

## Вступ

Дискретна математика є розділом математики, що зародилася в давні часи. Її відмінністю є дискретність, тобто антипод неперервності. Дискретна математика включає традиційні розділи: математичну логіку, алгебру, теорію чисел, теорію множин, теорію графів, автоматів та граматики. У більш як двотисячорічній історії дискретної математики сучасний період є одним із найінтенсивніших періодів її розвитку: дуже швидко розширюється сфера застосування, інтенсивно зростають обсяги нової інформації та кількість нових результатів. Якщо ще порівняно недавно ця наука була сферою інтересів лише вузького кола фахівців, то тепер вона перетворюється на наукову дисципліну, дуже важливу і потрібну для багатьох.

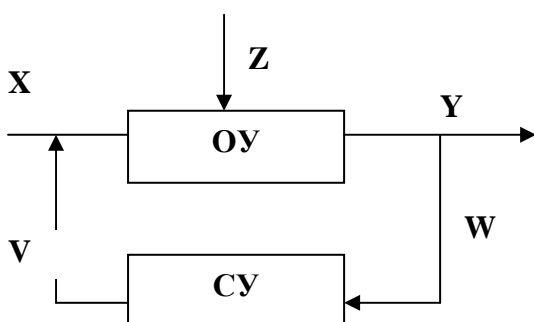
Основу сучасних швидкісних та якісних технологій обробки інформації становлять комп'ютери – від персональних до суперЕОМ. Подання інформації до ЕОМ дискретне і її обробка складається з послідовностей елементарних перетворень тих чи інших інформаційних одиниць (слів, літер, цифр тощо). Отже, фундаментальною ідеєю щодо відображення реального світу у комп'ютері є ідея дискретизації об'єктів. Для ефективної роботи на комп'ютері необхідно навчитися будувати моделі реальних об'єктів та процесів їх перетворення. Досить часто такими моделями можуть бути конструкції дискретної математики, такі як алгебра, формула, автомат, граф, алгоритм тощо.

В 60-х роках 20 ст. впровадження обчислювальної техніки до сфери управління, проектування та обробки інформації призвело до створення автоматизованих систем управління (АСУ) та проектування (САПР). Поступово склалася ціла практична та теоретична галузь науки і техніки – розробка та запровадження АСУ різних типів, САПР, автоматизованих інформаційних систем, зокрема інформаційно-пошукових, інформаційно-довідкових та інших. Поступово до 80-х років нова галузь була поставлена на солідну наукову основу, оформилась організаційно.

Створення автоматизованих систем обробки інформації та управління базувалося на трьох принципах:

- 1) кібернетичному (Норберта Вінера): “сутність принципу управління в тому, що рух і дія великих мас або передача великих кількостей енергії спрямовуються і контролюються за допомогою невеликих кількостей енергії, що несуть інформацію”.
- 2) модельному: в системі управління певним об'єктом створюється аналог об'єкту управління, який називається моделлю. Керуючий вплив відпрацьовується на моделі і реалізується потім на об'єкті управління.
- 3) алгоритмічному: вибір керуючого впливу, реалізація якого приносить найкращі в певному сенсі наслідки функціонування об'єкту управління, формулюється у вигляді проблеми. Вирішення проблеми подається у вигляді алгоритму – такої схеми виконання операцій на моделі, результатом реалізації якої є керуючий вплив, що приносить бажані наслідки. Реалізація алгоритму виконується комп'ютером, що виконує програму (процедуру), яка є записом алгоритму на мові програмування.

Реалізація вище згаданих принципів пов'язана з реалізацією за допомогою комп'ютерної техніки схеми управління із зворотнім зв'язком:



На схемі застосовані такі скорочення: ОУ – об'єкт управління; СУ – система управління; X – вхідні потоки; Y – вихідні потоки; W – інформація про стан ОУ; V – керуючий вплив; Z – вплив збурення.

Автоматизовані системи управління, таким чином, є комп'ютеризованими системами, функціонування яких здійснюється у вигляді процесу реалізації системи алгоритмів, послідовність виконання яких залежить від стану об'єкту

управління.

Дискретна математика забезпечує системотехніка засобами й методами реалізації кожного з етапів кібернетичного підходу.

Головне завдання дисципліни - сформувані математичний фундамент освіти інженера-системотехніка, а також прищепити вміння цілеспрямовано добудовувати його знаннями, одержаними на інших курсах.

### **Поняття “дискретності”**

Інформація про різні природні явища та технологічні процеси сприймається людиною у вигляді тих або інших полів, які математично подаються за допомогою функцій вигляду

$$y = f(x, t),$$

де  $y$  – значення поля в цій точці,  $x$  – точка, в якій воно вимірюється,  $t$  – час. При вимірюванні поля у фіксованій точці  $x=a$  функція  $f(x, t)$  вироджується у функцію часу  $y(t) = f(a, t)$ .

Здебільшого всі скалярні величини, що входять у співвідношення  $y = f(x, t)$  (тобто  $t$ ,  $y$  і координати точки  $x$ ), можуть набувати неперервного ряду значень дійсних чисел. Під неперервністю розуміють те, що величини, які розглядаються, можуть змінюватися будь-якими дрібними кроками. Подану таким способом інформацію прийнято називати неперервною або аналоговою.

Якщо стосовно тієї самої інформації про поле  $y = f(x, t)$  зафіксувати деякі значення кроків усіх скалярних величин, які її характеризують, то дістанемо дискретне подання інформації (дискретну інформацію). Оскільки точність вимірювань завжди обмежена, навіть маючи справу з неперервною інформацією, людина сприймає, а ЕОМ зберігає її у дискретному вигляді. Проте будь-яка неперервна інформація може бути апроксимована (знайдені її наближені значення) дискретною інформацією з будь-якою точністю, тому можна говорити про універсальність дискретної форми подання інформації.

Крім того, результати вимірювань будь-яких скалярних величин подаються, зрештою, в числовому вигляді, а оскільки при заданій точності вимірювань ці числа є кінцевими наборами цифр (із комою або без неї), дискретну форму подання інформації часто ототожнюють із цифровою.

### **Структура курсу**

Дисципліна складається з наступних розділів:

#### **1. Теорія множин**

В цьому розділі розглядається фундаментальне поняття множини. Наводяться операції над множинами, різні типи множин та їх властивості, детально описується окремий тип множин – відношення, функціональні відображення та їх властивості. Матеріал розділу використовується для моделювання структури та функціонування багатьох об'єктів управління, формується математичний апарат інших дисциплін спеціальності (“Схемотехніка”, “Основи баз даних та знань” та інших).

#### **2. Алгебри**

В цьому розділі розглянуті уявлення про алгебраїчний підхід і поняття алгебраїчної системи, досліджені властивості деяких типів алгебраїчних систем, зокрема, алгебр з однією та двома операціями, числових алгебр, ґраток.

#### **3. Математична логіка**

Логіка – є могутнім засобом для вирішення задач людиною. Математична логіка – спроба формально описати ці засоби та застосовувати їх до будь-яких областей із реального світу. Двійкова логіка є одним із центральних питань у комп'ютерних науках через те, що інформація у сучасних ЕОМ представлена саме у двійковому вигляді. Цей розділ присвячено опису різних типів логічних функцій, що приймають значення 0 або 1, наводиться поняття формули та різних нормальних форм із засобами зведення будь-якої логічної формули до них. Особливо важливим елементом розділу є теорема повноти.

#### **4. Логічні числення**

Цей розділ є “логічним” продовженням попереднього. В ньому наводяться системи числень висловлювань та предикатів, які дозволяють формально вірно (тобто із збереженням логічного слідування) отримувати нові результати із вже існуючих даних. Для використання у комп’ютерах математичної логіки у розділі також описуються основи автоматичного доведення теорем.

#### 5. Комбінаторика

Комбінаторика є дуже важливим розділом як дискретної математики, так математичних наук взагалі. Методи, які вивчаються в цьому розділі, закладають підґрунтя до багатьох важливих напрямків комп’ютерних наук: важкорозв’язувані задачі, оцінка складності задач та алгоритмів. Логічним продовженням цього розділу постає великий за обсягом та значенням курс «Теорія ймовірностей та математична статистика».

#### 6. Кодування

Кодування є пронизуючою ниткою інформаційних технологій і є центральним питанням при вирішенні самих різних задач: представлення даних будь-якої природи (наприклад, тексту, чисел, графіки) у пам’яті комп’ютера, захист інформації від несанкціонованого доступу, забезпечення вадостійкості під час передачі даних по каналах зв’язку, пакування інформації у базах даних. У розділі розглядаються різні типи кодування та їх алгоритми, а також найпоширеніші алгоритми криптографії.

#### 7. Теорія графів

Теорія графів надає дуже зручний математичний апарат для опису програмних та багатьох інших моделей. Величезна кількість задач, які постають в рамках комп’ютерних наук, можуть бути вдало представлені, а потім і вирішені засобами теорії графів. Особливо важливим є наявність графічної інтерпретації поняття графа, що надає ще більшої зручності, а відтак, і привабливості цій теорії. В розділі розглядаються різні типи графів та їх властивості, алгоритми пошуку в графах. Окремими випадками графів є дерева та мережі. Важливими поняттями є цикли (ейлерови та гамільтонові), розфарбування графів, планарність.

#### 8. Теорія граматики

Важливим фактором при роботі з ЕОМ є наявність мов спілкування або програмування. Матеріал цього розділу якраз відповідає за створення подібних конструкцій – штучних мов. Розглядається поняття граматики та їхня класифікація за Хомським, породження мов граматиками, контекстно-вільні граматики та їх властивості, алгоритми для роботи із різними типами граматик.

#### 9. Теорія автоматів

При створенні будь якого апаратного засобу найпершою вимогою є моделювання й проектування його. Автомати – це потужний математичний апарат, якраз направлений на вирішення таких задач. У розділі наводяться поняття скінченного автомату, МП-автомату, машин Тьюрінга й проаналізовані їх властивості. Питання аналізу й синтезу автоматів і експерименти по розпізнанню станів розглянуті на прикладі скінчених автоматів. Показано зв’язок автоматів із граматиками, коли для кожної мови можна поставити граматику, що породжує її, й автомат, що її розпізнає.

Наприкінці треба зазначити, що матеріали цього курсу є дуже важливими, можна певно говорити – базовими, для подальшого навчання за напрямком “Комп’ютерні науки” спеціальності “Інформаційні управляючі системи та технології”.