# МИНИСТЕРСТВО ОБРАЗОВАНИЯ РЕСПУБЛИКИ БЕЛАРУСЬ БЕЛОРУССКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ

Факультет прикладной математики и информатики

# Исследование операций

Отчет по лабораторной работе № 3

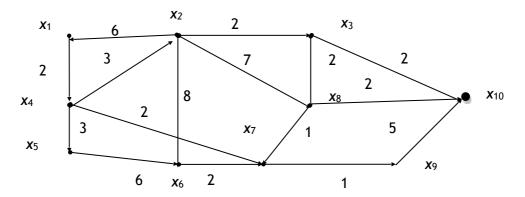
Подготовил

студент 3 курса 4 группы Иванчук Максим Юрьевич **Преподаватель** Исаченко А. Н.

# Задача №1 а)

### Условие:

Найти кратчайший путь от вершины  $x_1$  до вершины  $x_7$  в следующих графах:



## Решение:

| $x_1$        | $x_2$           | <i>x</i> <sub>3</sub> | <i>X</i> 4      | <i>x</i> <sub>5</sub> | <i>x</i> <sub>6</sub> | <i>X</i> 7            | <i>x</i> <sub>8</sub> | <b>X</b> 9      | X10             |
|--------------|-----------------|-----------------------|-----------------|-----------------------|-----------------------|-----------------------|-----------------------|-----------------|-----------------|
| $(0, x_1)^*$ | $(\infty, x_1)$ | $(\infty, x_1)$       | $(\infty, x_1)$ | $(\infty, x_1)$       | $(\infty, x_1)$       | $(\infty, x_1)$       | $(\infty, x_1)$       | $(\infty, x_1)$ | $(\infty, x_1)$ |
|              | $(\infty, x_1)$ | $(\infty, x_1)$       | $(2, x_1)^*$    | $(\infty, x_1)$       | $(\infty, x_1)$       | $(\infty, x_1)$       | $(\infty, x_1)$       | $(\infty, x_1)$ | $(\infty, x_1)$ |
|              | $(5, x_4)$      | $(\infty, x_1)$       |                 | $(5, x_4)$            | $(\infty, x_1)$       | (4, x <sub>4</sub> )* | $(\infty, x_1)$       | $(\infty, x_1)$ | $(\infty, x_1)$ |

Длина кратчайшего пути от  $x_1$  к  $x_7$  равна 4. Сам кратчайший путь от  $x_1$  к  $x_7$  :  $x_1 \rightarrow x_4 \rightarrow x_7$  .

# Задача №4 b)

#### Условие:

Определить кратчайшие расстояния между каждой парой вершин для графов со следующими матрицами расстояний:

#### Решение:

$$D^{0} = \begin{bmatrix} 0 & 11 & 2 & 8 & 11 & 11 \\ 11 & 0 & 5 & \infty & \infty & 1 \\ \infty & 5 & 0 & \infty & 2 & 1 \\ 2 & \infty & \infty & 0 & 2 & \infty \\ \infty & 9 & \infty & 2 & 0 & 7 \\ \infty & 1 & \infty & \infty & 7 & 0 \end{bmatrix}, \quad T^{0} = \begin{bmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 & 6 \\ 1 & 2 & 3 & 4 & 5 & 6 \\ 1 & 2 & 3 & 4 & 5 & 6 \\ 1 & 2 & 3 & 4 & 5 & 6 \\ 1 & 2 & 3 & 4 & 5 & 6 \\ 1 & 2 & 3 & 4 & 5 & 6 \end{bmatrix}$$

$$D^{1} = \begin{bmatrix} 0 & 11 & 2 & 8 & 11 & 11 \\ 11 & 0 & 5 & 19 & 22 & 1 \\ \infty & 5 & 0 & \infty & 2 & 1 \\ 2 & 13 & 4 & 0 & 2 & 13 \\ \infty & 9 & \infty & 2 & 0 & 7 \\ \infty & 1 & \infty & \infty & 7 & 0 \end{bmatrix}, \quad T^{1} = \begin{bmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 & 6 \\ 1 & 2 & 3 & 1 & 1 & 6 \\ 1 & 2 & 3 & 4 & 5 & 6 \\ 1 & 1 & 1 & 4 & 5 & 1 \\ 1 & 2 & 3 & 4 & 5 & 6 \\ 1 & 2 & 3 & 4 & 5 & 6 \end{bmatrix}$$

$$D^{2} = \begin{bmatrix} 0 & 11 & 2 & 8 & 11 & 11 \\ 11 & 0 & 5 & 19 & 22 & 1 \\ 16 & 5 & 0 & 24 & 2 & 1 \\ 2 & 13 & 4 & 0 & 2 & 13 \\ 20 & 9 & 14 & 2 & 0 & 7 \\ 12 & 1 & 6 & 20 & 7 & 0 \end{bmatrix}, \quad T^{2} = \begin{bmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 & 6 \\ 1 & 2 & 3 & 1 & 1 & 6 \\ 2 & 2 & 3 & 2 & 5 & 6 \\ 1 & 1 & 1 & 4 & 5 & 1 \\ 2 & 2 & 2 & 4 & 5 & 6 \\ 2 & 2 & 2 & 2 & 5 & 6 \end{bmatrix}$$

$$D^{3} = \begin{bmatrix} 0 & 7 & 2 & 8 & 4 & 3 \\ 11 & 0 & 5 & 19 & 7 & 1 \\ 16 & 5 & 0 & 24 & 2 & 1 \\ 2 & 9 & 4 & 0 & 2 & 5 \\ 20 & 9 & 14 & 2 & 0 & 7 \\ 12 & 1 & 6 & 20 & 7 & 0 \end{bmatrix}, \quad T^{3} = \begin{bmatrix} 1 & 3 & 3 & 4 & 3 & 3 \\ 1 & 2 & 3 & 1 & 3 & 6 \\ 2 & 2 & 3 & 2 & 5 & 6 \\ 1 & 3 & 1 & 4 & 5 & 3 \\ 2 & 2 & 2 & 4 & 5 & 6 \\ 2 & 2 & 2 & 2 & 5 & 6 \end{bmatrix}$$

$$D^{4} = \begin{bmatrix} 0 & 7 & 2 & 8 & 4 & 3 \\ 11 & 0 & 5 & 19 & 7 & 1 \\ 16 & 5 & 0 & 24 & 2 & 1 \\ 2 & 9 & 4 & 0 & 2 & 5 \\ 4 & 9 & 6 & 2 & 0 & 7 \\ 12 & 1 & 6 & 20 & 7 & 0 \end{bmatrix}, \quad T^{4} = \begin{bmatrix} 1 & 3 & 3 & 4 & 3 & 3 \\ 1 & 2 & 3 & 1 & 3 & 6 \\ 2 & 2 & 3 & 2 & 5 & 6 \\ 1 & 3 & 1 & 4 & 5 & 3 \\ 4 & 2 & 4 & 4 & 5 & 6 \\ 2 & 2 & 2 & 2 & 5 & 6 \end{bmatrix}$$

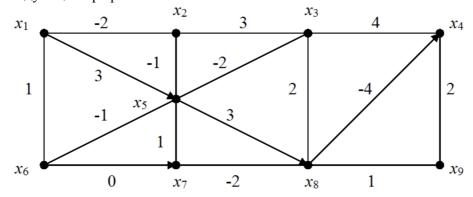
$$D^{5} = \begin{bmatrix} 0 & 7 & 2 & 6 & 4 & 3 \\ 11 & 0 & 5 & 9 & 7 & 1 \\ 6 & 5 & 0 & 4 & 2 & 1 \\ 2 & 9 & 4 & 0 & 2 & 5 \\ 4 & 9 & 6 & 2 & 0 & 7 \\ 11 & 1 & 6 & 9 & 7 & 0 \end{bmatrix}, T^{5} = \begin{bmatrix} 1 & 3 & 3 & 5 & 3 & 3 \\ 1 & 2 & 3 & 5 & 3 & 6 \\ 5 & 2 & 3 & 5 & 5 & 6 \\ 1 & 3 & 1 & 4 & 5 & 3 \\ 4 & 2 & 4 & 4 & 5 & 6 \\ 5 & 2 & 2 & 5 & 5 & 6 \end{bmatrix}$$

$$D^{6} = \begin{bmatrix} 0 & 4 & 2 & 6 & 4 & 3 \\ 11 & 0 & 5 & 9 & 7 & 1 \\ 6 & 2 & 0 & 4 & 2 & 1 \\ 2 & 6 & 4 & 0 & 2 & 5 \\ 4 & 8 & 6 & 2 & 0 & 7 \\ 11 & 1 & 6 & 9 & 7 & 0 \end{bmatrix}, T^{6} = \begin{bmatrix} 1 & 6 & 3 & 5 & 3 & 3 \\ 1 & 2 & 3 & 5 & 3 & 6 \\ 5 & 6 & 3 & 5 & 5 & 6 \\ 1 & 6 & 1 & 4 & 5 & 3 \\ 4 & 6 & 4 & 4 & 5 & 6 \\ 5 & 2 & 2 & 5 & 5 & 6 \end{bmatrix}$$

Задача №2 а)

## Условие:

Найти кратчайшие расстояния от вершины  $x_1$  до всех остальных вершин в следующих графах:



### Решение:

| $\begin{array}{cccccccccccccccccccccccccccccccccccc$   |     |
|--|-----|
| -2 0 3 ∞ -1 ∞ ∞ ∞ ∞ -2 -2 -6 -6 -6 -10 -10 -14 -14  ∞ 3 0 4 -2 ∞ ∞ 2 ∞ ∞ 1 -5 -5 -9 -9 -13 -13  ∞ ∞ 4 0 ∞ ∞ ∞ ∞ 2 ∞ ∞ 2 ∞ ∞ 2 -5 -7 -10 -12 -14  |     |
| ∞       3       0       4       -2       ∞       ∞       2       ∞       ∞       1       -5       -5       -9       -9       -13       -13         ∞       ∞       4       0       ∞       ∞       ∞       2       ∞       ∞       2       -5       -7       -10       -12       -14 | -16 |
| ∞ ∞ 4 0 ∞ ∞ ∞ ∞ 2 ∞ 2 -5 -7 -10 -12 -14  | -18 |
|  | -17 |
| ∞ -1 -2 ∞ 0 -1 1 3 ∞ 3 -3 -3 -7 -7 -11 -11 -15   | -16 |
|  | -15 |
| 1 ∞ ∞ ∞ -1 0 0 ∞ ∞ 1 1 -4 -4 -8 -8 -12 -12   | -16 |
| ∞ ∞ ∞ ∞ 1 0 0 -2 ∞ ∞ 1 -2 -4 -6 -8 -10 -12   | -14 |
| ∞ ∞ 2 -4 ∞ ∞ -2 0 1 ∞ 6 0 -3 -6 -8 -10 -12   | -14 |
| ∞ ∞ ∞ 2 ∞ ∞ 1 0 ∞ ∞ 7 1 -2 -5 -8 -10   | -12 |
| 1 (0,x1 (-2,   |     |

| 2       (-4,x 2) (-2, x1)       (-1,x 2) (-1,x 2)       (-1,x 2) (-1,x 2)<   |   |   |   |   |   |       |   |   |   |     |  |  |  |  |
|--|---|---|---|---|---|-------|---|---|---|-----|--|--|--|--|
| 3       2)       x1)       x5)       8)       x2)       x5)       x5)       5)       8)       (-6, 1.5)       (-6, 1.5)       (-4, 1.7)       (-4, 1.7)       (-4, 1.7)       (-4, 1.7)       (-4, 1.7)       (-4, 1.7)       (-4, 1.7)       (-4, 1.7)       (-4, 1.7)       (-4, 1.7)       (-4, 1.7)       (-4, 1.7)       (-4, 1.7)       (-4, 1.7)       (-4, 1.7)       (-4, 1.7)       (-4, 1.7)       (-4, 1.7)       (-6, 1.7)       (-6, 1.7)       (-7, 1.7)       (-8, 1.7)       (-6, 1.7)       (-10, 1.7)       (-7, 1.7)       (-8, 1.7)       (-6, 1.7)       (-10, 1.7)       (-11, 1.7)       (-8, 1.7)       (-8, 1.7)       (-17, 1.7)       (-10, 1.7)       (-11, 1.7)       (-11, 1.7)       (-10, 1.7)       (-10, 1.7)       (-10, 1.7)       (-10, 1.7)       (-10, 1.7)       (-10, 1.7)       (-12, 1.7)  | 2 |   |   |   | ∞ |       |   |   |   | ∞   |  |  |  |  |
| 4       x2)       x1)       x5)       x8)       x3)       x5)       x6)       x3)       8)       (-12, -10)       (-10)       (-9, -7, -7)       (-8, -7, -8)       (-6, -6, -6, -7)       (-6, -7, -8)       (-7, -8, -8)       (-12, -8, -8)       (-12, -10)       (-10, -11)       (-8, -8, -8)       (-8, -8, -7)       (-8, -7, -8)       (-10, -11)       (-10, -11)       (-10, -11)       (-10, -11)       (-10, -10)   | 3 |   | l |   |   | 1 ' ' |   |   |   |     |  |  |  |  |
| 5       2)       ,x1)       x5)       x8)       x3)       x5)       x5)       x7)       x4)         6       (-12, x1)       (-10, x2)       (-10, x2)       (-10, x2)       (-11, x2)       (-12, x2)       (-14, x1)       (-12, x2)       (-11, x2)       (-11, x2)       (-10, x2)  | 4 | 1 |   |   |   | ` '   |   |   |   | ' ' |  |  |  |  |
| 8       (-16, x2) x1, x5, x5, x5, x6, x8, x3, x5, x6, x7, x4       (-12 (-14 (-13 (-12 (-11 (-12 (-10 (-12 (-10 (-12 (-10 (-12 (-10 (-12 (-10 (-12 (-10 (-12 (-10 (-12 (-10 (-12 (-10 (-14 (-13 (-14 (-15 (-14 (-15 (-15 (-15 (-15 (-15 (-15 (-15 (-15   | 5 |   | l |   |   | ` ′   |   |   |   |     |  |  |  |  |
| 7       x2)       ,x1)       ,x5)       ,x8)       ,x3)       ,x5)       ,x7)       x4)         8       (-16, (-14, (-13, (-14, (-13, (-14, (-15, (-12, (-12, (-12, (-12, (-12, (-12, (-12, (-12, (-12, (-12, (-14 | 6 |   |   |   |   |       |   |   |   | 1 ' |  |  |  |  |
| 8 x2) ,x1) ,x5) ,x8) ,x3) ,x5) ,x6) ,x7) ,x4)  | 7 |   | ` | , | , | 1 '   | , | , | ' | ` ' |  |  |  |  |
|  | 8 |   |   |   |   | 1 '   |   | ` | ' | `   |  |  |  |  |
|  | 9 |   | l |   |   | 1 '   | , | , | , | `   |  |  |  |  |