ESCUELA POLITÉCNICA NACIONAL

ESCUELA DE FORMACIÓN DE TECNÓLOGOS

CALCULO DIFERENCIAL E INTEGRAL

GR2

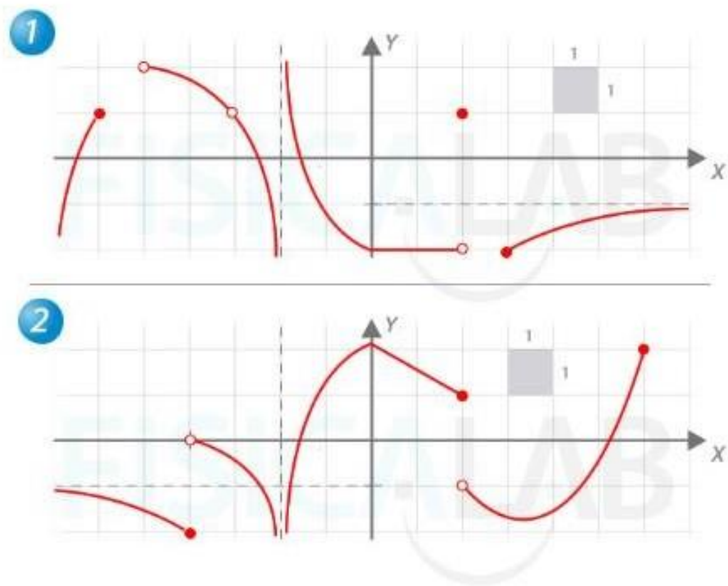
SEMESTRE: 2020-A

HOJA DE TRABAJO N° 2

TEMA: Propiedades de los límites, límites laterales e indeterminaciones

FECHA DE ENTREGA: 19/12/2020

Las siguientes gráficas corresponden a las funciones *f(x)*, en 1, y *g(x)*, en 2.



Determina:

1. $\lim_{x \to -6^-} f(x)$
2. $\lim_{x \to -6^+} f(x)$
3. $\lim_{x \to -5^-} f(x)$
4. $\lim_{x \to -5^+} f(x)$
5. $\lim_{x \to -3^-} f(x)$
6. $\lim_{x \to -3^+} f(x)$
7. $\lim_{x \to -2^-} f(x)$

8. $\lim_{x \to -2^+} f(x)$

9. $\lim_{x \to 0^-} f(x)$

10. $\lim_{x \to 0^+} f(x)$

11. $\lim_{x \to 2^-} f(x)$

12. $\lim_{x \to 2^+} f(x)$

13. $\lim_{x \to -4^-} g(x)$

14. $\lim_{x \to -4^+} g(x)$

15. $\lim_{x \to -2^-} g(x)$

16. $\lim_{x \to -2^+} g(x)$

17. $\lim_{x \to 0^-} g(x)$

18. $\lim_{x \to 0^+} g(x)$

19. $\lim_{x \to 2^+} g(x)$

20. $\lim_{x \to 0^-} (g(x) - f(x))$

ESCUELA POLITÉCNICA NACIONAL
ESCUELA DE FORMACIÓN DE TECNÓLOGOS

CALCULO DIFERENCIAL E INTEGRAL

GR2

SEMESTRE: 2020-A

Determinar

1.
1) $\lim_{x \to -6^-} f(x) \Rightarrow 1$
2) $\lim_{x \to 6^+} f(x) \Rightarrow$ No existe
3) $\lim_{x \to -5^-} f(x) \Rightarrow$ No existe
4) $\lim_{x \to -5^+} f(x) \Rightarrow 2$
5) $\lim_{x \to -3^-} f(x) \Rightarrow 1$
6) $\lim_{x \to -3^+} f(x) \Rightarrow 1$
7) $\lim_{x \to -2^-} f(x) \Rightarrow -\infty$
8) $\lim_{x \to +2} f(x) \Rightarrow +\infty$
9) $\lim_{x \to 0^-} f(x) \Rightarrow -2$
10) $\lim_{x \to 0^+} f(x) \Rightarrow -2$
11) $\lim_{x \to 2^-} f(x) \Rightarrow$ No existe
12) $\lim_{x \to 2^+} f(x) \Rightarrow -2$
13) $\lim_{x \to -4^-} f(x) \Rightarrow -2$
14) $\lim_{x \to -4^+} f(x) \Rightarrow 0$
15) $\lim_{x \to -2^-} f(x) \Rightarrow -\infty$
16) $\lim_{x \to -2^+} f(x) \Rightarrow +\infty$
17) $\lim_{x \to 0^-} g(x) \Rightarrow 2$
18) $\lim_{x \to 0^+} g(x) \Rightarrow 2$
19) $\lim_{x \to 2^+} g(x) \Rightarrow 1$
20) $\lim_{x \to 0} (g(x) - f(x)) \Rightarrow (2-2) = 0$ //

Calcule los siguientes límites laterales de manera algebraica

$$\lim_{x \to 0^-} f(x) \text{ con } f(x) = \begin{cases} 3x+2 & \text{si } x < 0 \\ \frac{1}{x+2} & \text{si } x \geq 0 \end{cases}$$

$$\lim_{x \to -2^-} f(x) \text{ con } f(x) = \begin{cases} 3x+2 & \text{si } x < 0 \\ \frac{1}{x+2} & \text{si } x \geq 0 \end{cases}$$

$\lim_{x \to 0^-} 3x+2$

$\lim_{x \to 0} 3(0)+2 = \boxed{2}$ Por izquierda $\therefore \lim_{x \to 0} f(x) = 2,$

$\lim_{x \to 0^+} \frac{1}{x+2} = \frac{1}{0+2} = \boxed{\frac{1}{2}}$ No tiene limite

$\lim_{x \to 2^+} = 3x+2 = 3(2)+2 = 8$

$\lim_{x \to 2^-} \frac{1}{x+2} = \frac{1}{2+2} = \frac{1}{4}$

$f(0) = 2$

ESCUELA POLITÉCNICA NACIONAL
ESCUELA DE FORMACIÓN DE TECNÓLOGOS

CALCULO DIFERENCIAL E INTEGRAL

GR2

SEMESTRE: 2020-A

Ejercicios sobre indeterminaciones y propiedades

Libro DEMIDOVICH, ejercicios del 181 al 215

Al buscar el límite de la razón de dos polinomios enteros respecto a x, cuando $x \to \infty$, es conveniente dividir previamente los dos términos de la razón por x^n, donde n es la mayor potencia de estos polinomios.

En muchos casos puede emplearse un procedimiento análogo, cuando se trata de fracciones que contienen expresiones irracionales.

Ejemplo 1.

$$\lim_{x\to\infty} \frac{(2x-3)(3x+5)(4x-6)}{3x^3+x-1} = \lim_{x\to\infty} \frac{\left(2-\frac{3}{x}\right)\left(3+\frac{5}{x}\right)\left(4-\frac{6}{x}\right)}{3+\frac{1}{x^2}-\frac{1}{x^3}} = \frac{2\cdot3\cdot4}{3} = 8.$$

Ejemplo 2. $\lim\limits_{x\to\infty} \dfrac{x}{\sqrt[3]{x^3+10}} = \lim\limits_{x\to\infty} \dfrac{1}{\sqrt[3]{1+\frac{10}{x^3}}} = 1.$

181. $\lim\limits_{x\to\infty} \dfrac{(x+1)^2}{x^2+1}$.

182. $\lim\limits_{x\to\infty} \dfrac{1000x}{x^2-1}$.

183. $\lim\limits_{x\to\infty} \dfrac{x^2-5x+1}{3x+7}$.

184. $\lim\limits_{x\to\infty} \dfrac{2x^2-x+3}{x^3-8x+5}$.

185. $\lim\limits_{x\to\infty} \dfrac{(2x+3)^3(3x-2)^2}{x^5+5}$.

186. $\lim\limits_{x\to\infty} \dfrac{2x^2-3x-4}{\sqrt{x^4+1}}$.

187. $\lim\limits_{x\to\infty} \dfrac{2x+3}{x+\sqrt[3]{x}}$.

188. $\lim\limits_{x\to\infty} \dfrac{x^2}{10+x\sqrt{x}}$.

189. $\lim\limits_{x\to\infty} \dfrac{\sqrt[3]{x^2+1}}{x+1}$.

190. $\lim\limits_{x\to+\infty} \dfrac{\sqrt{x}}{\sqrt{x+\sqrt{x+\sqrt{x}}}}$.

③

181)

$$\lim_{x\to\infty} \frac{(y+1)^2}{x^2+2} = \frac{\infty+1}{\infty^2+2} = \frac{\infty}{\infty}$$

$$\lim_{x\to\infty} \frac{(x-1)^2}{(x^2+1)} = \frac{\frac{(x-1)^2}{x^2}}{\frac{(x^2+1)}{x^2}} = \lim_{x\to\infty} \left(\frac{\left(\frac{x-1}{x}\right)^2}{1+\frac{1}{x^2}}\right)$$

$$\frac{\lim\limits_{x\to\infty}\left(\frac{x-1}{x}\right)^2}{\lim\limits_{x\to\infty}\left(1+\frac{1}{x^2}\right)} = \frac{\lim\limits_{x\to\infty}\left(\frac{\cancel{x}}{\cancel{x}}\right)^2 \cdot \lim\limits_{x\to\infty}\left(\frac{1}{x}\right)^2}{\lim\limits_{x\to\infty}(1) + \lim\limits_{x\to\infty}\left(\frac{1}{x}\right)} = \frac{1-0}{1+0} = \frac{1}{1} = 1//$$

182)

$$\lim_{x\to\infty} \frac{1000x}{x^2-1} = \frac{1000(\infty)}{\infty^2-1} = \frac{\infty}{\infty}$$

$$\lim_{x\to\infty} \frac{1000x}{x^2-1} = \frac{\frac{1000\cancel{x}}{x^{\cancel{2}}}}{\frac{\cancel{x^2}}{\cancel{x^2}} - \frac{1}{x^2}} = \frac{0}{1} = 0//$$

183)

$$\lim_{x\to\infty} \frac{x^2-5x+1}{3x+7} = \frac{\infty^2-5(\infty)+1}{3(\infty)+7} = \frac{\infty}{\infty}$$

$$\lim_{x\to\infty} \frac{x^2-5x+1}{3x+7} = \frac{\frac{\cancel{x^2}}{\cancel{x^2}} - \frac{5\cancel{x}}{x^{\cancel{2}}} + \frac{1}{x^2}}{\frac{3\cancel{x}}{x^{\cancel{2}}} + \frac{7}{x^2}} = +\infty$$

184)

$$\lim_{x\to\infty} \frac{2x^2-x+3}{x^3-8x+5} = \frac{2(\infty)^2-\infty+3}{\infty^3-8(\infty)+5} = \frac{\infty}{\infty}$$

$$\lim_{x\to\infty} \frac{2x^2-x+3}{x^3-8x+5} = \frac{\frac{2\cancel{x^2}}{x^{\cancel{3}}} - \frac{\cancel{x}}{x^{\cancel{3}}} + 3}{\frac{\cancel{x^3}}{\cancel{x^3}} - \frac{8\cancel{x}}{x^{\cancel{3}}} + \frac{5}{x^3}} = \frac{0}{1} = 0//$$

ESCUELA POLITÉCNICA NACIONAL

ESCUELA DE FORMACIÓN DE TECNÓLOGOS

CALCULO DIFERENCIAL E INTEGRAL

GR2

SEMESTRE: 2020-A

185)

$$\lim_{x\to\infty} \frac{(2x+3)^3\cdot(2x-2)^2}{x^5+5} = \frac{(2(\infty)+3)^3\cdot(2(\infty)-2)^2}{(\infty)^5+5} = \frac{\infty}{\infty} \text{ IND}$$

$$\lim_{x\to\infty} \frac{(2x+3)^3(2x-2)^2}{x^5+5} = \frac{\frac{(2x+3)^3\cdot(2x^0-2)^2}{x^5}}{\frac{x^5}{x^5}+\frac{5}{x^5}} = \frac{0}{1} = 0 //$$

186)

$$\lim_{x\to\infty} \frac{2x^2-3x-4}{\sqrt{x^4+1}} = \frac{2(\infty)^2-3(\infty)-4}{\sqrt{\infty^4+1}} = \frac{\infty}{\infty} \text{ IND}$$

$$\lim_{x\to\infty} \frac{2x^2-3x-4}{\sqrt{x^4+1}} = \frac{\frac{2x^2}{x^2}-\frac{3x}{x^2}-\frac{4}{x^2}}{\sqrt{\frac{x^4}{x^2}\ \frac{1}{x^4}}} = \frac{2}{1} = 2 //$$

187)

$$\lim_{x\to\infty} \frac{2x+3}{x+\sqrt[3]{x}} = \frac{2(\infty)+3}{\infty+\sqrt[3]{\infty}} = \frac{\infty}{\infty} \text{ IND}$$

$$\lim_{x\to\infty} \frac{2x+3}{x+\sqrt{x}} = \left(\frac{\frac{2x}{x}+\frac{3}{x}}{\frac{x}{x}+\frac{\sqrt{x}}{x}}\right) = \frac{2}{1} = 2 //$$

188)

$$\lim_{x\to\infty} \frac{x^2}{10+x\sqrt{x}} = \frac{\infty^2}{10+\infty\sqrt{\infty}} = \frac{\infty}{\infty}$$

$$\lim_{x\to\infty} \frac{x^2}{10+x\sqrt{x}} = \frac{x^2 \times (10-x\sqrt{x})}{(10+x\sqrt{x}) \times (10-x\sqrt{x})} =$$

$$\lim_{x\to\infty} \frac{10x^2-x^3\sqrt{x}}{100-x^2\cdot x} = \frac{10x^2-x^3\sqrt{x}}{100-x^3} //$$

189)

$$\lim_{x\to\infty} \frac{\sqrt[3]{x^2+1}}{x+1} = \frac{\sqrt[3]{\infty^2+1}}{\infty+1} = \frac{\infty}{\infty}$$

$$\lim_{x\to\infty} = \frac{\sqrt[3]{\frac{x^{2^0}}{x}+\frac{1}{x}}}{\frac{x}{x}+1} = \frac{1}{1} = 1 //$$

190)

$$\lim_{x\to+\infty} \frac{\sqrt{x}}{\sqrt{x+\sqrt{x+\sqrt{x}}}}$$

$$\lim_{x\to\infty} = \frac{\sqrt{x}}{\sqrt{x+\sqrt{x+\sqrt{x}}}} = \frac{\sqrt{\frac{x}{x}}}{\sqrt{\frac{x}{x}+\sqrt{\frac{x}{x}}+\frac{\sqrt{x}}{x}}} =$$

$$= \lim_{x\to\infty} = \frac{\sqrt{1}}{1+1+1} = \frac{1}{3} //$$

Si $P(x)$ y $Q(x)$ son polinomios enteros y $P(a) \neq 0$ o $Q(a) \neq 0$, el límite de la fracción racional

$$\lim_{x \to a} \frac{P(x)}{Q(x)}$$

se halla directamente.

Si $P(a) = Q(a) = 0$, se recomienda simplificar la fracción $\frac{P(x)}{Q(x)}$, por el binomio $x-a$, una o varias veces.

Ejemplo 3.

$$\lim_{x \to 2} \frac{x^2-4}{x^2-3x+2} = \lim_{x \to 2} \frac{(x-2)(x+2)}{(x-2)(x-1)} = \lim_{x \to 2} \frac{x+2}{x-1} = 4.$$

191. $\lim\limits_{x \to -1} \frac{x^3+1}{x^2+1}$.

192. $\lim\limits_{x \to 5} \frac{x^2-5x+10}{x^2-25}$.

193. $\lim\limits_{x \to -1} \frac{x^2-1}{x^2+3x+2}$.

194. $\lim\limits_{x \to 2} \frac{x^2-2x}{x^2-4x+4}$.

195. $\lim\limits_{x \to 1} \frac{x^3-3x+2}{x^4-4x+3}$.

196. $\lim\limits_{x \to a} \frac{x^2-(a+1)x+a}{x^3-a^3}$.

197. $\lim\limits_{h \to 0} \frac{(x+h)^3-x^3}{h}$.

198. $\lim\limits_{x \to 1} \left(\frac{1}{1-x} - \frac{3}{1-x^3} \right)$.

191)

$\lim\limits_{x \to 2} \frac{x^2+1}{x^2+1} =$

$\lim\limits_{x \to -1} \frac{x^2+1}{x^2+1} = \lim\limits_{x \to -1} \frac{(x^2+1)\cancel{(x-1)}\cancel{(x+1)}}{\cancel{(x-1)}\cancel{(x+1)}} =$

$\lim\limits_{x \to -1} (1^2-1) = 0$

192)

$\lim\limits_{x \to 5} \frac{x^2-5x+10}{x^2-25}$

$\lim\limits_{x \to 5} \frac{x^2-5x+10}{x^2-25} = \frac{5^2-5(5)+10}{5^2-25} = \frac{10}{0} = \frac{K}{0}$

$\lim\limits_{x \to 5^-} = \frac{x^2-5x+10}{x^2-25} = -\infty$

$\lim\limits_{x \to 5^+} = \frac{x^2-5x+10}{x^2-25} = +\infty$

193)

$\lim\limits_{x \to -1} \frac{x^2-1}{x^2+3x+2} = \frac{(-1)^2-1}{(-1)^2+3(-1)+2} = \frac{0}{0}$ [ID]

$\lim\limits_{x \to -1} \frac{x^2-1}{x^2+3x+2} = \frac{(x-1)\cancel{(x+1)}}{\cancel{(x+1)}(x+1)} = \frac{(x-1)}{(x+1)} = \frac{-1-1}{-1+1} = \frac{-2}{0}$ (ID)

$\lim\limits_{x \to -1^-} = \frac{x^2-1}{x^2+3x+2} = -\infty$

$\lim\limits_{x \to -1} \frac{x^2-1}{x^2+3x+1} = +\infty$

194)

$\lim\limits_{x \to 2} \frac{x^2-2x}{x^2-4x+4} = \frac{2^2-2(2)}{2^2-4(2)+4} = \frac{0}{0}$

$\lim\limits_{x \to} \frac{x^2-2x}{x^2-4x+4} = \left(\frac{x \cdot \cancel{(x-2)}}{(x-2)^2} \right) = \left(\frac{x}{x-2} \right)$

$\lim\limits_{x \to 2^-} \frac{x}{x-2} = -\infty$ // $\lim\limits_{x \to 2^+} = \frac{x}{x-2} = +\infty$ //

No existe

195)

$$\lim_{x\to 1} \frac{x^3-3x+2}{x^4-4x+3} = \frac{1^3-3(1)+2}{1^4-4(1)+3} = \frac{0}{0}$$

$$\lim_{x\to 1} \frac{x^3-3x+2}{x^4-4x+3} = \frac{(x+2)\cancel{(x-1)^2}}{\cancel{(x-1)^2}(x^2-2x+3)} = \frac{(x+2)}{x^2-(x+3)} = \frac{1+2}{1^2-(1+3)}$$

$$\lim_{x\to 1} \frac{3}{2}$$

196)

$$\lim_{x\to a} \frac{x^2-(a+1)x+a}{x^3-a^3} = \frac{a^2-(a+1)a+a}{a^3-a^3} = \frac{0}{0} \text{ IND}$$

$$\lim_{x\to a} \frac{x^2-(a+1)x+a}{x^3-a^3} = -\infty$$

$$\lim_{x\to a} \frac{x^2-(a+1)x+a}{x^3-a^3} = +\infty$$

197)

$$\lim_{h\to 0} \frac{(x+h)^3-x^3}{h} = \frac{(x+0)^3-x^3}{0} = \frac{0}{0} \text{ (IND)}$$

$$\lim_{h\to 0} \frac{(x+h)^3-x^3}{h} = \frac{\cancel{h}(3x^2+3hx+h^2)}{\cancel{h}} = 3x^2+3hx+h^2 = 3x^2$$

198)

$$\lim_{x\to 1} \left(\frac{1}{1-x} - \frac{3}{1-x^3}\right) = \left(\frac{1}{1-1} - \frac{3}{1-1^3}\right) = \frac{1}{0} = \frac{3}{0} = \frac{1-3}{0} = \text{IND}$$

$$\lim_{x\to 1} \left(\frac{1}{1-x}\right) - \lim_{x\to 1} \left(\frac{3}{1-x^3}\right)$$

$$\lim_{x\to 1} \left(\frac{1}{1-x}\right) = \lim_{x\to 1^-} \left(\frac{1}{1-x}\right) = -\infty \qquad \lim_{x\to 1} \left(\frac{3}{1-x^3}\right) = +\infty$$

$$\lim_{x\to 1^+} \left(\frac{1}{1-1}\right) = +\infty \qquad \lim_{x\to 1^+} \left(\frac{3}{1-x^3}\right) = -\infty$$

ESCUELA POLITÉCNICA NACIONAL

ESCUELA DE FORMACIÓN DE TECNÓLOGOS

CALCULO DIFERENCIAL E INTEGRAL

GR2

SEMESTRE: 2020-A

Las expresiones irracionales se reducen, en muchos casos, a una forma racional introduciendo una nueva variable.

Ejemplo 4. Hallar

$$\lim_{x\to 0}\frac{\sqrt{1+x}-1}{\sqrt[3]{1+x}-1}.$$

Solución. Suponiendo

$$1+x=y^6,$$

tenemos:

$$\lim_{x\to 0}\frac{\sqrt{1+x}-1}{\sqrt[3]{1+x}-1}=\lim_{y\to 1}\frac{y^3-1}{y^2-1}=\lim_{y\to 1}\frac{y^2+y+1}{y+1}=\frac{3}{2}.$$

199. $\lim\limits_{x\to 1}\dfrac{\sqrt{x}-1}{x-1}.$

200. $\lim\limits_{x\to 64}\dfrac{\sqrt{x}-8}{\sqrt[3]{x}-4}.$

201. $\lim\limits_{x\to 1}\dfrac{\sqrt[3]{x}-1}{\sqrt[4]{x}-1}.$

202. $\lim\limits_{x\to 1}\dfrac{\sqrt[3]{x^2}-2\sqrt[3]{x}+1}{(x-1)^2}.$

Otro procedimiento para hallar el límite de una expresión irracional es el de trasladar la parte irracional del numerador al denominador o, al contrario, del denominador al numerador.

Ejemplo 5.

$$\lim_{x\to a}\frac{\sqrt{x}-\sqrt{a}}{x-a}=\lim_{x\to a}\frac{x-a}{(x-a)(\sqrt{x}+\sqrt{a})}=$$

$$=\lim_{x\to a}\frac{1}{\sqrt{x}+\sqrt{a}}=\frac{1}{2\sqrt{a}}\qquad (a>0).$$

203. $\lim\limits_{x\to 7}\dfrac{2-\sqrt{x-3}}{x^2-49}.$

204. $\lim\limits_{x\to 8}\dfrac{x-8}{\sqrt[3]{x}-2}.$

205. $\lim\limits_{x\to 1}\dfrac{\sqrt{x}-1}{\sqrt[3]{x}-1}.$

206. $\lim\limits_{x\to 4}\dfrac{3-\sqrt{5+x}}{1-\sqrt{5-x}}.$

207. $\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{\sqrt{1+x}-\sqrt{1-x}}{x}.$

208. $\lim\limits_{h\to 0}\dfrac{\sqrt{x+h}-\sqrt{x}}{h}.$

209. $\lim\limits_{h\to 0}\dfrac{\sqrt[3]{x+h}-\sqrt[3]{x}}{h}.$

210. $\lim\limits_{x\to 3}\dfrac{\sqrt{x^2-2x+6}-\sqrt{x^2+2x-6}}{x^2-4x+3}.$

211. $\lim\limits_{x\to +\infty}(\sqrt{x+a}-\sqrt{x}).$

212. $\lim\limits_{x\to +\infty}\left[\sqrt{x(x+a)}-x\right].$

213. $\lim\limits_{x\to +\infty}(\sqrt{x^2-5x+6}-x).$

214. $\lim\limits_{x\to +\infty}x(\sqrt{x^2+1}-x).$

215. $\lim\limits_{x\to \infty}(x+\sqrt[3]{1-x^3}).$

199)

$$\lim_{x\to1} \frac{\sqrt{x}-1}{x-1} = \frac{\sqrt{1}-1}{1-1} = \frac{0}{0} = IND$$

$$\lim_{x\to1} \frac{\sqrt{x}-1}{x-1} = \frac{1}{\sqrt{x}-1} = \lim_{x\to1}\left(\frac{1}{\sqrt{x}+1}\right) =$$

$$\lim_{x\to1} \frac{1}{\sqrt{1}+1} = \frac{1}{2}$$

200)

$$\lim_{x\to64} \frac{\sqrt{x}-8}{\sqrt[3]{x}-4} = \frac{\sqrt{64}-8}{\sqrt[3]{64}-4} = \frac{8-8}{4-4} = \frac{0}{0}$$

$$\lim_{x\to64} \frac{\sqrt{x}-8}{\sqrt[3]{x}-4} = \lim_{x\to64}\left(\frac{\frac{1}{2\sqrt{x}}}{\frac{1}{3x^{2/3}}}\right) = \lim_{x\to64}\left(\frac{3}{2}\sqrt[6]{x}\right) = \frac{3\sqrt[6]{64}}{2} = 3 //$$

201)

$$\lim_{x\to1} \frac{\sqrt[5]{x}-1}{\sqrt[4]{x}-4} = \frac{1-1}{1-1} = \frac{0}{0}$$

$$\lim_{x\to1} \frac{\sqrt[5]{x}-1}{\sqrt[4]{x}-1} = \lim_{x\to} \frac{y^5-1}{y^4-1} = \lim_{x\to1} \frac{x+1}{x+1} = \frac{1+1}{1+1} = \frac{2}{2} = 1$$

202)

$$\lim_{x\to1} \frac{\sqrt[3]{x^2}-2\sqrt{x}+1}{(x-1)2} = \frac{\sqrt[3]{1^2}-2\sqrt{1}+1}{(1-1)^2} = \frac{0}{0}\ IND$$

$$\lim_{x\to1} \frac{\sqrt[3]{x^2}-2\sqrt{x}+1}{(x-1)^2} = \frac{y^2-1}{y^2-1} = \frac{x^2-2x+1}{(x-1)(x-1)} = \frac{(x+1)\cancel{(x-1)}}{\cancel{(x-1)}(x-1)}$$

$$\lim_{x\to1} \frac{2}{2} = 1 //$$

ESCUELA POLITÉCNICA NACIONAL
ESCUELA DE FORMACIÓN DE TECNÓLOGOS

CALCULO DIFERENCIAL E INTEGRAL

GR2

SEMESTRE: 2020-A

203)

$$\lim_{x\to 7} \frac{2-\sqrt{x-3}}{x^2-49} = \frac{2-\sqrt{\infty-3}}{\infty^2-49}$$

$$\lim_{x\to 7} \frac{2-\sqrt{x-3}}{(x+7)(x-7)} = \frac{2+\sqrt{x+3}}{2+\sqrt{x-3}} = \lim_{x\to 7} \frac{2^2-(\sqrt{x-3})^2}{(x+7)(x-7)(2+\sqrt{x-3})}$$

$$\lim_{x\to 7} \frac{4-(x-3)}{(x+7)(x-7)(2+\sqrt{x-3})} =$$

$$\lim_{x\to 7} \frac{-(x-7)}{(x+7)(x-7)(2+\sqrt{x-3})} = \frac{-1}{(7+7)(2+\sqrt{7-3})} = -\frac{1}{56}//$$

204)

$$\lim_{x\to 8} \frac{x-8}{\sqrt[3]{x}-2} = \lim_{x\to 8} \frac{8-8}{\sqrt[3]{8}-2} = \frac{0}{\sqrt[3]{6}} = \infty$$

205) $$\lim_{x\to 1} \frac{\sqrt{x}-1}{\sqrt[3]{x}-1} = \frac{\sqrt{1}-1}{\sqrt[3]{1}-1} = \frac{0}{0} \text{ Indeterminación}$$

$$\lim_{x\to 1} \frac{\sqrt{x}-1}{\sqrt[3]{x}-1} \cdot \frac{\sqrt{x}+1}{\sqrt{x}+1} = \frac{x-1 \quad (x-1)}{\sqrt[6]{x^3}(x-1)^2+\sqrt[3]{x-1}}$$

$$\lim_{x\to 1} = 0//$$

206)

$$\lim_{x\to} \frac{3-\sqrt{5+x}}{1-\sqrt{5-x}} =$$

$$\lim_{x\to 4} \frac{3-\sqrt{5+x}}{1-\sqrt{5-x}} = \frac{3-\sqrt{5+4}}{1-\sqrt{5-4})} = \frac{0}{0} \Big\} \text{ Indeterminacion}$$

$$\lim_{x\to 4} \frac{3-\sqrt{5+x}}{1-\sqrt{5-x}} \cdot \frac{1+\sqrt{5-x}}{1+\sqrt{5-x}} = \lim_{x\to 4} \frac{(3-\sqrt{5+x})(1+\sqrt{5-x}}{1-5-x}$$

$$\lim_{x\to 4} = 0 \qquad \text{No esta definido}$$

207)

$$\lim_{x\to 0} \frac{\sqrt{1+x}-\sqrt{1-x}}{x} = \frac{\sqrt{1+0}-\sqrt{1-0}}{0} = \frac{0}{0} //$$

$$\lim_{x\to 0} \frac{\cancel{1+x-1+x}}{x(\sqrt{1+x}+\sqrt{1-x})} = \lim_{x\to 0} = 0$$

208)

$$\lim_{h\to 0} \frac{\sqrt{x+h}-\sqrt{x}}{h}$$

$$\lim_{h\to 0} \frac{\sqrt{x+h}-\sqrt{x}}{h} \cdot \frac{\sqrt{x+h}+\sqrt{x}}{\sqrt{x+h}+\sqrt{x}} = \lim_{h\to 0} \frac{x+h-x+h+x}{h(\sqrt{x+h}+\sqrt{x})}$$

Limites Laterales

$$\lim_{h\to 0^+} \frac{2h+x}{0} = \frac{2(0)+x}{0} = \frac{x}{0} = +\infty$$

$$\lim_{h\to 0^-} \frac{2h+x}{0} = \frac{2(0)+x}{0} = \frac{x}{0} = -\infty //$$

209)

$$\lim_{h\to 0} \frac{\sqrt[3]{x+h}-\sqrt[3]{x}}{h} = \frac{0}{0} \text{ Indeterminac..}$$

$$\lim_{h\to 0} \frac{\sqrt[3]{x+h}-\sqrt[3]{x}}{h} = -\infty$$

$$\lim_{h\to 0^+} \frac{\sqrt{x+h}-\sqrt{x}}{h} = +\infty$$

210)

$$\lim_{x\to 3} \frac{\sqrt{x^2-2x+6}-\sqrt{x^2+2x-6}}{x^2-4x+3}$$

$$\lim_{x\to 3} = \frac{\sqrt{3^2-2(3)+6}-\sqrt{3^2+2(3)-6}}{3^2-4(3)+3} = \frac{0}{0}$$

$$\lim_{x\to 3} \frac{x^2-2x+6-(x^2+3x-6)}{(x^2-4x+3)(\sqrt{x^2-2x+6}+\sqrt{x^2+3x-6})}$$

$$\lim_{x\to 3} \frac{-4}{(3-1)(\sqrt{3^2-2(3)+6}+\sqrt{3^2+3(3)-6}} = -\frac{1}{3} //$$

211)

$$\lim_{x\to+\infty} (\sqrt{x+a}-\sqrt{x}) = \sqrt{\infty+a}-\sqrt{\infty} = \infty-\infty$$

$$\lim_{x\to\infty} \sqrt{x+a}-\sqrt{x} = \frac{\sqrt{x+a}+\sqrt{x}}{\sqrt{x+a}+\sqrt{x}} = \frac{(\sqrt{x+a})^2-(\sqrt{x})^2}{\sqrt{x+a}+\sqrt{x}}$$

$$\lim_{x\to\infty} = \frac{(x+a)-(x)}{\sqrt{x+a}+\sqrt{x}} = \frac{a}{\sqrt{x+a}+\sqrt{x}} = \frac{a}{+\infty} = 0 //$$

212)

$$\lim_{x\to\infty} [\sqrt{x(x+a)}-x] = \infty-\infty$$

$$\lim_{x\to\infty} \sqrt{x(x+a)}-x \cdot \frac{\sqrt{x(x+a)}+x}{\sqrt{x(x+a)}+x}$$

$$\lim_{x\to+\infty} \frac{x(x+a)-x^2}{\sqrt{x(x+a)}+x} = \frac{x^2+ax-x^2}{\sqrt{x^2+ax}+x} = \frac{\infty}{\infty}\ IND$$

$$\lim_{x\to\infty} \frac{ax}{\sqrt{x^2+ax}+x} = \infty //$$

213)

$$\lim_{x\to+\infty} (\sqrt{x^2-5x+6}-x) \to \infty-\infty$$

$$\lim_{x\to\infty} (\sqrt{x^2-5x+6}-x) \cdot \frac{(\sqrt{x^2-5x+6}+x}{\sqrt{x^2-5x+6}+x}$$

$$\lim_{x\to\infty} \frac{(x^2-5x+6)-x^2}{\sqrt{x^2-5x+6}+x} = \frac{-5x+6}{\sqrt{x^2-5x+6}+x}$$

$$\lim_{x\to\infty} -\frac{5}{2} //$$

214)

$$\lim_{x\to+\infty} x(\sqrt{x^2+1}-x) = \infty(\sqrt{\infty^2+1}-\infty = \infty-\infty$$

$$\lim_{x\to\infty} x(\sqrt{x^2+1}-x) \lim_{x\to\infty} = \frac{(x\sqrt{x^2+1}-x)(x\sqrt{x+1}+x)}{(x\sqrt{x^2+1}+x)} =$$

$$\lim_{x\to\infty} = \frac{1}{x} = 1$$

215) $\lim_{x\to\infty} (x+\sqrt[3]{1-x^3}$

$$\lim_{x\to\infty} (x+\sqrt[3]{1-x^3}) = \infty+\sqrt[3]{1-\infty^3} = \infty+\infty$$

$$\lim_{x\to\infty} x+\sqrt[3]{1-x^3} \cdot \frac{x\sqrt[3]{1-x^3}}{x\sqrt[3]{1-x^3}} = \frac{x^2}{x^2(\sqrt{1+\frac{1}{x^2}}+1} = \frac{1}{\infty} = 0 //$$

$$\lim_{x\to\infty} \frac{x^2-\sqrt[3]{(1-x^3)^2}}{x-\sqrt[3]{2-x^3}} = 0 //$$