ОЦІНКА АДЕКВАТНОСТІ І ТОЧНОСТІ ТРЕНДОВИХ МОДЕЛЕЙ

Незалежно від того як ми будували модель питання про можливість застосування її для аналізу і прогнозування економічних показників можливе тільки після встановлення адекватності її.

Адекватність моделі еквівалентна таким вимогам до випадкової залишкової величини:

1. випадковість коливань рівнів залишкової величини;
2. відповідність розподілу випадкової залишкової величини нормальному закону розподілу;
3. рівність математичного сподівання випадкової залишкової величини нулю;
4. незалежність значень рівнів випадкової залишкової величини;

Розглянемо кожну вимогу окремо.

1. Перевірка випадковості коливань рівнів залишкової величини.

Для перевірки випадковості $\varepsilon_t = y_t - \hat{y}_t \ (t = \overline{1, n})$ можна скористатися розглянутими раніше тестами: критерій серій, заснований на медіані; критерій піків і критерій Аббе.

2. Перевірка відповідності розподілу випадкової компоненти нормальному розподілу.

Критерій Девіда-Хартлі-Пірсона (RS-критерій)

Критерій нормальності розподілу ймовірності випадкової величини, грунтується на розподілу відношення розкиду до стандартного відхилення.

Статистика критерія має вигляд $U = \frac{R}{S}$, де $R = y_{max} - y_{min}$, s - стандартне відхилення.

Гіпотеза нормальності приймається, якщо $U_1(\alpha) < U < U_2(\alpha)$ (α - рівень знагущості).

Критерій нормальності Фроціні

Фроціні запропонував простий, але достатньо потужний критерій нормальності з параметрами, що оцінюються за вибіркою, і грунтується на статистиці

$$B_n = \frac{1}{\sqrt{n}} \sum_{i=1}^{n} \left| \Phi(z_i) - \frac{i - 0.5}{n} \right|,$$

де $z_i = \frac{y_i - \bar{y}}{s}$; $\bar{y} = \frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n} y_i$; $s^2 = \frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n}(y_i - \bar{y})^2$; $\Phi(z_i)$ - функція розподілу $N(0, 1)$.

Критичні значення статистики B_n наведені в таблиці

Якщо $B_n < B_n(\alpha)$, то гіпотеза про нормальність розподілу випадкових величин не відхиляється.

3. Перевірка рівності математичного сподівання випадкової компоненти нулю.

Якщо випадкова величина розподілена за нормальним законом, то перевірку на нормальність здійснимо за допомогою t-критерія Стюдента. Розрахункове значення цього критерія розраховується за формулою

$$t_{\text{ст}} = \frac{\bar{\varepsilon} - 0}{S_\varepsilon}\sqrt{n},$$

де $\bar{\varepsilon}$ - середнє арифметичне значення рівнів залишкової послідовностей ε_t, S_ε - стандартне відхилення для цієї послідовності.

Якщо $t_{\text{ст}} < t_{\text{кр}} = t(\alpha; n{-}1)$, то гіпотеза про рівність нулю математичного сподівання випадкової послідовності приймається, в іншому випадку модель вважається неадекватною.

4. Перевірка незалежності значень рівнів випадкової компоненти.

Якщо між залишками існує авторегресійний процес першого порядку, тобто

$$\varepsilon_t = \rho\varepsilon_{t-1} + u_t, \text{ де } |\rho| < 1, M(u_t) = 0 \text{ для всіх } t,$$

то його можна виявити за допомогою тесту Дарбіна-Уотсона.

Алгоритм тесту Дарбіна-Уотсона

1. Формулюються гіпотези.

$$H_A : \rho \neq 0, \text{ присутня автокореляція},$$

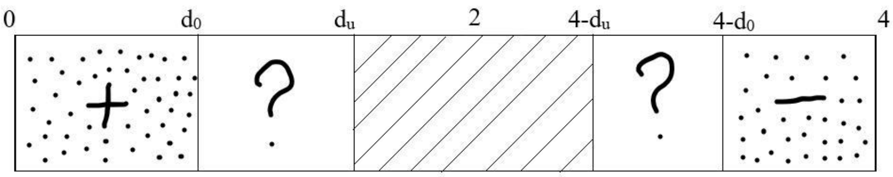
$$H_0 : \rho = 0, \text{ відсутня автокореляція},$$

2. Задаємо рівень знагущості α.
3. Розраховуємо $d_{\text{ст}}$ за формулою.

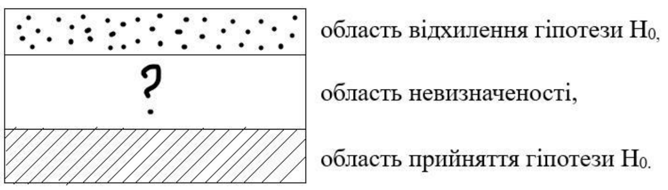
$$d_{\text{ст}} = \frac{\sum_{i=1}^{n}(\varepsilon_i - \varepsilon_{i-1})^2}{\sum_{i=1}^{n}\varepsilon_i^2},$$

Параметр $d_{\text{ст}}$ належить проміжку $[0;4]$. Так як тест двосторонній, $d_{\text{кр}}$ знаходимо за ТАБЛИЦЯМИ при $\alpha_i = \frac{\alpha}{2}$.

4. Нижче представлено області прийняття рішень при d - тесті нульової гіпотези $H_0 : \rho = 0$.



Умовні значення:



Якщо $d_{\text{ст}}$ попадає в область невизначеності, то приймається гіпотеза про наявність автокореляції, хоча вона може бути і відсутня. Так як тест Дарбіна-Уотсона може виявити автокореляцію тільки першого порядку, а вона може бути і вищих порядків, і має області невизначеності, то краще користуватись тестом серій Бреуша-Годфрі.

Тест Бреуша-Годфрі

Нехай існує автокореляція залишків p-го порядку, тобто

$$\varepsilon_t = \alpha_1\varepsilon_{t-1} + \alpha_2\varepsilon_{t-2} + ... + \alpha_p\varepsilon_{t-p} + u_t, \qquad (*)$$

де u_t - залишок у виписаному регресійному рінянні. Методом найменших квадратів оцінюємо коефіцієнти α_i. Якщо модель (*) значимо відрізняється від нуля, то існує автокореляція. Для визначення значущості моделі розрахуємо $F_{\text{ст}} = \frac{\hat{\varepsilon}^T\hat{\varepsilon}(W-2p)}{\hat{u}^T\hat{u}(p-1)}$, де $\hat{\varepsilon}$ - оцінені значення залишків, а $\hat{u}_i = \varepsilon_i - \hat{\varepsilon}_i$. Якщо $F_{\text{ст}} < F_{\text{к}} = F(\alpha; p-1; n-2)$, то модель (*) значимо відрізняється від нуля. На практиці найчастіше $p = 1, 2, 3$ або 4