Projekt 2:

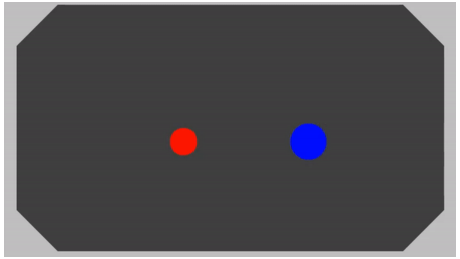
Vollständig elastische, teilelastische und vollständig inelastische Stöße zweier Massen in der Ebene

SoSe 2024
Mathematik und Simulation, Seminar
Uwe Hahne

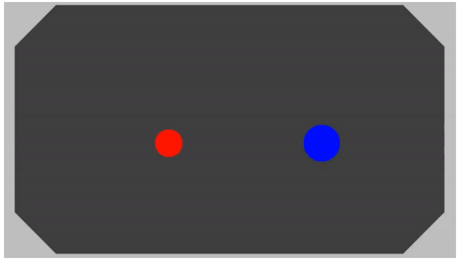
von: Julian Matheis, Alexander Flach

vollständig elastischer, teilelastischer und vollständig inelastischer Stoß

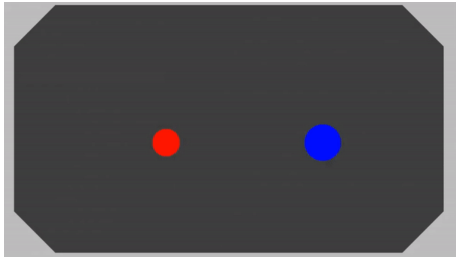
vollständig elastisch:
Impuls und Energie bleiben erhalten



teilelastisch:
ein Teil der Energie bleibt erhalten



vollständig inelastisch:
nur Impuls bleibt erhalten



Impulserhaltung

Für zwei Bälle der Massen m_1 und m_2 , die mit den Geschwindigkeiten v_1 und v_2 aufeinander stoßen gilt:

$$m_1 v_1 + m_2 v_2 = m_1 v'_1 + m_2 v'_2$$

D.h., der Gesamtimpuls vor und nach dem Stoß bleibt gleich.

Restitutionskoeffizient k

$$k = \frac{v`_2 - v`_1}{v_1 - v_2}$$

dabei gilt:

1. k = 0 : vollkommen inelastischer Stoß
2. k = 1 : vollkommen elastischer Stoß
3. 0<k<1: teilelastischer Stoß

v_1 und v_2 Geschw. vor Stoß, v'_1 und v'_2 Geschw. nach Stoß

Herleitung der Geschwindigkeit nach dem Stoß

Formel für k nach v'_2 auflösen:

$$v`_2 = v`_1 + k(v_1 - v_2)$$

Diese Gleichung setzen wir in die Impulserhaltungsgleichung ein:

$$m_1 v_1 + m_2 v_2 = m_1 v'_1 + m_2 (v`_1 + k(v_1 - v_2))$$

Vereinfachen:

$$m_1 v_1 + m_2 v_2 = m_1 v'_1 + m_2 v`_1 + m_2 k(v_1 - v_2)$$

$$m_1 v_1 + m_2 v_2 = (m_1 + m_2) v`_1 + m_2 k(v_1 - v_2)$$

Herleitung der Geschwindigkeit nach dem Stoß

Auf v'_1 auflösen:

$$v`_1 = \frac{m_1 v_1 + m_2 v_2 - m_2 k(v_1 - v_2)}{m_1 + m_2}$$

analog erhält man so:

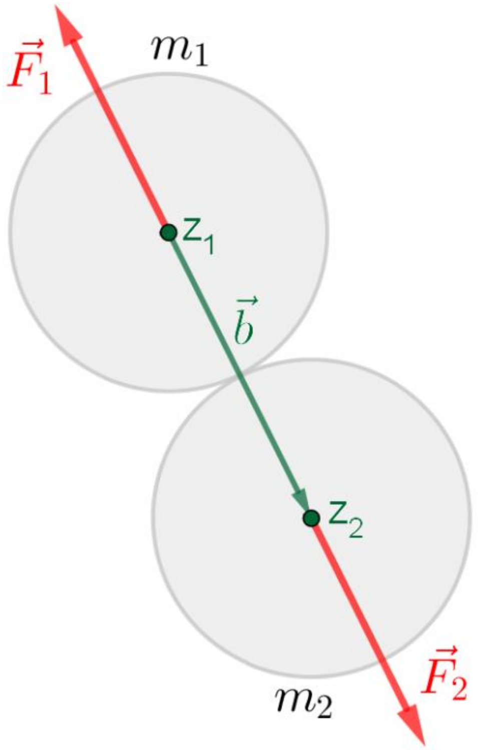
$$v`_2 = \frac{m_1 v_1 + m_2 v_2 + m_1 k(v_1 - v_2)}{m_1 + m_2}$$

Stoß zweier Massen

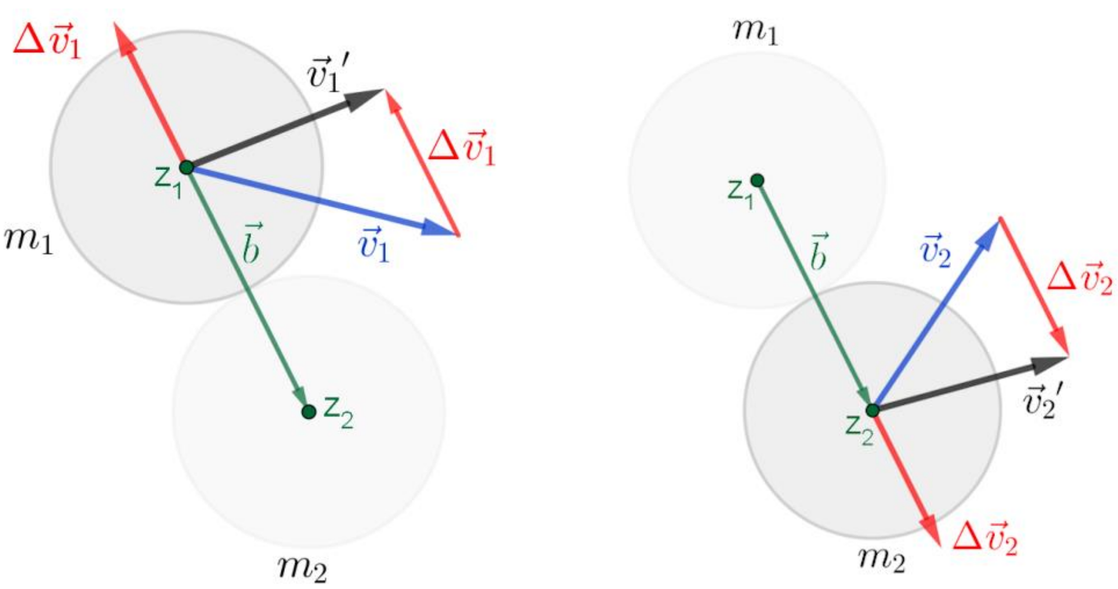
- Kräfte wirken nur entlang der Geraden durch die Körpermitten

- 3. Newton'sche Gesetz:

$$F_1 = -F_2$$



Stoß zweier Massen



$\vec{b}$ = Verbindungsvektor von m_1 m_2nd

$\vec{v}_1$ = Ausgangsgeschw. von m_1

$\vec{v}_2$ = Ausgangsgeschw. von m_2

$\vec{v}`_2$ = neue Geschw. von m_1

$\vec{v}`_1$ = neue Geschw. von m_2

Quelle: Projekt 2: elastische, inelastische, teilelastische Stöße - Schneider

Herleitung der Geschwindigkeit nach dem Stoß an der Bande

$$\overline{v} = \overline{v_{||}} + \overline{v_{\perp}} \qquad | - \overline{v_{\perp}}$$

$$\overline{v_{||}} = \overline{v} - \overline{v_{\perp}}$$

mit Skalarprodukt ergibt sich für $v_{\perp}$:

$$v_{\perp} = (\overline{v} - \overline{n})\ \overline{n}$$

Bei der Reflexion an der Bande wird nur der Teil von $v_{\perp}$ umgekehrt:

$$\overline{v`_{\perp}} = -\overline{v_{\perp}} = -(\overline{v} \cdot \overline{n})\ \overline{n}$$

$\overline{n}$ ist der normierte Normalenvektor der Bande

Herleitung der Geschwindigkeit nach dem Stoß an der Bande

Daraus ergibt sich für die Geschwindigkeit nach der Reflexion:

$$\overline{v`}=\overline{v_{||}}+\overline{v`_{\perp}}$$

Wir setzen $\overline{v_{||}}$ $\overline{v`_{\perp}}$ d ein

$$\overline{v`}=(\overline{v}-\overline{v_{\perp}})+\overline{v`_{\perp}}$$

$$\overline{v`}=(\overline{v}-(\overline{v}\cdot\overline{n})\,\overline{n})+(-(\overline{v}\cdot\overline{n})\,\overline{n})$$

$$\overline{v`}=\overline{v}-(\overline{v}\cdot\overline{n})\,\overline{n}-(\overline{v}\cdot\overline{n})\,\overline{n}$$

$$\overline{v`}=\overline{v}-2(\overline{v}\cdot\overline{n})\,\overline{n}$$

Umsetzung