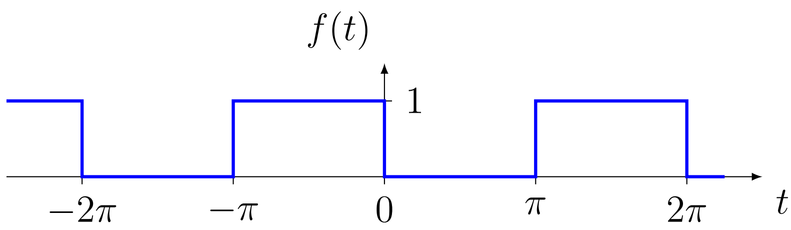
$$f(t) = \sum_{k=-\infty}^{\infty} c_k \mathrm{e}^{jk\omega_0 t}$$

dargestellt werden. Die Fourierkoeffizienten werden dabei wie folgt berechnet:

$$c_k = \frac{1}{T} \int\limits_{t_0}^{t_0+T} f(t)\mathrm{e}^{-k\omega_0 t}\,\mathrm{d}t$$

- Beispiel: Bestimmen Sie die Fourierreihe für folgende Funktion (periodisch fortgesetzt):

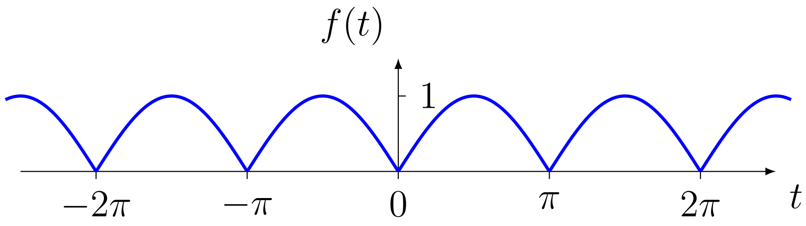
$$f(t) = \begin{cases} 0, & \text{für} \quad 0 \leq t < \pi \\ 1, & \text{für} \quad \pi \leq t < 2\pi \end{cases}$$



2.) Komplexe Fourierreihen

- Beispiel: Bestimmen Sie die Fourierreihe für folgende Funktion (periodisch fortgesetzt):

$$f(t) = \begin{cases} \sin t, & \text{für } 0 \le t < \pi \\ -\sin t, & \text{für } \pi \le t < 2\pi \end{cases}$$



3.) Gerade und ungerade Funktionen

- Gerade Funktion:

$$f(t) = f(-t)$$

- Ungerade Funktion:

$$f(t) = -f(-t)$$