

CONTINUIDAD DE FUNCIONES

DEBER No.1 Definición e interpretación de Continuidad

En los ejercicios siguientes, trace la gráfica de la función; luego, observando dónde hay interrupciones en la gráfica, determine los valores de la variable independiente en los cuales la función es discontinua y muestre por qué la definición de función continua no se cumple en cada discontinuidad.

1.
$$f(x) = \frac{x^2 + x - 2}{x + 2}$$

$$2. \quad g(x) = \frac{x^4 - 1}{x^2 - 1}$$

3.
$$g(x) = \begin{cases} 2x+1 & si \quad x \le -2 \\ x-2 & si \quad x-2 < x \le 2 \\ 2-x & si \quad 2 < x \end{cases}$$

4. Dé un ejemplo de dos funciones discontinuas en x = 0 cuyo producto sea una función continua en ese punto.

5. Si $f(x) = \sqrt{16-x}$, trace la gráfica de f, y muestre que f es continua en el intervalo cerrado [-4,4].

6. Si $g(x) = \sqrt{x^2 - 16}$, trace la gráfica de g, y pruebe que es continua en el intervalo $(-\infty, -4]$ y $[4, +\infty)$



7. Calcule los valores de **a** y **b** para que la siguiente función sea continua:

$$f(x) = \begin{cases} ax^2 - 2x & \text{si} \quad x \le 1\\ + ax + b & \text{si} \quad 1 \le x < 2\\ 3x + b & \text{si} \quad x \ge 2 \end{cases}$$

8. Compruebe si la siguiente función es continua:

$$f(x) = \begin{cases} \frac{2x+3}{x} & \text{si} & x < -1 \\ x^2 - 2 & \text{si} - 1 \le x < 2 \\ 3x + 1 & \text{si} & x \ge 2 \end{cases}$$

9. En los ejercicios siguientes, determine los puntos dónde la función dada es discontinua: Explique la razón de la discontinuidad de la función en los puntos determinados.

$$f(x) = \frac{x - 1}{x^2 + 7x - 8}$$

$$f(x) = \frac{|x|}{x}$$

$$f(x) = \frac{x^3 + 2x + 1}{x^2 + 2x + 7}$$

$$f(x) = |x^2 - 1|$$



10. Analizar la continuidad de las siguientes funciones. Redefinirla si es del caso.

$$f(x) = \frac{x^4 + 3x^3 - x - 3}{x^2 + 2x - 3}$$

$$f(x) = \frac{1}{1 + e^{1 - x}}$$

$$f(x) = \begin{bmatrix} 2x^2 - x + x & | \\ x & 2 \\ \hline x^2 - 3x + 3 \\ \hline \frac{x^2 - 3x + 3}{x^2 - 4x + 5}, & x \ge 2 \end{bmatrix}$$

$$f(x) = \begin{cases} x^3 - 27 \\ x^3 + 3x^2 + 3x - 9 \end{cases}, \quad x \neq -3$$
$$\begin{cases} x^2 - 9 \\ x^2 - 2x - 3 \end{cases}, \quad x \neq 3$$

$$f_{(x)} = \begin{cases} \sqrt{\frac{x^2 - 4}{5 - x}}, & x \in [2,5) \\ \frac{x^2 - 4}{\sqrt{5 + x}}, & x \in [-5,-2] \end{cases}$$

$$f(x) = \begin{cases} |4 - x| & \text{si } x \neq 4 \\ |-2| & \text{si } x = 4 \end{cases}$$



11. En los siguientes ejercicios diga si la función $f_{(x)}$ dada es continua en el punto indicado. Justifique su respuesta.

$$f(x) = \begin{cases} x, & si \ x < 0. \\ x^2, & si \ x \ge 1. \end{cases} en \ x = 0$$

$$f(x) = \begin{cases} x, & si \ x \le 0. \\ x^2 + 1, & si \ x > 0. \end{cases} en \ x = 0$$

$$f(x) = \begin{cases} \frac{x^2 - 1}{x - 1}, & si \ x \neq 1. \\ 2, & si \ x = 1. \end{cases} en \ x = 1$$

$$f(x) = \begin{cases} \frac{x^3 - 1}{x^4 - 1} six \neq 1, & en \ x = 1\\ 1 & si \ x = 1. \end{cases}$$

$$f(x) = \begin{cases} (x-1, & si \ x \le 1. \\ (x^2 - x, & si \ x > 1. \end{cases} en \ x = 1$$

12. En los siguientes ejercicios, determine el valor de A para que la función sea continua en el punto indicado.

$$f_{(x)} = \begin{cases} \frac{1}{x^2 + 1} & si & -1 \le x \le 1 \\ Ax^2 & si & |x| > 1 \end{cases}$$
, en $x = \pm 1$



13.
$$f_{(x)} = \begin{cases} \frac{\sqrt{-x}-1}{x+1} & si \quad x < -1 \\ x+A & si \quad x \ge -1 \end{cases}$$

14.
$$f_{(x)} = \begin{cases} \frac{x^4 - x^2 + x - 1}{x - 1} & si \quad x \neq 1 \\ A & si \quad x = 1 \end{cases}$$
, en $x = 1$

15. En los siguientes ejercicios determine los valores de A y B para que la función sea continua en los puntos indicados.

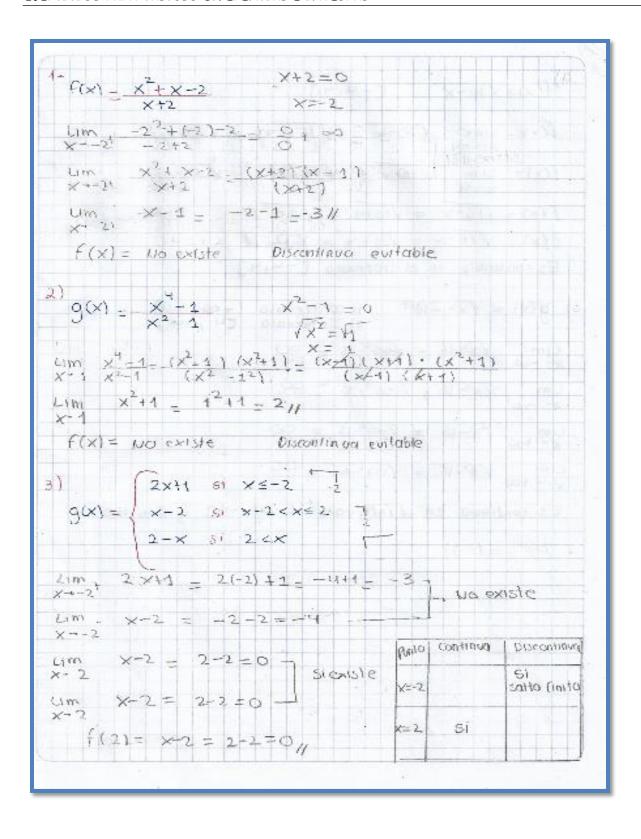
16.
$$f_{(x)} = \begin{cases} A & si & x \le -1 \\ x^6 - 1 & & \\ x^4 - 1 & si & |x| < 1 \\ B + x & si & x \ge 1 \end{cases}$$
, $en \ x = \pm 1$

17.
$$f_{(x)} = \begin{cases} x^2 + x + 1 & \text{si} \quad x < -1 \\ Ax + B & \text{si} \quad |x| \le 1 \\ 2x - 4 & \text{si} \quad x > 1 \end{cases}$$

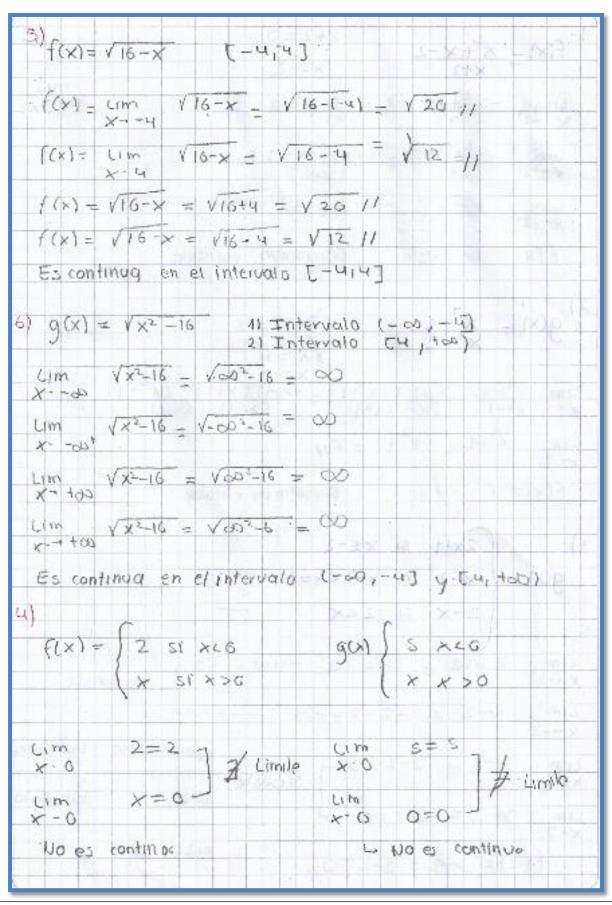
18. Compruebe que la función f(x) es continua o no, en todos los números reales:

$$f(x) = \begin{cases} \frac{sen2x - tan2x}{sen3x - tan3x}, & si \ x \neq 0 \\ 1, & si \ x = 0 \end{cases}$$

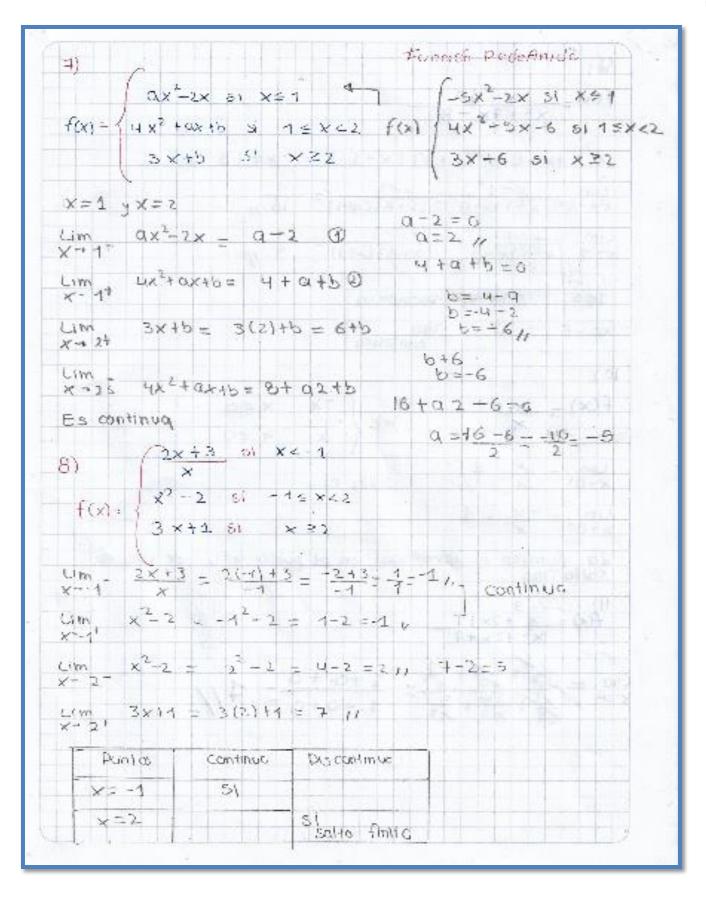




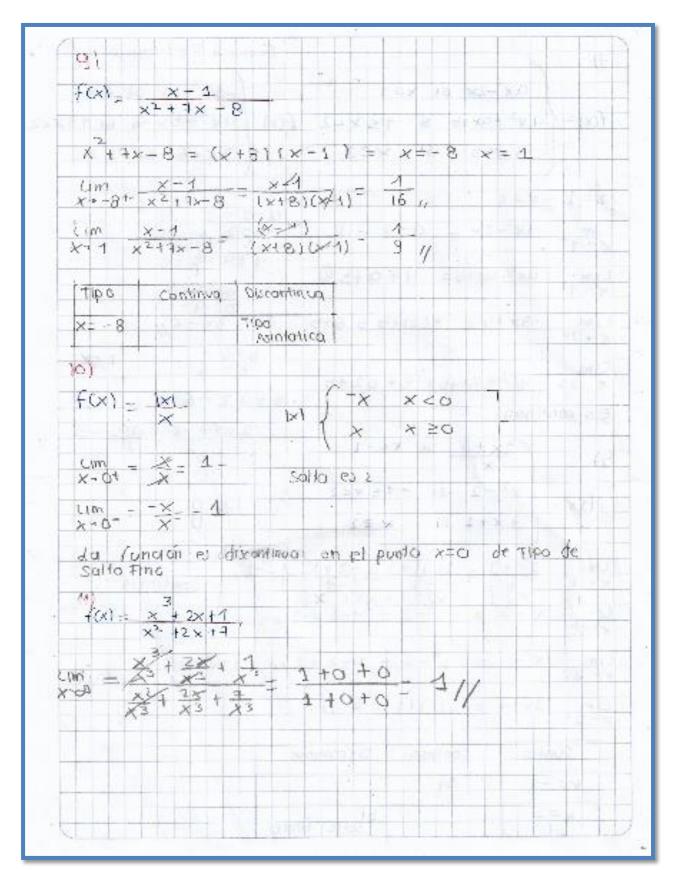














```
12) f(x)= 1x2-11
  | X2-11=0 Lim x2-1=1-1=0 -
   x^{2}-1=0 Lim x^{2}-1=1-1=0

x^{2}=1 f(x)=x^{2}-1=1-1=0
                      Es continua
 13)
  f(x) = \frac{x^{2} + 3x^{3} - x - 3}{x^{2} + 2x - 3} \qquad x^{2} + 2x - 3 = 0
f(x) = \frac{(x + 3)(x + 1)}{(x + 3)(x - 1)} \qquad (x + 3)(x - 1)
f(x) = \frac{(x + 3)(x + 1)}{(x + 3)(x + 1)} \qquad x = 3
f(x) = x^{2} + x + 1
   LIM x2+x+1 = 1 i111= 3 y3
   um -32++31+1) = 9-3+1 = 7 47
   La función es continue
111
  Es discontinua de tipo de Salta Finita
```



