

Домашние задания по курсу «Теория типов» весна 2015 г.

1. На вход вашей программе дается файл task1.in, содержащий лямбда-выражение в следующей грамматике:

$$\begin{aligned}\langle \text{Выражение} \rangle &::= [\langle \text{Применение} \rangle] \backslash \langle \text{Переменная} \rangle \cdot \langle \text{Выражение} \rangle \\ &\quad | \langle \text{Применение} \rangle \\ \langle \text{Применение} \rangle &::= \langle \text{Применение} \rangle \langle \text{Атом} \rangle | \langle \text{Атом} \rangle \\ \langle \text{Атом} \rangle &::= \langle \text{'('} \langle \text{Выражение} \rangle \text{'')'} | \langle \text{Переменная} \rangle \\ \langle \text{Переменная} \rangle &::= \langle \text{'a' ... 'z'} \rangle \{ \langle \text{'a' ... 'z'} \rangle | \langle \text{'0' ... '9'} \rangle | \langle \text{' ' } \rangle \}^*\end{aligned}$$

Аргументы-переменные в применении должны разделяться пробелом. В остальных случаях пробелы могут отсутствовать. Любые пробелы между нетерминальными символами (кроме пробела, разделяющего аргументы в применении) — а также начальные и конечные пробелы в строке — должны игнорироваться. Символы табуляции, возврата каретки и перевода строки должны трактоваться как пробелы.

Требуется расставить все недостающие скобки вокруг всех абстракций и применений, и напечатать получившийся результат в файле task1.out.

Например:

`'\a.\b.a b c (\d.e \f.g) h'`

должно превратиться в

`'(\a.(\b.(((a b) c) (\d.(e (\f.g)))) h))'`

2. В файле task2.in задано некоторое лямбда-выражение, требуется найти список свободных переменных в нем и напечатать в алфавитном порядке, по идентификатору на строке.
3. В файле task3.in задана подстановка в некоторое лямбда-выражение в следующем синтаксисе (расширение определения из первой задачи):

$$\langle \text{Условие} \rangle ::= \langle \text{Выражение} \rangle \langle \text{'['} \langle \text{Переменная} \rangle \text{'='} \langle \text{Выражение} \rangle \text{'']'} \rangle$$

Требуется в выходном файле task3.out привести результат подстановки, либо указать фразу «Нет свободы для подстановки для переменной» <Переменная>.

4. В файле task4.in дано лямбда-выражение, имеющее нормальную форму, требуется нормализовать его и результат записать в файл task4.out.
5. Унификация термов. На вход в файле task5.in задан список уравнений в алгебраических термах, по уравнению на строке. Каждое уравнение соответствует следующей грамматике:

$$\begin{aligned}\langle \text{Уравнение} \rangle &::= \langle \text{Терм} \rangle \text{'='} \langle \text{Терм} \rangle \\ \langle \text{Терм} \rangle &::= \langle \text{Функция} \rangle \langle \text{'('} \langle \text{Терм} \rangle \{ \langle \text{' , 'Терм} \rangle^* \text{'')'} \rangle | \langle \text{Переменная} \rangle \\ \langle \text{Функция} \rangle &::= \langle \text{'a' ... 'h'} \rangle \{ \langle \text{'a' ... 'z'} \rangle | \langle \text{'0' ... '9'} \rangle | \langle \text{' ' } \rangle \}^* \\ \langle \text{Переменная} \rangle &::= \langle \text{'i' ... 'z'} \rangle \{ \langle \text{'a' ... 'z'} \rangle | \langle \text{'0' ... '9'} \rangle | \langle \text{' ' } \rangle \}^*\end{aligned}$$

Решите эту систему уравнений и выведите в файл task5.out наиболее общую подстановку, по строке на каждую переменную, используя следующую грамматику:

$$\langle \text{Строка подстановки} \rangle ::= \langle \text{Переменная} \rangle \text{'='} \langle \text{Терм} \rangle$$

6. Просто типизированное лямбда-исчисление. На вход в файле task6.in задано лямбда-выражение. Выведите в файл task6.out какой-нибудь наиболее общий тип для этого выражения в просто типизированном лямбда-исчислении (если этот тип существует), или укажите, что выражение типа не имеет.

Результат должен соответствовать следующей грамматике:

$$\begin{aligned}
 \langle \text{Ответ} \rangle &::= \langle \text{Тип} \rangle \backslash \text{n} \langle \text{Контекст} \rangle \mid \text{‘Лямбда-выражение не имеет типа.’} \\
 \langle \text{Контекст} \rangle &::= \{ \langle \text{Переменная} \rangle \text{ ‘:’} \langle \text{Тип} \rangle \backslash \text{n} \}^* \\
 \langle \text{Тип} \rangle &::= \langle \text{Типовой-терм} \rangle \mid \langle \text{Типовой-терм} \rangle \text{ ‘->’} \langle \text{Тип} \rangle \\
 \langle \text{Типовой-терм} \rangle &::= \langle \text{Имя-типа} \rangle \mid \text{‘(’} \langle \text{Тип} \rangle \text{ ‘)’} \\
 \langle \text{Имя-типа} \rangle &::= (\text{‘a’} \dots \text{‘z’}) \{ \text{‘a’} \dots \text{‘z’} \mid \text{‘0’} \dots \text{‘9’} \mid \text{‘.’} \}^*
 \end{aligned}$$