

# Homework 7

Alex Day

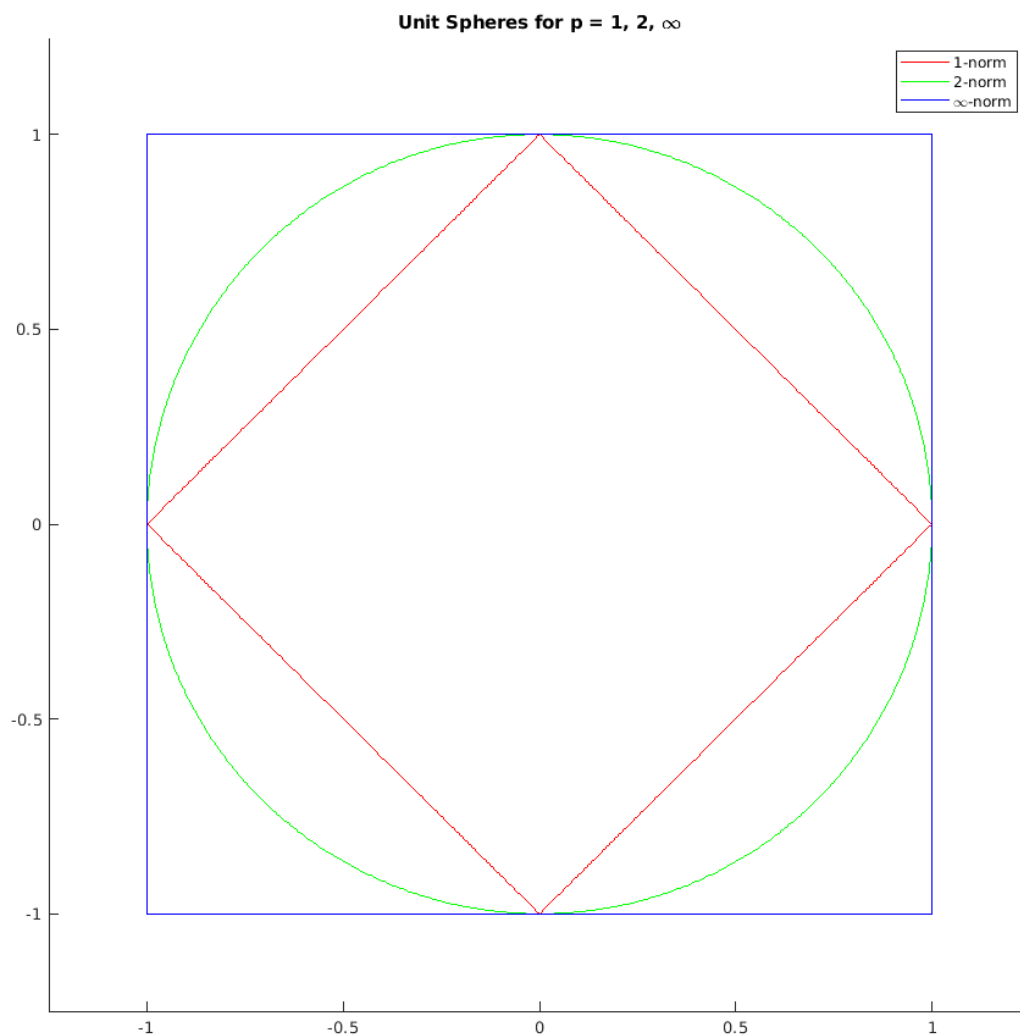
Analysis of Linear Systems

September 21, 2021

3

$$\begin{aligned}\|A \circ B\|_{X,Y} &:= \sup_{x \neq \odot_X} \frac{\|A \circ B(x)\|_Y}{\|x\|_X} \\ &\leq \sup_{x \neq \odot_X} \|A\|_{X,Y} \frac{\|B(x)\|_Y}{\|x\|_X} \\ &\leq \|A\|_{X,Y} \sup_{x \neq \odot_X} \frac{\|B(x)\|_Y}{\|x\|_X} \\ &\leq \|A\|_{X,Y} \|B\|_{X,Y}\end{aligned}$$

5a.



5b.

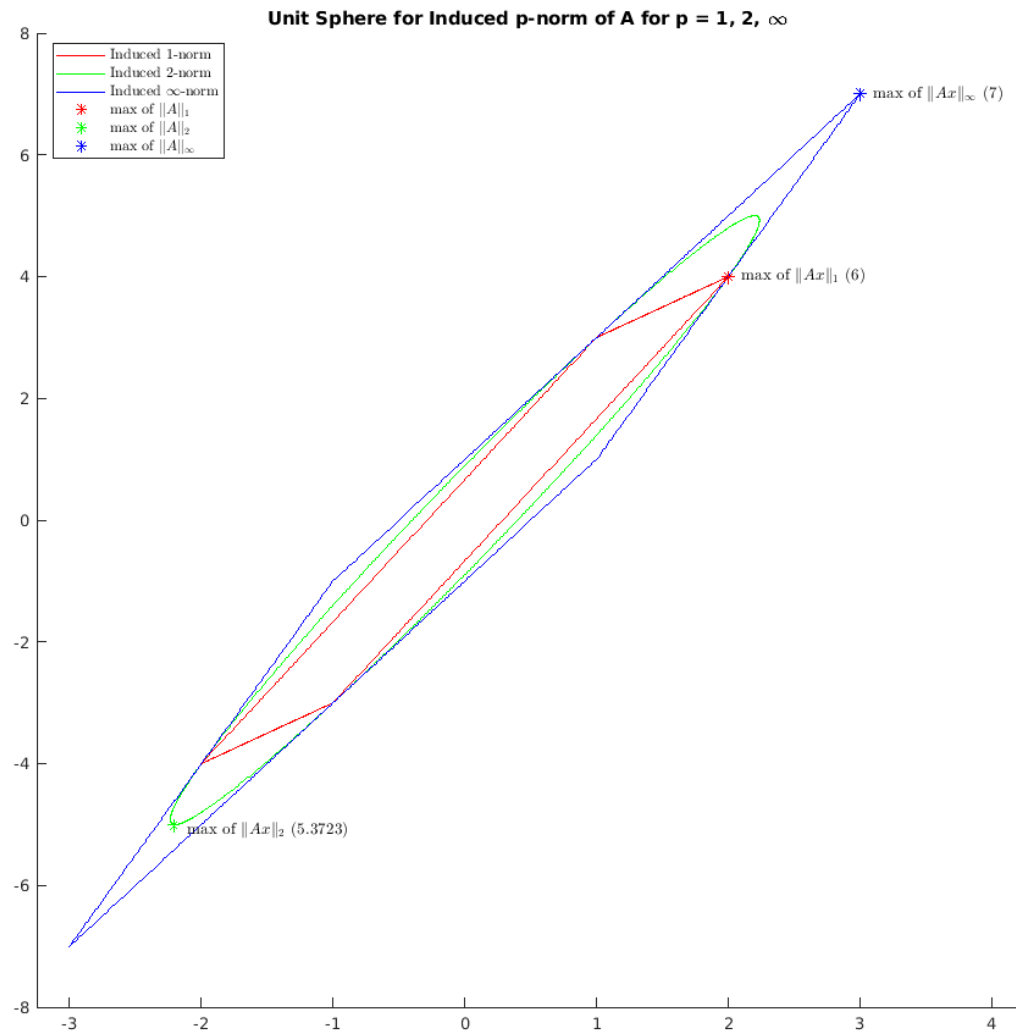
$$A = \begin{bmatrix} 1 & 2 \\ 3 & 4 \end{bmatrix}$$

$$\|A\|_1 = \max_{j=1,2} \sum_{i=1}^n |a_{ij}| = 6$$

$$\|A\|_2 = \max_{i=1,2} \sqrt{\lambda_i(A^*A)} = 5.3723$$

$$\|A\|_\infty = \max_{i=1,2} \sum_{j=1}^n |a_{ij}| = 7$$

5c.



6e.

$$A=\begin{bmatrix}1&4&2&5\\8&4&3&1\end{bmatrix}$$

$$y = Ax$$

$$\|Ax\|_Y \leq \alpha \|x\|_X$$

$$\|Ax\|_Y \leq \|A\|_{X,Y} \|x\|_X$$

$$\|Ax\|_2 \leq \|A\|_{\infty,2} \|x\|_\infty$$

$$\|A\|_{\infty,2} := \max_{\|\hat{x}_\infty\|=1} \|A\hat{x}\|_2 = 20 \qquad \text{(calculated by brute force using MATLAB)}$$

$$\alpha = 20$$