

**Математические правила поведения агентов (индивидуи,
домохозяйства, фирмы, банки и кредитный рынок)**

Индивиды

Минимально допустимая зарплата

Определение:

$$w_i^{\text{RW}}(t) = \frac{1}{T^{\text{RW}}} \sum_{t'=1}^{T^{\text{RW}}} w_i(t - t')$$

- $w_i^{\text{RW}}(t)$ — минимально допустимая зарплата индивида i .
- $w_i(\cdot)$ — его заработка в прошлые периоды.
- T^{RW} — окно усреднения.

Правило принятия предложения о работе:

индивидуум принимает предложение о работе $w_i^{\text{offer}}(t)$ $\Leftrightarrow w_i^{\text{offer}}(t) \geq w_i^{\text{RW}}(t)$.

Занятость и трудовой вклад индивида

Индивид i вносит трудовой вклад $H_i(t)$; фирма масштабирует его через фактор усилия φ^{WE} (см. раздел про фирмы).

Динамика участия:

Состояние i принадлежит множеству $I^E(t)$ (заняты), $I^U(t)$ (безработные) или I^N (неактивные). Движение индивидов между фирмами происходит через поиск фирмы с удовлетворительными условиями оплаты труда для каждого индивида.

Домохозяйства

Доход домохозяйства

$$Y_h(t) = \sum_{i \in I_h(t)} Y_i(t) + P_{\text{CPI}}(t) sb_h^O(t) \quad (1)$$

$$+ \sum_{p \in PR_h(t)} r_p(t) + (1 + \varepsilon) \varphi_{\text{FA}} W_h^{\text{OFA}}(t - 1). \quad (2)$$

- Доход домохозяйства формируется из: доходов индивидов, социальных поступлений индивидов, доходов от ренты и финансовых активов.

Целевое потребление: минимум, доля дохода, сглаживание

По каждой категории потребления s :

$$\hat{C}_{hs}(t) = \frac{c_s^{\text{CPI}}(t)}{1 + \tau_{\text{VAT}}} \max \left\{ (1 - \varphi_h^{\text{SR}}(t)) P_{\text{CPI}}(t) w^U(t), (1 - \varphi_h^{\text{SR}}(t)) Y^h(t), \varphi_{\text{CO}} \frac{1}{T_{\text{CO}}} \sum_{t'=1}^{T_{\text{CO}}} C_h(t-t') \right\}. \quad (3)$$

- Минимум: минимальное потребление на основе пособия по безработице w^U и прогнозируемого индекса потребительских цен (CPI).
- Доля прогнозируемого дохода $Y^h(t)$ с нормой сбережений $\varphi_h^{\text{SR}}(t)$.
- Сглаживание: кользящее среднее за T_{CO} периодов, умноженное на φ_{CO} .

Инвестиции домохозяйств

$$\hat{K}_{hs}(t) = \frac{k_s}{1 + \tau_{CF}} \varphi_h^{\text{IR}} Y^h(t). \quad (4)$$

Где:

- k_s — вес категории инвестиций (по межотраслевым таблицам IClO);
- τ_{CF} — налог на формирование капитала (Capital Formation Tax);
- φ_h^{IR} — параметр инвестиционной склонности домохозяйства;
- $Y^h(t)$ — доход домохозяйства в момент времени t .

Инвестиции домохозяйств интерпретируются как валовое накопление основного капитала, скорректированное на налоговые эффекты и структуру инвестиций по видам.

Кредитный спрос домохозяйств

$$\widehat{L}^h(t) = \psi_h^L Y^h(t) (1 - r(t)). \quad (5)$$

Где:

- $\widehat{L}^h(t)$ — желаемый объём заимствований домохозяйства в момент t ;
- ψ_h^L — параметр склонности к заимствованию;
- $Y^h(t)$ — доход домохозяйства;
- $r(t)$ — реальная процентная ставка по кредиту.

Рост дохода повышает кредитный спрос, а увеличение процентной ставки снижает его, отражая ограниченность заимствований при возрастании стоимости кредита.

Бюджетные ограничения: депозиты, долг, богатство

Депозиты:

$$W_h^D(t) = W_h^D(t-1) + \Delta W_h^D(t) - \sum_{I \in L_h(t)} \frac{V_I(t)}{m_I} + L_h^{\Delta C}(t) + L_h^{\Delta M}(t) \quad (6)$$

$$+ r(t)[W_h^D(t-1)]_+ - r_b^{H-O}(t)[W_h^D(t-1)]_- - \sum_{I \in L_h(t)} r_I V_I(t) - \tau_{\text{CF}} K_h(t). \quad (7)$$

Долг:

$$L_h(t) = L_h(t-1) - \sum_{I \in L_h(t)} \frac{V_I(t)}{m_I} + L_h^{\Delta C}(t) + L_h^{\Delta M}(t). \quad (8)$$

Чистое богатство и банкротство:

$$W_h^N(t) = W_h(t) - L_h(t), \quad \text{банкротство, если } W_h^N(t) < 0 \text{ и } W_h^D(t) < 0. \quad (9)$$

Фирмы

Производство: функция Леонтьева

Целевой выпуск с учётом ожиданий спроса $Q_f(t)$, запасов и ресурсных ограничений (идея):

$$\widehat{Y}_f(t) = \min \left\{ Q_f(t) + \varphi^{StY} Y_f(t-1) - S_f(t-1), \ Q_f(t) + \chi_H(H_f(t) - Q_f(t)), \ Q_f(t) + \chi_M(M_f(t) - Q_f(t)), \right.$$

Фактический выпуск:

$$Y_f(t) = \min \left\{ \widehat{Y}_f(t), \ H_f(t), \ M_f(t-1), \ K_f(t-1) \right\}. \quad (10)$$

Зарплаты и офферы

Индексация действующим работникам:

$$w_i(t) = (1 + \pi_{\text{PPI}}(t)) (1 + \mu_f^{\text{WN}}) \varphi^{\text{WE}} w_i(t-1), \quad (11)$$

где μ_f^{WN} накапливается при недонаборе труда.

Оффер кандидату i по предельному вкладу:

$$w_i(t) = (1 + \mu_f^{\text{WN}}) \varphi^{\text{WE}} \frac{\sum_{i' \in I_f(t-1)} w_{i'}(t-1)}{\sum_{i' \in I_f(t-1)} H_{i'}(t)} H_i(t). \quad (12)$$

Банки и кредитный рынок

Ставки по кредитам: модель ARDL/ECM

Для каждого типа кредита l :

$$\Delta r_l(t) = \varphi_{\text{EC}} (r_l(t-1) - \varphi_{\text{LR}} r(t)) + \sum_{j=1}^{p-1} \alpha_j \Delta r_l(t-j) + \sum_{j=0}^{q-1} \beta_j \Delta r(t-j) \quad (13)$$

$$+ \sum_{j=0}^{r-1} \gamma_j \Delta \pi_{\text{PPI}}(t-j) + \sum_{j=0}^{s-1} \delta_j \Delta \nu(t-j) + \mu + \varepsilon_t. \quad (14)$$

Факторы: ставка ЦБ $r(t)$ (долгосрочный пасс-тру), инфляция PPI, доля NPL ν .

Требования к заёмщикам: фирмы

Debt-to-Equity (предел суммы нового кредита V_I):

$$V_I(t) \leq \rho_{\text{DtE}} \left(\sum_s P_s(t) K_{fs}(t) - L_f(t-1) + [D_f(t-1)]_- + r_b^{F-O}(t) [D_f(t-1)]_- - \sum_{I \in L_f(t)} r_I V_I(t) \right). \quad (15)$$

Return-on-Equity:

$$V_I(t) \leq \sum_s P_s(t) K_{fs}(t) + D_f(t-1) - L_f(t-1) - \frac{\Pi_f(t)}{\rho_{\text{RoE}}}. \quad (16)$$

Return-on-Assets:

$$\frac{\Pi_f(t)}{L_f(t-1) + E_f(t-1)} \geq \rho_{\text{RoA}}. \quad (17)$$

Требования к заёмщикам: домохозяйства

Потребкредит (LTI):

$$V_I(t) \leq \rho_{\text{LTI-C}} \frac{Y_h(t-2) + Y_h(t-1)}{2} - L_h(t-1). \quad (18)$$

Ипотека:

$$\text{LTV: } V_I(t) \leq \frac{\rho_{\text{LTV}}}{1 - \rho_{\text{LTV}}} W_h^{\text{FA}}(t), \quad (19)$$

$$\text{LTI: } V_I(t) \leq \rho_{\text{LTI-M}} \frac{Y_h(t-2) + Y_h(t-1)}{2} - L_h(t-1), \quad (20)$$

$$\text{DSTI: } V_I(t) \leq \rho_{\text{DSTI}} \frac{Y_h(t-2) + Y_h(t-1)}{2} \frac{1 - (1 + r_I)^{-m_I}}{r_I}. \quad (21)$$

Ограничения предложения кредита и профит банка

Капитальное ограничение:

$$V_b^{\max}(t) = \frac{E_b(t-1)}{\rho_{\text{CAR}}} - \sum_{I \in L_b(t)} V_I(t). \quad (22)$$

Распределение квот по сегментам (схема):

$$\hat{V}_{bs}^F(t) \propto V_{bs}^F(0) \exp\{-\varphi_{CS} \nu_s^F(t-1)\},$$

$$\hat{V}_b^C(t) \propto V_b^C(0) \exp\{-\varphi_{CS} \nu^C(t-1)\},$$

$$\hat{V}_b^M(t) \propto V_b^M(0) \exp\{-\varphi_{CS} \nu^M(t-1)\},$$

$$V_b^{\max}(t) = \sum_s \hat{V}_{bs}^F(t) + \hat{V}_b^C(t) + \hat{V}_b^M(t).$$

Прибыль банка:

$$\Pi_b(t) = \sum_{I \in L_b(t)} r_I V_I + r_b^{F-O}(t) \sum_{f \in F_b(t)} [D_f(t)]_- + r_b^{H-O}(t) \sum_{h \in H_b(t)} [D_h(t)]_- \quad (23)$$

$$+ r(t)[R_b(t)]_+ - r(t) \left(\sum_{f \in F_b(t)} [D_f(t)]_+ + \sum_{h \in H_b(t)} [D_h(t)]_+ \right) - r(t)[R_b(t)]_- - I_b(t). \quad (24) \quad 13$$

Неплатежи и регуляторные показатели

Доли NPL:

$$\nu_s^F(t) = \frac{\sum_{f \in F'_s(t)} L_f(t)}{L_s^F(t)}, \quad \nu^C(t) = \frac{\sum_{h \in H'(t)} L_h^C(t)}{L^C(t)}, \quad \nu^M(t) = \frac{\sum_{h \in H'(t)} L_h^M(t)}{L^M(t)}. \quad (25)$$

Рынок жилья

Решения домохозяйства по жилью

Готовность платить при покупке:

$$P_h(t) = \varphi_{\text{HP}} \left(Y^h(t) \right)^{\beta_{\text{HP}}} e^{\varepsilon}. \quad (26)$$

Аренда инвесторов:

$$r_p(t) = (1 + \pi_{\text{RPI}}(t)) r_{V^*}(t), \quad r_p(t) \leftarrow (1 - e^\epsilon) r_p(t-1) \text{ с вероятностью } p_{\text{RM}}. \quad (27)$$

Индексация действующих аренд:

$$r_p(t) = (1 + \varphi_{\text{PIR}} \pi_{\text{CPI}}(t - T_{\text{PIR}})) r_p(t-1). \quad (28)$$

Общая структура взаимодействия

- Агенты: индивиды, домохозяйства, фирмы, банки, государство, центральный банк.
- Рынки: труда, товаров, кредита, жилья, финансовый.

Основная идея

Микроагенты действуют на локальных рынках, но через цепочки взаимодействий формируют макродинамику экономики. Агенты связаны через обмен ресурсами, товарами и обязательствами.

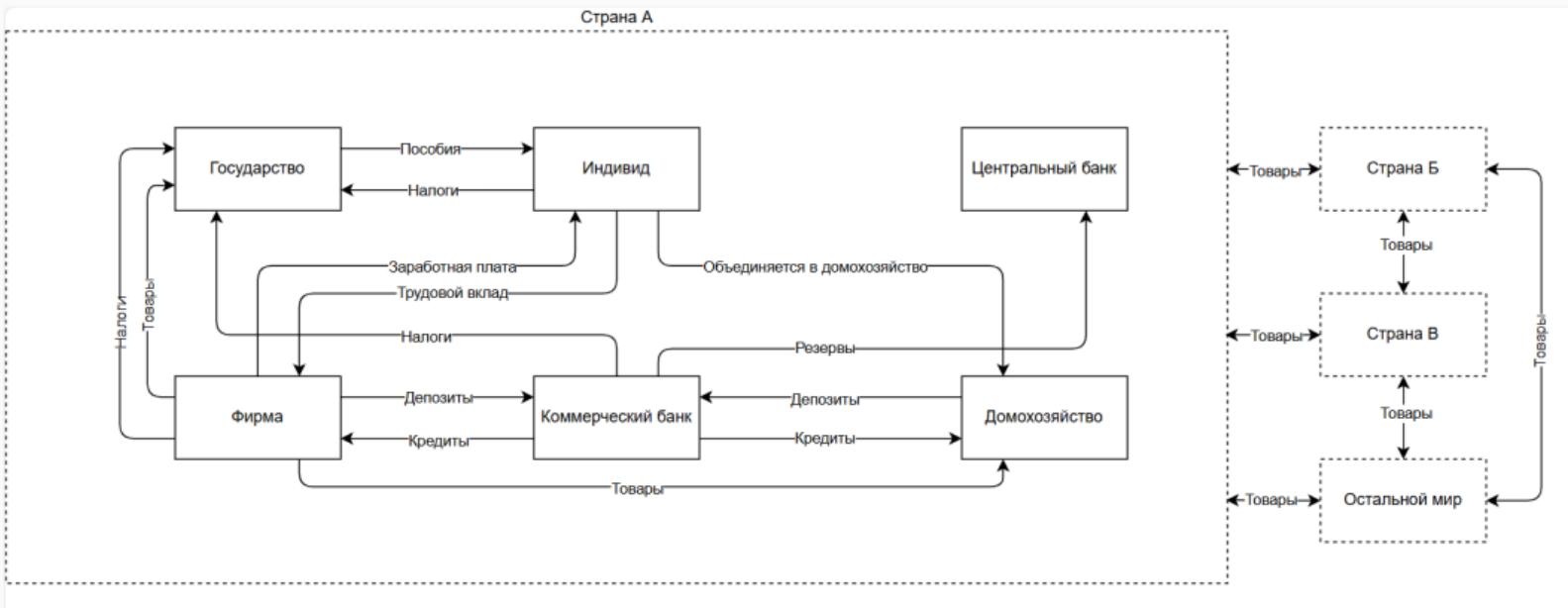


Рис. 1: Схема взаимодействия агентов

Данные: Объём и структура

Уровень	Характеристика и масштаб
Макроуровень	38 стран (члены OECD), временные ряды за 1990–2018 гг.
Мезоуровень	18 отраслей на страну (по таблицам ICIO), агрегированные межсекторальные потоки
Микроуровень	Десятки тысяч агентов (фирмы, домохозяйства, банки), каждый агрегирует ~1000 реальных субъектов
Источники данных	OECD, ECB, BIS, IMF, World Bank, Compustat, HFCS
Тип данных	Финансовые, производственные, поведенческие, демографические

Данные: макроуровень и финансы

Источник	Использование
OECD ICIO	Межотраслевые связи, структура производства
Eurostat / Accounts	ВВП, инфляция, безработица
ECB SDW	Политическая ставка, CPI/PPI, денежная масса
BIS	Банковские ставки, доля NPL, капитал

Используются при калибровке макропараметров и кредитного блока.

Данные: микроуровень и агенты

Источник	Использование
Compustat / Orbis	Финансовые балансы и метрики фирм (DtE, RoE)
HFCs (ECB)	Распределение доходов, активов и долгов домохозяйств
OECD / BIS Real Estate	Цены и арендные ставки жилья

Используются для инициализации агентов и сценариев кредитных ограничений.

Данные: Способы сбора информации

Этап	Содержание и источники
Инициализация агентов	Формирование стартовых балансов на основе HFCS, Compustat, BIS, OECD Real Estate, WB
Агрегация данных	Преобразование микроисточников до уровня симуляции (1 агент = 1000 субъектов)
Калибровка параметров	Байесовские методы (Neural Posterior / Density Ratio Estimation) по временным рядам 1990–2013 гг.
Проверка прогноза	Сравнение с наблюдаемыми агрегатами (ВВП, инфляция, инвестиции, потребление) за 2015–2018 гг.

Начальные условия

Инициализация экономики ($t = 0$)

- Все агенты получают стартовые состояния, согласованные с данными.
- Индивиды: начальная занятость, резервная зарплата $w_i^{RW,0}$.
- Домохозяйства: стартовый доход, долговая нагрузка, статус жилья.
- Фирмы: выпуск Y_f^0 , капитал K_f^0 , занятость H_f^0 .
- Банки: капитал E_b^0 , портфель кредитов, лимиты LTV/LTI/DSTI.
- Параметры: калиброваны байесовским методом на данных страновой статистики.

Пошаговый процесс симуляции

Цикл симуляции: шаг от t к $t+1$

1. Планирование (expectations and targets)
2. Рынок труда
3. Фаза политики и обновления ожиданий
4. Производство и ценообразование
5. Рынок жилья
6. Кредитный рынок
7. Глобальный рынок товаров
8. Финансовое закрытие и обновление состояний

1. Планирование (Planning phase)

- Фирмы прогнозируют спрос и устанавливают целевой выпуск:

$$\hat{Y}_f(t) = \min\{Q_f + \varphi^{S/Y} Y_{f,t-1} - S_{f,t-1},$$

$$Q_f + \chi_H(H_f - Q_f), \quad Q_f + \chi_M(M_f - Q_f), \quad Q_f + \chi_K(K_f - Q_f)\}.$$

- Коэффициенты $\chi_H, \chi_M, \chi_K \in [0, 1]$ отражают степень ограничения.
- Индивиды задают резервные зарплаты w_i^{RW} .
- Домохозяйства рассчитывают бюджеты потребления и потенциальный спрос на кредиты.
- Банки оценивают капитал и лимиты по новым займам.

2. Рынок труда (Labour market clearing)

- Увольнение «лишних» работников:

$$H_f(t) \rightarrow \hat{H}_f(t), \quad \Delta H_f^- \leq \gamma_F.$$

- Нанимают с ограничением скорости:

$$\Delta H_f^+ \leq \gamma_H (\hat{Y}_f - H_f(t-1)).$$

- Индивид принимает оффер, если:

$$w^{offer} \geq w_i^{RW}.$$

- После клиринга обновляются статусы занятости и фонд оплаты.

3. Фаза политики и обновления ожиданий

- Гос-сектор: перераспределение налогов и трансфертов (соцвыплаты реагируют на цикл).
- ЦБ: ставка устанавливается по правилу Тейлора.
- Домохозяйства: корректируют доходы и планы потребления.
- Ожидания: инфляция и спрос формируются по AR(1)-процессу.

4. Производство и ценообразование

- Фактический выпуск определяется ограничением по ресурсам:

$$Y_f(t) = \min\{\hat{Y}_f(t), H_f(t), M_f(t-1), K_f(t-1)\}.$$

- Цены индексируются на ожидаемую инфляцию и издержки.
- Обновляются запасы, производственные расходы и прибыль.

5. Рынок жилья

- Домохозяйства решают: покупать, арендовать или продавать.
- Цены и ренты индексируются инфляцией и доходностью активов.
- Сделки совершаются после проверки кредитоспособности.
- Неодобренные ипотеки аннулируют сделки покупки.

6. Кредитный рынок

- Порядок клиринга:
 1. краткосрочные кредиты фирм;
 2. долгосрочные кредиты фирм;
 3. потребительские кредиты домохозяйств;
 4. ипотека.
- Банки проверяют условия (CAR, LTV, LTI, DSTI).
- Агенты обходят случайные банки и выбирают лучшие ставки.
- Объём выдач ограничен капиталом и риском банка.

7. Глобальный рынок товаров

- Спрос и предложение агрегируются по странам.
- Матчинг покупателей и продавцов с вероятностью:

$$P_{match} \propto \exp(-\phi_{GM} P_f) \times Y_f.$$

- Приоритет у фирм с низкой ценой и большим выпуском.
- Остаточный спрос перераспределяется пропорционально.

8. Финансовое закрытие и переход к следующему периоду

- Рассчитываются прибыли и убытки фирм и банков.
- Выплачиваются проценты, налоги, дивиденды.
- Обновляются балансы, капиталы, депозиты и долги.
- Макропеременные (ВВП, инфляция, безработица) агрегируются.
- Состояния агентов сохраняются как $t + 1$, цикл повторяется.

Итоговая логика модели

Суть шага модели

(ожидания) → (рынки) → (производство) → (финансы) → $t + 1$

- Микродинамика агентов агрегируется в макрорезультаты.
- Структура шагов воспроизводит бизнес-цикл.
- На выходе — временные ряды ВВП, занятости, инфляции и т.д.