## Многомасштабное моделирование физических явлений и систем (часть II)

## Лекции 7

Применение методов поддержки принятия решений для многокритериальной задачи отбора многомасштабных композиций

Использование многомасштабного методов моделирования как последовательных, так и параллельных – открывает широкие возможности для изучения процессов и явлений, при анализе которых необходимо учитывать широкий спектр пространственных и/или временных масштабов. К таким явлениям, в частности, относятся сложные гетерогенные процессы, протекающие системах, связанных формированием В многокомпонентных новых композиционных материалов с заранее заданными свойствами.

В работе [1] представлены основные положения разработанной информационной технологии построения многомасштабных моделей с

- 1 Abgaryan K.K. *Informacionnaya tekhnologiya postroeniya mnogomasshtabnyh modelej v zadachah vychislitel'nogo materialovedeniya* [Information technology is the construction of multi-scale models in problems of computational materials science]. // «Izdatel'stvo «Radiotekhnika», "Sistemy vysokoj dostupnosti". 2018. T. 15. № 2. P.9-15.
- 2.Brodskij YU.I. *Model'nyj sintez i model'no-orientirovannoe programmirovanie* [Model synthesis and model-oriented programming] –M.: VC RAN, 2013, 142 P.

использованием таких новых понятий, как «базовая модель-композиция» и «многомасштабная композиция». Для создания на их основе программных систем применялся модельно-ориентированный подход, который был развит в работах Ю. И. Бродского [2]. Особенностью изложенной в работе [1] технологии является применение информационных структур, названных базовыми композициями (EK), объединяющих данные и методы их обработки. Эти математические объекты ставятся в соответствие базовым математическим моделям, которые используются для решения различных многомасштабных задач. Для описания БК задействован теоретико-множественный аппарат, который позволяет передать вычислительную сущность исходных математических моделей. Базовые композиции служат композиционными элементами (объектами), из которых согласно представленной в работе [1] технологии строятся многомасштабные композиции (MK) — информационные аналоги многомасштабных моделей, при помощи которых передается содержание многомасштабных вычислительных процессов и явлений.

Далее на базе *МК* строятся сложные иерархические программные системы, применяемые для решения различных прикладных задач, в том числе связанных с созданием новых композиционных материалов.

При решении конкретных задач могут быть построены разные многомасштабные модели, и, естественно, возникает вопрос о сравнении этих моделей, об оценке их эффективности. на этапе предсказательного моделирования предлагается методика сравнения многомасштабных моделей с помощью оценки и отбора соответствующих многомасштабных композиций. Оценка и отбор проводятся с использованием методов поддержки принятия решений при многих критериях качества.

Приведем описание метода построения многомасштабной композиции [1].

Базовую модель-композицию можно представить как объединение основных множеств разного структурного типа:

$$VX_{ij}, MA_{ij}, E_{ij}, \{MA_{ij}^k\}_{k=1}^p \{E_{ij}^k\}_{k=1}^p.$$

Здесь i — номер масштабного уровня,  $i=\overline{0,L}$ , где L — число рассматриваемых уровней; j — номер базовой модели-композиции на текущем масштабном уровне,  $j=\overline{0,N_i}$ ,  $N_i$  — число моделей на i-м уровне; k — номер элементарного процесса EK. Опишем основные множества:

 $VX_{ij} = \{V_{ij}, X_{ij}\}$  – множество данных, включающее:

 $V_{ij}$  – множество входных данных (внешние характеристики модели),

 $X_{ij}$  — множество выходных данных (фазовых переменных и данных — свойств модели);

 $MA_{ij}$  – множество методов обработки данных (модели и алгоритмы);

 $E_{ij}$  — множество событий, отнесенных к описанию выполняемых в рамках EK элементарных процессов;

 $\left\{ MA_{ij}^{k}\right\} _{k=1}^{p}$  — множество реализаций моделей и алгоритмов в зависимости от элементарного процесса p;

 $\left\{E_{ij}^{k}\right\}_{k=1}^{p}$  — множество реализаций событий по элементарным процессам.

Множество методов обработки данных опишем подробнее.

$$MA_{ij} = \{M_{ij}, A_{ij}\} = \{s_{ij}, f_{ij}, a_{ij}, a_{i,..,i^*,j}\}.$$

Множество моделей  $M_{ij}$ , входящих в множество  $MA_{ij}$ , состоит из статических  $(s_{ij})$  и динамических  $(f_{ij})$  методов обработки. Алгоритмические модели (алгоритмы)  $a_{ij}$ ,  $i=\overline{0,L}$ ,  $j=\overline{1,N_i}$ , могут быть специализированными, то есть используемыми только в данной конкретной модели с определенного масштабного уровня, или универсальными, применяемыми в различных моделях с разных масштабных уровней  $a_{i,...,i^*,j}$ .

**Определение 1.** Под базовой моделью-композицией  $MC_i^J$  будем понимать однопараметрическое семейство основных множеств, задействованных в общем вычислительном процессе, разного структурного типа, включая данные (входные и выходные) и методы их обработки:

$$MC_{i}^{j} = <\left\{VX_{ij}, MA_{ij}, E_{ij}, \left\{MA_{ij}^{k}\right\}_{k=1}^{p}, \left\{E_{ij}^{k}\right\}_{k=1}^{p}\right\} >.$$

Здесь

$$\begin{aligned} VX_{ij} &= \{V_{ij}, X_{ij}\}, \, MA_{ij} = \{M_{ij}, A_{ij}\}, \\ \left\{MA_{ij}^k\right\}_{k=1}^p &= \{MA_{ij}^1, MA_{ij}^2, \dots, MA_{ij}^p\}, \, \left\{E_{ij}^k\right\}_{k=1}^p = \left\{E_{ij}^1, E_{ij}^2, \dots, E_{ij}^p\right\}. \end{aligned}$$

Параметром семейства основных множеств служит число элементарных процессов в базовой модели-композиции p. Индексы i и j позволяют идентифицировать  $MC_i^j$  на пространственном уровне i по ее номеру j.

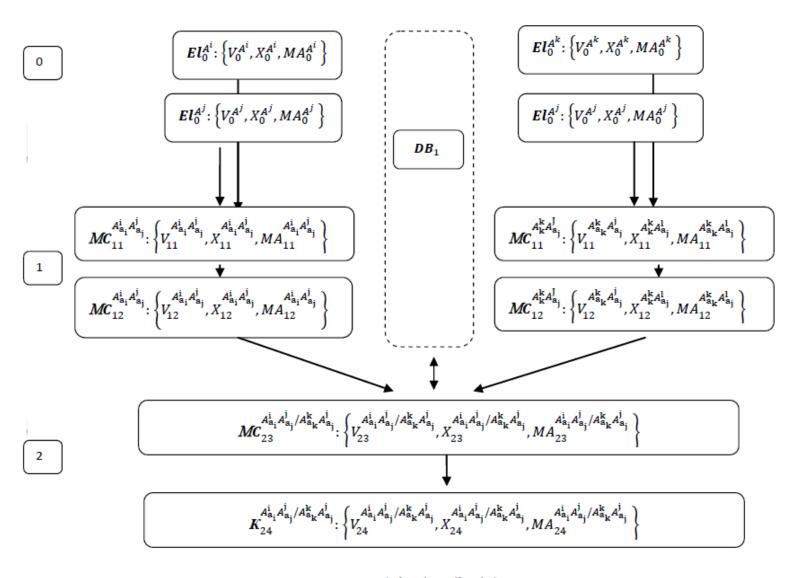
Структура модели-композиции представлена в [1].

Такое представление полностью описывает структуру базовой моделикомпозиции и задает шаблон, который будет заполняться конкретными данными при создании реальных экземпляров *БК* для решения практических задач математического моделирования.

Далее приведем описание многомасштабной композиции, позволяющее представить информацию, из каких именно моделей-композиций, с каких масштабных уровней она состоит, сколько и каких процессов задействовано в ее работе, каким образом происходит обмен данными между моделями – композициями с разных уровней.

Определение 2. Под многомасштабной композицией (*MK*) будем понимать однопараметрическое семейство, полученное из экземпляров *БК* с разных масштабных уровней за счет объединения в общем вычислительном процессе их основных множеств разного структурного типа, включая данные (входные и выходные) и методы их обработки.

## Многомасштабная композиция для расчета эффективного коэффициента теплопроводности наногетероструктуры



$$\pmb{MK}_{0,1,2}^{(A_{\mathsf{a}_{\mathsf{i}}}^{\mathsf{i}}A_{\mathsf{a}_{\mathsf{j}}}^{\prime}/A_{\mathsf{a}_{\mathsf{k}}}^{\kappa}A_{\mathsf{a}_{\mathsf{j}}}^{\prime})}$$

Многомасштабную композицию будем обозначать через  $MK_{i.i^*...i^{***}}^{i,j;\,i^*,j^*;...;\,i^{***}j^{***}}$ . Здесь  $i, i^*, ..., i^{***}$  – номера масштабных уровней, задействованных в данной MK, а  $j, j^*, ..., j^{***}$  – номера EK на конкретном масштабном уровне. В определенном смысле  $MK_{i,i^*,...}^{i,j;\,i^*,j^*;...,\,i^{**}j^{***}}$  схожа с  $E\!K$ , так как представляет собой объединение основных множеств разных структурных типов, связанных общим вычислительным процессом. Ее структуру можно представить набором таблиц, соответствующих экземплярам входящих в нее БК, расположенных в определенном порядке, соответствующем иерархии масштабов, задействованных в ней.

Пусть на i-м масштабном уровне имеется экземпляр  $MC_i^j$  и на  $i^*$ -м масштабном уровне — экземпляр  $MC_{i^*}^{j^*}$ . Здесь  $j,j^*$  — номера базовых моделей-композиций на масштабных уровнях i и  $i^*$  соответственно. Составим многомасштабную композицию  $MK_{i,i^*}^{ij;i^*j^*}$ из двух экземпляров базовых композиций  $MC_i^j$  и  $MC_{i^*}^{j^*}$ . Основными множествами, как и в случае создания

композиции, будут

$$V_{ij} \cup V_{i^*j^*}, X_{ij} \cup X_{i^*j^*}, MA_{ij} \cup MA_{i^*j^*}, E_{ij} \cup E_{i^*j^*}, \left\{ MA_{ij}^k \right\}_{k=1}^p \cup \left\{ E_{i^*j^*}^k \right\}_{k=1}^p \cdot \left\{ E_{ij}^k \right\}_{k=1}^p \cdot \left\{ E_{i^*j^*}^k \right\}_{k=1}^p.$$

Здесь p и  $p^*$  обозначают число процессов в базовых композициях  $MC_i^j$  и  $MC_{i^*}^{j^*}$  соответственно.

Многомасштабную композицию можно описать следующим образом:

$$MK_{i,i^*}^{ij;i^*j^*} = \langle \left\{ V_{ij} \cup V_{i^*j^*}, X_{ij} \cup X_{i^*j^*}, MA_{ij} \cup MA_{i^*j^*}, E_{ij} \cup E_{i^*j^*}, \left\{ MA_{ij}^k \right\}_{k=1}^p \cup MA_{i^*j^*kk} = 1p*, E_{ijkk} = 1p \cup E_{i^*j^*kk} = 1p*.$$

Число процессов в MK равно сумме  $p + p^*$ .

Связующими элементами между вычислительными моделями с разных масштабных уровней, входящими в MK, служат глобальные параметры, которые играют основную роль при передаче информации между масштабными уровнями.

При составлении многомасштабной композиции  $MK_i^j = MK_{i^*,i^{**}}^{i^*,j^*,i^{**},j^{**}}$  из  $MC_{i^*}^{j^*}$  и  $MC_{i^{**}}^{j^{**}}$  под глобальными параметрами  $\check{\mathbf{v}} \in VX_{ij} = \left\{V_{i^*j^*} \cup V_{i^{**}j^{**}}, X_{i^*j^*} \cup X_{i^{**}j^{**}}\right\}$  будем понимать элементы (параметры), относящиеся к множеству  $X_{i^*j^*} \cap V_{i^{**}j^{**}}$ , образованному в результате пересечения двух множеств выходных данных  $X_{i^*j^*}$  (с нижнего масштабного уровня) и входных данных  $V_{i^{**}j^{**}}$  с верхнего масштабного уровня:

$$X_{i^*j^*} \cap V_{i^{**}j^{**}} = \{ \check{\mathbf{v}} : (\check{\mathbf{v}} \in X_{i^*j^*}) \cap (\check{\mathbf{v}} \in V_{i^{**}j^{**}}), \check{\mathbf{v}} \in VX_{ij} \}.$$

Кроме того, при построении многомасштабной композиции используются базовые модели-композиции специального вида, обозначенные  $DB_i$ , i — номер масштабного уровня,  $i=\overline{0,L}$ , где L — число рассматриваемых уровней. Они требуются для хранения и передачи дополнительной информации, необходимой для работы EK соответствующего уровня.

Описанная технология многомасштабного моделирования может быть применена для решения различных задач структурной оптимизации, в частности для задач материаловедения при моделировании свойств полупроводниковых наносистем [3–5].

При компьютерной реализации разработанной концепции многомасштабного моделирования требуется построение различных информационных моделей — многомасштабных композиций. В данной работе на этапе предсказательного моделирования предлагается методика сравнения многомасштабных моделей с помощью оценки и отбора соответствующих *МК*, основанная на методах принятия решений в многокритериальных ситуациях.

В соответствии с принятой терминологией каждую МК, позволяющую решить поставленную задачу моделирования, назовем альтернативой. Можно проследить связь между требуемыми свойствами исследуемого объекта и оценкой задействованных в ходе моделирования многомасштабных композиций, используемых для анализа этих свойств.

Как показал анализ задачи моделирования, на первом этапе для оценки *МК* можно выбрать, например, следующие четыре критерия:

- 1. Вычислительная точность: критерий  $K_1$  с числовой шкалой  $E_1 \subseteq R, R-$  множество действительных чисел.
  - 2. Число арифметических операций: критерий  $K_2$  с числовой шкалой  $E_2 \subseteq R$ .
- 3. Универсальность (возможность использования для скрининга): критерий  $K_3$  со шкалой  $E_3$ , состоящей из двух значений.
- 4. Соотношение собственного программного обеспечение и пакетов прикладных программ: критерий  $K_4$  с числовой шкалой  $E_4 \subseteq R$ .

5. Число задействованных масштабных уровней: критерий  $K_5$  с числовой шкалой  $E_5 \subseteq R$  .

Этот набор критериев не является полным, однако удовлетворяет основным требованиям, предъявляемым к перечню критериев, и основан на информации о смысле поставленной задачи [6]. Действительно, набор критериев  $\{K_1, \ldots, K_5\}$  соответствует существу поставленной задачи, минимален (в том смысле, что различные критерии характеризуют различные свойства исходов), критерии измеримы и операциональны (каждый критерий имеет однозначный и ясный смысл, характеризует определенное свойство исходов).

Таким образом, каждая многомасштабная композиция, позволяющая решить задачу моделирования, характеризуется пятимерным вектором  $x = (x_1, x_2, x_3, x_4, x_5)$ , где  $x_i$  – значение, приписываемое данной альтернативе по критерию  $K_i$ ,  $i = 1, \ldots, 5$ . Используя известные процедуры [7], можно привести критерии к однородным шкалам.

Для выбора наилучших альтернатив можно сравнивать их по векторному отношению доминирования и рассмотреть парето-оптимальные варианты. Однако дополнительная информация о критериях и свойствах решений может сузить множество парето-оптимальных вариантов. Эта информация предоставляется экспертами, работающими в данной предметной области, в коалиции с аналитиком, специалистом в области принятия решений. Затем в зависимости от конкретного вида полученной информации применяется математически обоснованный метод выбора наилучших альтернатив в многокритериальной ситуации [6, 7].

Распространенный подход к решению задачи оценки и выбора наилучшей альтернативы, одновременно учитывающий дополнительную информацию о критериях и свойствах альтернатив, содержится в построении числовой функции ценности. Пусть S — множество альтернатив и считается, что при заданных критериях  $K_1, \ldots, K_n$  каждая альтернатива  $s \in S$  имеет векторную оценку  $x = (x_1, \ldots, x_n)$ , где  $x_i = K_i(s)$  — значение альтернативы s по критерию  $K_i$ ,  $i = 1, \ldots, n$ .

Рассмотрим множество  $X = \{x | x = (x_1, \dots, x_n), x_i = K_i(s), i = 1, \dots, n; s \in S\}$  — множество векторных оценок альтернатив из множества S. Пусть  $a, b \in S$  и  $x = (x_1, \dots, x_n)$  — векторная оценка альтернативы  $a; y = (y_1, \dots, y_n)$  — векторная оценка альтернативы b.

Числовая функция ценности  $f: X \to R$  обладает следующим свойством: для любых двух альтернатив a и  $b: f(x_1, ..., x_n) \ge f(y_1, ..., y_n) \Leftrightarrow$  альтернатива a не менее предпочтительна, чем b. Если известна функция ценности, то поиск оптимального варианта сводится к задаче нахождения аргумента максимума функции ценности на множестве X:

$$x^* = \operatorname{argmax} f(x), x \in X.$$

При использовании эвристических методов построения функции ценности используется метод обобщенного критерия, заключающийся в сведении многокритериальной задачи к однокритериальной, набор критериев «сворачивается» в числовую функцию, которая и будет служить функцией ценности.

Обычно функцию ценности строят в аддитивном виде как сумму функций ценности по каждому критерию с некоторыми весовыми коэффициентами  $\alpha_1, \dots, \alpha_n$ :

$$f(x_1,\ldots,x_n)=\sum_{i=1}^n\alpha_i\cdot f_i(x_i),$$

где  $f_i$  – функция ценности критерия  $K_i$ .

Как известно, построение функции ценности в аддитивном виде правомерно только в случае взаимной независимости критериев [8]. Проверку взаимной независимости рассматриваемых критериев  $K_1, \ldots, K_5$  можно провести с учетом результатов Леонтьева–Гормана: если любая пара критериев  $\{K_i, K_j\}$ , где  $i, j = 1, \ldots, 5$ , не зависит по предпочтению от остальных двух критериев, то все критерии  $K_1, \ldots, K_5$  взаимно независимы по предпочтению. Построение функции ценности проводится известными методами, описанными, в частности, в работе [6].

Для решения конкретной практической задачи с использованием многомасштабной модели рассматривается определенный набор многомасштабных композиций. Весовые коэффициенты  $\alpha_i$ ,  $i=1,\ldots,5$ , и конкретный вид функции ценности определяются содержательным смыслом задачи. Для их нахождения проводится поэтапная процедура, опирающаяся в числе прочего на интерактивный процесс диалога между специалистом в данной прикладной области и аналитиком, формирующим процедуру опроса [6, 9].

Полученные оценки позволяют сравнить по предпочтительности многомасштабные композиции и отобрать для дальнейших исследований оптимальный набор *МК*.

Другие возможные подходы к решению задачи многокритериального выбора *МК*, в том числе не требующие нахождения весовых коэффициентов, рассмотрены в [7, 9, 10].

В качестве иллюстрации возможности выбора наилучшей альтернативы при наличии дополнительной информации о критериях оценки многомасштабных композиций рассмотрим модельный пример.

Для исследования электронных и структурных свойств тонких пленок InN (GaN) на кремниевых подложках [1] можно построить условно 5 вариантов многомасштабных композиций, которые реализуются с применением вычислительных средств ЦКП ФИЦ ИУ РАН. Обозначим их как

$$MK_{0,1,3}^{(A_{a_{i}}^{i}A_{a_{j}}^{j}/A_{a_{k}}^{k})}, \ \widetilde{MK}_{0,1,3}^{(A_{a_{i}}^{i}A_{a_{j}}^{j}/A_{a_{k}}^{k})}, \ \widetilde{MK}_{0,1,3,4}^{(A_{a_{i}}^{i}A_{a_{j}}^{j}/A_{a_{k}}^{k})}, \ \widetilde{\widetilde{MK}}_{0,1,3,4}^{(A_{a_{i}}^{i}A_{a_{j}}^{j}/A_{a_{k}}^{k})}, \ \widetilde{\widetilde{MK}}_{0,1,3,4}^{(A_{a_{i}}^{i}A_{a_{j}}^{j}/A_{a_{k}}^{k})}.$$

В работе [1] представлена структура многомасштабной композиции  $MK_{0,1,3}^{(A_{a_i}^iA_{a_j}^j/A_{a_k}^k)}$ . Указаны экземпляры базовых композиций и последовательность их использования в вычислительном процессе [1].

Рассматриваемые многомасштабные композиции характеризуются следующими особенностями:

- $MK_{\text{Aa}_{1}}^{(A_{\text{ai}_{1}}^{i}A_{\text{ak}}^{j})}$  задействованы 3 масштабных уровня, один пакет (VASP), MK может применяться для скрининга (универсальна), число арифметических операций (условно) 10 млн, точность расчетов 0,1;
- $\widetilde{MK}_{0,1,3}^{(A_{a_i}^l A_{a_j}^l / A_{a_k}^k)}$  задействованы 3 масштабных уровня, два пакета (VASP и Material Studio), MK может применяться для скрининга (универсальна), число арифметических операций (условно) 15 млн, точность расчетов 0,15;
- $\widetilde{MK}_{0,1,3,4}^{(A_{a_i}^l A_{a_j}^l / A_{a_k}^k)}$  задействованы 4 масштабных уровня, три пакета (VASP Material Studio, SRIM), MK может применяться для скрининга (универсальна), число арифметических операций (условно) 30 млн, точность расчетов 0,01;

- $\widetilde{MK}_{0,1,3}^{(A_{a_i}^l A_{a_j}^l / A_{a_k}^k)}$  задействованы 3 масштабных уровня, три пакета (VASP, Material Studio, SRIM), не универсальна, число арифметических операций (условно) 30 млн, точность расчетов 0,015;
- $\widetilde{MK}_{0,1,3,4}^{(A_{a_i}^i A_{a_j}^l / A_{a_k}^k)}$  задействованы 4 масштабных уровня, один пакет (VASP), не универсальна, число арифметических операций (условно) 20 млн, точность расчетов 0,01.

Пусть на этапе предсказательного моделирования следует сравнить эти пять возможных MK, оценки которых по критериям  $K_1, \ldots, K_5$  приведены в табл. 1, и выбрать лучшие с точки зрения лица, принимающего решение, альтернативы.

Таблица 1 Оценки многомасштабных композиций по критериям

№ критерия	$(A_{a_{i}}^{i}A_{a_{j}}^{j}/A_{a_{k}}^{k})$ $MK_{0,1,3}$	$\widetilde{MK}_{0,1,3}^{(A_{a_{i}}^{i}A_{a_{j}}^{j}/A_{a_{k}}^{k})$	$\widetilde{MK}_{0,1,3,4}^{(A_{a_i}^i A_{a_j}^j / A_{a_k}^k)}$	$\widetilde{\widetilde{MK}}_{0,1,3}^{(A_{a_{i}}^{i}A_{a_{j}}^{j}/A_{a_{k}}^{k})$	$\widetilde{\widetilde{MK}}_{0,1,3,4}^{(A_{a_{i}}^{i}A_{a_{j}}^{j}/A_{a_{k}}^{k})}$
1	до 0,1	до 0,15	до 0,01	до 0,015	до 0,01
2	10 млн	15 млн	30 млн	25 млн	30 млн
3	Да	Да	Да	Нет	Нет
4	75% собственного прогр. обеспеч.	50%	15%	15%	75%
5	3 уровня	3 уровня	4 уровня	3 уровня	4 уровня

Из содержательного смысла задачи следует, что значения по критериям  $K_1$ ,  $K_2$  следует минимизировать, а по критериям  $K_3$ ,  $K_4$  и  $K_5$  – максимизировать.

В табл. 2 представлены оценки по критериям  $K_1, \ldots, K_5$  этих пяти альтернатив (т. е. пяти рассматриваемых MK), полученные после линейного преобразования шкал, сохраняющего упорядочение по предпочтению для каждого критерия. При этом лучшему значению соответствует более высокая оценка.

Таблица 2 Оценки многомасштабных композиций по десятибалльной шкале

№ критерия	$MK_{0,1,3}^{(A_{a_i}^i A_{a_j}^j / A_{a_k}^k)}$	$\widetilde{MK}_{0,1,3}^{(A_{a_i}^i A_{a_j}^j / A_{a_k}^k)}$	$\widetilde{MK}_{0,1,3,4}^{(A_{a_i}^i A_{a_j}^j / A_{a_k}^k)}$	$\widetilde{\widetilde{MK}}_{0,1,3}^{(A_{a_{i}}^{i}A_{a_{j}}^{j}/A_{a_{k}}^{k})$	$\widetilde{\widetilde{MK}}_{0,1,3,4}^{(A_{a_{i}}^{i}A_{a_{j}}^{j}/A_{a_{k}}^{k})$
1	2	1	10	9	10
2	10	8	2	4	2
3	10	10	10	1	1
4	7	4	1	1	7
5	6	6	8	6	8

По векторному отношению доминирования альтернатива  $s_1 = (2, 10, 10, 7, 6)$  предпочтительней альтернативы  $s_2 = (1, 8, 10, 4, 6)$ .

Альтернативы  $s_3=(10,\,2,\,10,\,1,\,8),\,s_4=(9,\,4,\,1,\,1,\,6)$  и  $s_5=(10,\,2,\,1,\,7,\,8)$  не сравнимы между собой и не сравнимы с альтернативой  $s_1$ .

Следовательно, без дополнительной информации о предпочтениях лицо, принимающее решение, не может выбрать лучший вариант из четырех *МК*, именно из

$$\pmb{MK}_{0,1,3}^{(A_{a_i}^i A_{a_j}^j / A_{a_k}^k)}, \widehat{\pmb{MK}}_{0,1,3,4}^{(A_{a_i}^i A_{a_j}^j / A_{a_k}^k)}, \widehat{\pmb{MK}}_{0,1,3}^{(A_{a_i}^i A_{a_j}^j / A_{a_k}^k)} + \widehat{\pmb{MK}}_{0,1,3,4}^{(A_{a_i}^i A_{a_j}^j / A_{a_k}^k)} + \widehat{\pmb{MK}}_{0,1,3,4}^{(A_{a_i}^i A_{a_j}^j / A_{a_k}^k)}.$$

Считаем, что в этом модельном примере оценки в табл. 2 отражают также и результат приведения значений критериев к однородным шкалам и обосновано применение линейной свертки

$$f(x_1,\ldots,x_5)=\sum_{i=1}^5\alpha_i\cdot x_i.$$

Пусть в результате взаимодействия эксперта, аналитика и лица, принимающего решение, для конкретной задачи весовые коэффициенты критериев составят соответственно

$$\alpha_1 = 1$$
,  $\alpha_2 = 0.5$ ,  $\alpha_3 = 1$ ,  $\alpha_4 = 2$ ,  $\alpha_5 = 0.5$ ,

то есть в этой задаче существенно, чтобы превалировало собственное программное обеспечение, была достаточная точность вычислений, и выполнялось условие универсальности. Тогда лучшей альтернативой будет  $s_1$ , то

есть  $MK_{0,1,3}^{(A_{a_i}^i A_{a_j}^l / A_{a_k}^k)}$ , затем в порядке убывания предпочтительности:  $s_5$ ,  $s_3$ ,  $s_2$ и  $s_4$ , несмотря на то что эта MK не предпочтительней их в точности вычислений.

Если же, например, весовые коэффициенты критериев составят соответственно

$$\alpha_1 = 1$$
,  $\alpha_2 = 0.5$ ,  $\alpha_3 = 2$ ,  $\alpha_4 = 1$ ,  $\alpha_5 = 1.5$ ,

то есть в задаче наиболее существенно, чтобы выполнялось условие универсальности и было большее число масштабных уровней, то лучшей альтернативой будет  $s_3$ , то есть  $\widetilde{MK}_{0,1,3,4}^{(A_{a_i}^i A_{a_j}^j / A_{a_k}^k)}$ , затем в порядке убывания предпочтительности:  $s_1$ ,  $s_2$ ,  $s_5$ и  $s_4$ .

На следующих этапах решения задачи моделирования для рассматриваемой практической задачи можно попытаться расширить набор критериев для оценки *МК*, сохраняя все естественные требования к набору критериев. При этом значения критерия оценки *МК* могут быть результатом оценки частных критериев *БК*. Такой подход приведет к более точным оценкам критериев *МК* и, следовательно, к более обоснованному результату выбора.

В связи с тем, что разработанная технология дает возможность формализовать процесс отбора наилучших в определенном смысле *МК* и позволяет решить поставленную задачу с учетом предпочтений экспертов и лиц, принимающих решение, можно говорить о том, что данный подход может быть применен при создании человеко-машинных систем автоматизированного проектирования. В дальнейшем при расширении набора критериев можно использовать и последовательно наращивать в автоматическом режиме структуры данных, получаемых при помощи отобранных *МК*.

Помимо всего прочего, предложенный выше подход может применяться в так называемых обратных задачах выбора, в которых заранее указаны желательные значения частных критериев, описывающих *МК*, или диапазоны их изменения.

## Литература

- Абгарян К. К. Информационная технология построения многомасштабных моделей в задачах вычислительного материаловедения // Системы высокой доступности, 2018. Т. 15. № 2. С. 9–15.
- Бродский Ю. И. Модельный синтез и модельно-ориентированное программирование. –
   М.: ВЦ РАН, 2013. 142 с.
- 3. Abgaryan K. K., Mutigullin I. V., Reviznikov D. L. Theoretical investigation of 2DEG concentration and mobility in the AlGaN/GaN heterostructures with various Al concentrations // Physica Status Solidi (C), 2015. Vol. 12. Iss. 12. P. 1376–1382.
- Абгарян К. К. Задачи оптимизации наноразмерных полупроводниковых гетероструктур // Известия вузов. Материалы электронной техники, 2016. Т. 19. № 2. С. 112–118.
- 5. Абгарян К. К., Ревизников Д. Л. Численное моделирование распределения носителей заряда в наноразмерных полупроводниковых гетероструктурах с учетом поляризационных эффектов // ЖВМ и МФ, 2016. Т. 56. № 1. С. 155–166.
- 6. Кини Р. Л., Райфа Х. Принятие решений при многих критериях предпочтения и замещения / Пер. с англ. М.: Радио и связь, 1981. 559 с. (Keeney R., Raiffa H. Decisions with Multiple Objectives: Preferences and Value Tradeoffs. N. Y.: Wiley, 1975).

- 7. Подиновский В. В. Введение в теорию важности критериев. М.: Физматлит, 2007. 64 с.
- Фишберн П. Теория полезности для принятия решений / Пер. с англ. М.: Наука, 1978.
   (Fishburn P. C. Utility Theory for Decision Making. N. Y.:Wiley, 1970).
- 9. *Осипова В. А., Алексеев Н. С.* Математические методы поддержки принятия решений. М.: ИНФРА-М, 2018. 151 с.
  - 10. Петровский А. Б. Теория принятия решений. М.: Академия, 2009. 391 с.