CONTINUIDAD DE FUNCIONES

DEBER No.1 Definición e interpretación de Continuidad

En los ejercicios siguientes, trace la gráfica de la función; luego, observando dónde hay interrupciones en la gráfica, determine los valores de la variable independiente en los cuales la función es discontinua y muestre por qué la definición de función continua no se cumple en cada discontinuidad.

1. $f(x) = \dfrac{x^2 + x - 2}{x + 2}$

2. $g(x) = \dfrac{x^4 - 1}{x^2 - 1}$

3. $g(x) = \begin{cases} 2x + 1 \ \ si & x \le -2 \\ x - 2 \ \ si & x - 2 < x \le 2 \\ 2 - x \ \ si & 2 < x \end{cases}$

4. *Dé un ejemplo de dos funciones discontinuas en x = 0 cuyo producto sea una función continua en ese punto.*

5. *Si* $f(x) = \sqrt{16 - x}$ *, trace la gráfica de f, y muestre que f es continua en el intervalo cerrado* $[-4,4]$.

6. *Si* $g(x) = \sqrt{x^2 - 16}$ *, trace la gráfica de g, y pruebe que es continua en el intervalo* $(-\infty,-4]$ y $[4,+\infty)$

7. *Calcule los valores de **a** y **b** para que la siguiente función sea continua:*

$$f(x)=\begin{cases} ax^2-2x \quad x^2+ax+b & \text{si} \quad x\le 1 \\ 4x & \text{si} \quad 1\le x<2 \\ 3x+b & \text{si} \quad x\ge 2 \end{cases}$$

8. Compruebe si la siguiente función es continua:

$$f(x)=\begin{cases} \dfrac{2x+3}{x} & \text{si} \quad x<-1 \\ x^2-2 & \text{si} \quad -1\le x<2 \\ 3x+1 & \text{si} \quad x\ge 2 \end{cases}$$

9. En los ejercicios siguientes, determine los puntos dónde la función dada es discontinua: Explique la razón de la discontinuidad de la función en los puntos determinados.

$$f(x)=\frac{x-1}{x^2+7x-8}$$

$$f(x)=\frac{|x|}{x}$$

$$f(x)=\frac{x^3+2x+1}{x^2+2x+7}$$

$$f(x)=|x^2-1|$$

10. Analizar la continuidad de las siguientes funciones. Redefinirla si es del caso.

$$f(x) = \frac{x^4 + 3x^3 - x - 3}{x^2 + 2x - 3}$$

$$f(x) = \frac{1}{1 + e^{\frac{1}{1-x}}}$$

$$f(x) = \begin{cases} \dfrac{2x^2 - x + |x|}{x^2}, & x < 2 \\ \dfrac{x^2 - 3x + 3}{x^2 - 4x + 5}, & x \geq 2 \end{cases}$$

$$f(x) = \begin{cases} \dfrac{x^3 - 27}{x^3 + 3x^2 + 3x - 9}, & x \neq -3 \\ \dfrac{x^2 - 9}{x^2 - 2x - 3}, & x \neq 3 \end{cases}$$

$$f_{(x)} = \begin{cases} \sqrt{\dfrac{x^2 - 4}{5 - x}}, & x \in [2,5) \\ \sqrt{\dfrac{x^2 - 4}{5 + x}}, & x \in (-5,-2] \end{cases}$$

$$f(x) = \begin{cases} |4 - x| & si\ x \neq 4 \\ -2 & si\ x = 4 \end{cases}$$

11. ***En los siguientes ejercicios diga si la función $f_{(x)}$ dada es continua en el punto indicado. Justifique su respuesta.***

$$f(x) = \begin{cases} x, & si\ x < 0. \\ x^2, & si\ x \geq 1. \end{cases} \qquad en\ x = 0$$

$$f(x) = \begin{cases} x, & si\ x \leq 0. \\ x^2 + 1, & si\ x > 0. \end{cases} \qquad en\ x = 0$$

$$f(x) = \begin{cases} \dfrac{x^2 - 1}{x - 1}, & si\ x \neq 1. \\ 2, & si\ x = 1. \end{cases} \qquad en\ x = 1$$

$$f(x) = \begin{cases} \dfrac{x^3 - 1}{x^4 - 1} & si x \neq 1. \\ 1 & si \quad x = 1. \end{cases} \qquad en\ x = 1$$

$$f(x) = \begin{cases} x - 1, & si\ x \leq 1. \\ x^2 - x, & si\ x > 1. \end{cases} \qquad en\ x = 1$$

12. ***En los siguientes ejercicios, determine el valor de A para que la función sea continua en el punto indicado.***

$$f_{(x)} = \begin{cases} \dfrac{1}{x^2 + 1} & si \quad -1 \leq x \leq 1 \\ Ax^2 & si \quad |x| > 1 \end{cases} \qquad , en\ x = \pm 1$$

13. $f_{(x)} = \begin{cases} \dfrac{\sqrt{-x}-1}{x+1} & si \quad x < -1 \\ x + A & si \quad x \geq -1 \end{cases}$ *, en x = -1*

14. $f_{(x)} = \begin{cases} \dfrac{x^4 - x^2 + x - 1}{x-1} & si \quad x \neq 1 \\ A & si \quad x = 1 \end{cases}$ *, en x = 1*

15. En los siguientes ejercicios determine los valores de A y B para que la función sea continua en los puntos indicados.

16. $f_{(x)} = \begin{cases} A & si & x \leq -1 \\ \dfrac{x^6 - 1}{x^4 - 1} & si & |x| < 1 \\ B + x & si & x \geq 1 \end{cases}$ *, en* $x = \pm 1$

17. $f_{(x)} = \begin{cases} x^2 + x + 1 & si & x < -1 \\ Ax + B & si & |x| \leq 1 \\ 2x - 4 & si & x > 1 \end{cases}$ *, en* $x = \pm 1$

18. Compruebe que la función f(x) es continua o no, en todos los números reales:

$$f(x) = \begin{cases} \dfrac{sen2x - \tan 2x}{sen3x - \tan 3x}, & si \ x \neq 0 \\ 1 \ , & si \ x = 0 \end{cases}$$

1-

$$f(x) = \frac{x^2+x-2}{x+2} \qquad x+2=0 \qquad x=-2$$

$$\lim_{x\to -2^{\pm}} \frac{-2^2+(-2)-2}{-2+2} = \frac{0}{0} \neq \infty$$

$$\lim_{x\to -2^{\pm}} \frac{x^2+x-2}{x+2} = \frac{(x+2)(x-1)}{(x+2)}$$

$$\lim_{x\to -2^{\pm}} x-1 = -2-1 = -3 //$$

$f(x) =$ No existe   Discontinua evitable

2)

$$g(x) = \frac{x^4-1}{x^2-1} \qquad x^2-1=0 \qquad \sqrt{x^2}=\sqrt{1} \qquad x=1$$

$$\lim_{x\to 1} \frac{x^4-1}{x^2-1} = \frac{(x^2-1)(x^2+1)}{(x^2-1^2)} = \frac{(x-1)(x+1)\cdot(x^2+1)}{(x-1)(x+1)}$$

$$\lim_{x\to 1} x^2+1 = 1^2+1 = 2 //$$

$f(x) =$ No existe   Discontinua evitable

3)

$$g(x) = \begin{cases} 2x+1 & \text{si } x \le -2 \\ x-2 & \text{si } x-2 < x \le 2 \\ 2-x & \text{si } 2 < x \end{cases}$$

$$\lim_{x\to -2^+} 2x+1 = 2(-2)+1 = -4+1 = -3$$

$$\lim_{x\to -2} x-2 = -2-2 = -4$$

→ No existe

$$\lim_{x\to 2} x-2 = 2-2 = 0$$

$$\lim_{x\to 2} x-2 = 2-2 = 0$$

Si existe

$f(2) = x-2 = 2-2 = 0 //$

Punto	Continua	Discontinua
x=-2		Si salto finito
x=2	Si	

3) $f(x) = \sqrt{16-x} \quad [-4,4]$

$f(x) = \lim_{x \to -4} \sqrt{16-x} = \sqrt{16-(-4)} = \sqrt{20}$ //

$f(x) = \lim_{x \to 4} \sqrt{16-x} = \sqrt{16-4} = \sqrt{12}$ //

$f(x) = \sqrt{16-x} = \sqrt{16+4} = \sqrt{20}$ //

$f(x) = \sqrt{16-x} = \sqrt{16-4} = \sqrt{12}$ //

Es continua en el intervalo $[-4,4]$

6) $g(x) = \sqrt{x^2-16}$

1) Intervalo $(-\infty, -4]$
2) Intervalo $[4, +\infty)$

$\lim_{x \to -\infty} \sqrt{x^2-16} = \sqrt{\infty^2-16} = \infty$

$\lim_{x \to -\infty^+} \sqrt{x^2-16} = \sqrt{-\infty^2-16} = \infty$

$\lim_{x \to +\infty} \sqrt{x^2-16} = \sqrt{\infty^2-16} = \infty$

$\lim_{x \to +\infty} \sqrt{x^2-16} = \sqrt{\infty^2-6} = \infty$

Es continua en el intervalo $(-\infty,-4]$ y $[4,+\infty)$

4)

$f(x) = \begin{cases} 2 & \text{si } x<6 \\ x & \text{si } x>6 \end{cases} \qquad g(x) \begin{cases} 5 & x<0 \\ x & x>0 \end{cases}$

$\left.\begin{array}{ll} \lim_{x \to 0} & 2=2 \\ \lim_{x \to 0} & x=0 \end{array}\right] \nexists$ Limite

$\left.\begin{array}{ll} \lim_{x \to 0} & 5=5 \\ \lim_{x \to 0} & 0=0 \end{array}\right] \nexists$ Limite

No es continuo

↳ No es continuo

Función Redefinida

7)

$$f(x)=\begin{cases} ax^2-2x & si\ x\le 1 \\ 4x^2+ax+b & si\ 1\le x<2 \\ 3x+b & si\ x\ge 2 \end{cases}$$

$$f(x)\begin{cases} -5x^2-2x & si\ x\le 1 \\ 4x^2-5x-6 & si\ 1\le x<2 \\ 3x-6 & si\ x\ge 2 \end{cases}$$

$x=1$ y $x=2$

$\lim_{x\to 1^-} ax^2-2x = a-2$ ①

$\lim_{x\to 1^+} 4x^2+ax+b = 4+a+b$ ②

$\lim_{x\to 2^+} 3x+b = 3(2)+b = 6+b$

$\lim_{x\to 2^-} 4x^2+ax+b = 8+a2+b$

Es continua

$a-2=0$

$a=2$ //

$4+a+b=0$

$b=4-a$

$b=-4-2$

$b=-6$ //

$b+6$

$b=-6$

$16+a2-6=6$

$a=\frac{16-6}{2}=\frac{-10}{2}=-5$

8)

$$f(x)=\begin{cases} \frac{2x+3}{x} & si\ x<-1 \\ x^2-2 & si\ -1\le x<2 \\ 3x+1 & si\ x\ge 2 \end{cases}$$

$\lim_{x\to -1^-} \frac{2x+3}{x} = \frac{2(-1)+3}{-1} = \frac{-2+3}{-1} = \frac{1}{-1} = -1$ //

$\lim_{x\to -1^+} x^2-2 = -1^2-2 = 1-2 = -1$ //

continua

$\lim_{x\to 2^-} x^2-2 = 2^2-2 = 4-2 = 2$ //

$7-2=5$

$\lim_{x\to 2^+} 3x+1 = 3(2)+1 = 7$ //

Puntos	Continua	Discontinua
$x=-1$	Si	
$x=2$		Si salto finito

9)

$$f(x)=\frac{x-1}{x^2+7x-8}$$

$$x^2+7x-8=(x+8)(x-1) \Rightarrow x=-8 \quad x=1$$

$$\lim_{x\to -8^+}\frac{x-1}{x^2+7x-8}=\frac{\cancel{x-1}}{(x+8)\cancel{(x-1)}}=\frac{1}{16}$$

$$\lim_{x\to 1}\frac{x-1}{x^2+7x-8}=\frac{\cancel{(x-1)}}{(x+8)\cancel{(x-1)}}=\frac{1}{9}$$

Tipo	Continua	Discontinua
$x=-8$		Tipo Asintotica

10)

$$f(x)=\frac{|x|}{x} \qquad |x|\begin{cases}-x & x<0\\ x & x\geq 0\end{cases}$$

$$\lim_{x\to 0^+}=\frac{\cancel{x}}{\cancel{x}}=1$$

Salto es 2

$$\lim_{x\to 0^-}=\frac{-x}{x}=-1$$

La función es discontinua en el punto $x=0$ de tipo de Salto Fino

11)

$$f(x)=\frac{x^3+2x+1}{x^3+2x+7}$$

$$\lim_{x\to\infty}=\frac{\frac{\cancel{x^3}}{\cancel{x^3}}+\frac{2\cancel{x}}{x^{\cancel{3}\,2}}+\frac{1}{x^3}}{\frac{\cancel{x^3}}{\cancel{x^3}}+\frac{2x}{x^3}+\frac{7}{x^3}}=\frac{1+0+0}{1+0+0}=1$$

12) $f(x) = |x^2-1|$

$|x^2-1| = 0$ $\qquad \lim_{x \to 1} x^2 - 1 = 1-1 = 0$

$x^2 - 1 = 0$ $\qquad \lim_{x \to 1} x^2 - 1 = 1-1 = 0$

$x^2 = 1$

$x = 1$ $\qquad f(x) = x^2 - 1 = 1-1 = 0$

Es continua

13)

$f(x) = \frac{x^4+3x^3-x-3}{x^2+2x-3}$ $\qquad x^2+2x-3=0$

$(x+3)(x-1)$

$f(x) = \frac{\cancel{(x+3)}\cancel{(x-1)}(x^2+x+1)}{\cancel{(x+3)}\cancel{(x-1)}}$ $\qquad x=-3$, $x=1$

$f(x) = x^2+x+1$

$\lim_{x \to 1} x^2+x+1 = 1+1+1 = 3^+ \text{ y } 3^-$

$\lim_{x \to -3} -3^2+(-3)+1) = 9-3+1 = 7^+ \text{ y } 7^-$

La función es continua

14) $f(x) = \frac{1}{1+e^{\frac{1}{1-x}}}$ $\qquad x \neq 1$

$\lim_{x \to 1} \frac{1}{1+e^{\frac{1}{1-x}}} = \frac{1}{1+e^{\frac{1}{0}}} = \frac{1}{1} = 1$ $\qquad 1$

$\lim_{x \to 1} \frac{1}{1+e^{\frac{1}{1-x}}} = \frac{1}{1+e^{\frac{1}{0}}} = \frac{1}{\infty} = 0$

Es discontinua de tipo de Salto Finito

9)

$$f(x) = \begin{cases} \dfrac{2x^2 - x + |x|}{x^2} & x < 2 \\ \dfrac{x^2 - 3x + 3}{x^2 - 4x + 3} & x \geq 2 \end{cases}$$

$$f(x) = \begin{cases} \dfrac{2x^2 - x - x}{x^2} & x < 0 \\ \dfrac{2x^2 - x + x}{x^2} & 0 \leq x < 2 \\ \dfrac{x^2 - 3x + 3}{x^2 - 4x + 3} & x \geq 2 \end{cases}$$

$$\frac{x^2\left(2 - \frac{2}{x}\right)}{x^x}$$

$$|x| = \begin{cases} -x & x < 0 \\ x & x \geq 0 \end{cases}$$

$x = 0$

$\lim\limits_{x \to 0^-} \quad 2 - \frac{2}{x} = 2 - \frac{2}{0} = +\infty$ //

$\lim\limits_{x \to 0^+} \quad 2 = 2$

$x = 2$

$\lim\limits_{x \to 2^-} \quad 2 = 2$

$\lim\limits_{x \to 2^+} \quad \dfrac{x^2 - 3x + 3}{x^2 - 4x + 3} = 1$

Salto Finito

10)

$$f(x) = \begin{cases} \dfrac{x^3 - 27}{x^3 - 3x^2 + 3x - 9} & x \neq -3 \\ \dfrac{x^2 - 9}{x^2 - 2x - 3} & x \neq 3 \end{cases}$$

$x - 3$

$$\frac{x^3 - 27}{x^3 - 3x^2 + 3x - 9} = \frac{3^3 - 27}{3^3 + 3(3)^2 + 3(3) - 9} = \frac{0}{54} = 0 //$$

$$\frac{x^2 - 9}{x^2 - 2x + 3} = \frac{3^2 - 9}{x^2 - 2x - 3} = \frac{0}{0} = 0 //$$

Es continua //

17)

$$f(x)=\begin{cases}\sqrt{\dfrac{x^2-4}{5-x}} & ;\ x\in[2,5)\\[2ex] \sqrt{\dfrac{x^2-4}{5+x}} & ;\ x\in(-5,-2]\end{cases}$$

$$\lim_{x\to -5}\sqrt{\frac{x^2-4}{5+x}}=\sqrt{\frac{5^2-4}{5+5}}=\sqrt{\frac{25-4}{10}}=\sqrt{\frac{21}{10}}$$

$$\lim_{x\to 5}\sqrt{\frac{x^2-4}{5-x}}=\sqrt{\frac{5^2-4}{5-(-5)}}=\sqrt{\frac{25-4}{10}}=\sqrt{\frac{21}{10}}$$

Es continua

18)

$$f(x)=\begin{cases}|4-x| & \text{si } x\neq 4\\ -2 & \text{si } x=4\end{cases} \qquad \begin{matrix}|4-x|\\ x=4\end{matrix} = \begin{cases}-4+x & x<4\\ 4-x & x>4\end{cases}$$

$$f(x)=\begin{cases}-4+x & x<4\\ 4-x & x>4\\ \underset{0}{-2} & x=4\end{cases} \longrightarrow \begin{cases}-4+x & x<4\\ 4-x & x>4\\ 0 & x=4\end{cases}$$

$$\lim_{x\to 4^-} -4+x=-4+(4)=0$$

Discontinuidad evitable

$$\lim_{x\to 4^+} 4-x = 4-4=0$$

$$f(4)=-2$$

11

$$f(x) = \begin{cases} x & \text{si } x < 0 \\ x & \text{si } x \geq 1 \end{cases} \quad \text{en } x = 0$$

$\lim_{x \to 0^-} \quad x = 0$

$\lim_{x \to 0^+} =$ No esta definida

Discontinuidad de Tipo de Segunda Especie

Limites derecho → no esta definido

$$f(x) = \begin{cases} x & \text{si } x \leq 0 \\ x^2 + 1 & \text{si } x > 0 \end{cases} \quad \text{en } x = 0$$

$\lim_{x \to 0^-} = x = 0$

$\lim_{x \to 0^+} = x^2 + 1 = 0^2 + 1 = 1$

$f(0) = x = 0$

No existe limite discontinuidad de Tipo de salto finito

$$f(x) = \begin{cases} \dfrac{x^2 - 1}{x - 1} & \text{si } x \neq 1 \\ 2 & \text{si } x = 1 \end{cases} \quad \text{en } x = 1$$

$\lim_{x \to 1} \dfrac{x^2 - 1}{x - 1} = \dfrac{(\cancel{x-1})(x+1)}{(\cancel{x-1})} = 1 + 1 = 2$

$\lim_{x \to 1} \dfrac{x^2 - 1}{x - 1} = \dfrac{(\cancel{x-1})(x+1)}{(\cancel{x-1})} = 1 + 1 = 2$

Existe Limite

$f(1) = 2$

Si existe continuidad

$\lim_{x \to 1} = \lim_{x \to 1^+} = f(2)$

$$f(x) = \begin{cases} \dfrac{x^3-1}{x^4-1} \\ 1 \text{ si } x=1 \end{cases} \quad \text{en } x=1$$

$$\lim_{x\to 1} = \frac{x^3-1}{x^4-1} = \frac{(x-1)(x^2+x+1)}{(x-1)(x+1)(x^2+1)} = \frac{1^2+1+1}{(1+1)(1^2+1)} = \frac{3}{4}$$

$$\lim_{x\to 1} = \frac{x^3-1}{x^4-1} = \frac{(x-1)(x^2+x+1)}{(x-1)(x+1)(x^2+1)} = \frac{3}{4}$$

Si existe límite

$f(1)=1$

Discontinuidad evitable

$$f(x) = \begin{cases} \dfrac{x^3-1}{x^4-1} & \text{si } x \neq 1 \\ \dfrac{3}{4} & \text{si } x=1 \end{cases}$$

$$f(x) = \begin{cases} x-1 & \text{si } x \leq 1 \\ x^2-x & \text{si } x>1 \end{cases} \quad \text{en } x=1$$

$$\lim_{x\to 1} = x-1 = 1-1=0$$

$$\lim_{x\to 1} = x^2-x = 1-1=0$$

si existe límite

continuo $\lim_{x\to 1} = \lim_{x\to 1} = f(1)$

$f(1) = x-1 = 0$

$$f(x) = \begin{cases} \dfrac{1}{x^2+1} & \text{si } -1 \leq x \leq 1 \\ Ax^2 & \text{si } |x|>1 \end{cases} \quad \text{en } x=\pm 1 \qquad f(x) = \begin{cases} \dfrac{1}{x^2+1} & \text{si } -1 \leq x \leq 1 \\ \dfrac{1}{2}x^2 & \text{si } |x|>1 \end{cases}$$

$$\lim_{x\to -1} = \lim_{x\to 1} \qquad \lim_{x\to 1} = \lim_{x\to 1^+}$$

$$Ax^2 = \frac{1}{x^2+1} \qquad A = \frac{1}{2} \qquad \frac{1}{x^2+1} = Ax^2 \qquad A = \frac{1}{2}$$

$$A(1) = \frac{1}{2} \qquad \frac{1}{2} = A(1)$$

13)

$$f(x) = \begin{cases} \dfrac{\sqrt{-x}-1}{x+1} & \text{si } x < -1 \\ x + A & \text{si } x \geq -1 \end{cases} \quad \text{en } x = -1 = \begin{cases} \dfrac{\sqrt{x}-1}{x+1} & x<-1 \\ x + \frac{1}{2} & x \geq -1 \end{cases}$$

$$\lim_{x \to -1} \frac{\sqrt{-x}-1}{x+1} \cdot \frac{\sqrt{-x}+1}{\sqrt{-x}+1}$$

$$\frac{-(x+1)}{(x+1)(\sqrt{-x}+1)}$$

$$-\frac{1}{\sqrt{-x}+1}$$

$$-\frac{1}{\sqrt{-x}+1} = x + A \qquad A = \frac{1}{2}$$

$$-\frac{1}{1+1} = 1 + A$$

14)

$$f(x) = \begin{cases} \dfrac{x^4 - x^2 + x - 1}{x-1} & \text{si } x \neq 1 \\ A & \text{si } x = 1 \end{cases} \quad \text{en } = 1$$

$$\lim_{x \to 1} = \frac{x^4 - x^2 + x - 1}{x-1} = \frac{1^4 - (1)^2 + x - 1}{1-1} = \frac{0}{0} = \infty$$

$$\lim_{x \to 1} = \frac{x^4 - x^2 + x - 1}{x-1} = \frac{1^4 - 1^2 - 1 - 1}{1-1} = \frac{0}{0} = \infty$$

$$A = \infty$$

15)

$$f(x) \begin{cases} A & \text{si } x \leq -1 \\ \dfrac{x^6-1}{x^4-1} & \text{si } |x| < 1 \\ B + x & \text{si } x \geq 1 \end{cases} \quad \text{en } x = 1 \; f(x) = \begin{cases} A & \text{si } x \leq -1 \\ \dfrac{x^6-1}{x^4-1} & \text{si } -1 < x < 1 \\ B + x & \text{si } x \geq 1 \end{cases}$$

$$\lim_{x \to -1} = \lim_{x \to -1}$$

$$A = \frac{x^6-1}{x^4-1} = A = \frac{(x+1)(x-1)(x^4+x^2+1)}{(x^2+1)(x+1)(x-1)} = \frac{1^4+1^2+1}{-1^2+1} = A = \frac{3}{2}$$

$$\lim_{x \to 1} = \lim_{x \to 1}$$

$$\frac{x^6-1}{x^4-1} = B + x = \frac{(x+1)(x-1)(x^4+x^2+1)}{(x^2+1)(x+1)(x-1)} = B + 1 \qquad \frac{3}{2} = B + 1 \qquad \frac{1}{2} = B$$

(7)

$$f(x) = \begin{cases} x^2+x+1 & \text{si } x < -1 \\ Ax+B & \text{si } |x| \leq 1 \quad \text{en } x = \pm 1 \\ 2x-4 & \text{si } x > 1 \end{cases}$$

$$f(x) = \begin{cases} x^2+x+1 & \text{si } x < -1 \\ Ax+B & \text{si } -1 \leq x \leq 1 \\ 2x-4 & x > 1 \end{cases}$$

$$\lim_{x \to 1} = \lim_{x \to 1'}$$

$$x^2+x+1 = Ax+B$$

$$(1)^2 - 1 + 1 = A(-1)+B$$

$$1 = -A+B$$

$$1+A = B \quad (1)$$

(3) en (1)

$$1 + \left(\frac{3}{2}\right) = B$$

$$\boxed{-\frac{1}{2} = B}$$

$$\lim_{x \to 1} = \lim_{x \to 1'}$$

$$Ax+B = 2x-4$$

(1) en (2) $A(1) + B = 2x-4$

$$A + (1+A) = 2x-4$$

$$2A + 1 = 2-4$$

$$2A = 2-4-1$$

(3) $\boxed{A = -\frac{3}{2}}$

(8)

$$f(x) = \begin{cases} \dfrac{\operatorname{sen}^2 x - \tan 2x}{\operatorname{sen} 3x - \tan 3x} & \text{si } x \neq 0 \\ 1 & \text{si } x = 0 \end{cases}$$

$$\lim_{x \to 0} f(x) = \lim_{x \to 0'} f(x)$$

$$\lim_{x \to 0} \frac{\operatorname{sen} 2x - \tan 2x}{\operatorname{sen} 3x - \tan 3x}$$

$$\lim_{x \to 0} \frac{2 \cdot \dfrac{\operatorname{sen} 2x}{2x} - \dfrac{\operatorname{sen} 2x}{\cos 2x}}{\operatorname{sen} 3x - \dfrac{\operatorname{sen} 3x}{\cos 3x}} = \frac{2 \cdot \overset{1}{\dfrac{\operatorname{sen} 2x}{\cancel{2x}}} - \dfrac{\cancel{\operatorname{sen} 2x}}{\cancel{\cos 2x}}}{\operatorname{sen} 3x - \dfrac{\operatorname{sen} 3x}{\cancel{\cos 3x}}}$$

$$\lim_{x \to 0} 2 \cdot 1 - = 2$$