GTN模型理论与应用

# GTN细观损伤模型

## 1.1 屈服条件

GTN细观损伤模型的屈服函数如下：

 (1)

其中，

偏应力张量 

Mises等效应力 

静水应力 

流动应力 

修正系数 、、

一般来说，，，。

等效孔隙体积分数 

其中，为孔隙体积分数临界值，为材料完全丧失承载能力时的极限孔隙体积分数，。

## 1.2 孔洞成核与生长

孔隙体积分数增长速率分为成核速率与生长速率，



成核速率依赖塑性应变，且在拉伸情况下成核，



其中，系数A表达式为:



是成核孔隙体积分数，是孔洞形核应变平均值，是孔洞形核应变标准差。

是等效塑性应变，根据等效塑性功原理，其表达式为：



孔隙生长速率取决于塑性应变的静水分量：



## 1.3 强化模型

Swift硬化模型，其表达式为：



其中，是初始屈服应变，是硬化系数，是硬化指数。

这里采用Voce硬化模型，其表达式为：



其中，为初始屈服应力，、均为硬化参数。

# 算法实现

塑性力学求解采用返回映射算法，包含弹性预测和塑性修正两步，总应变可分为弹性和塑性两部分：



假设在第n个增量步时，、、、、、均已得到，且应变增量也已给定，则可以通过预测-校正法得到第n+1个增量步时的应力、应变及其他变量。为书写方便，下标n+1省略。

假设应变增量全部为弹性应变，则第n+1个增量步时的弹性试应力为：



各向同性材料的弹性模量可表示为：



其中，为剪切模量，为体积模量。

试状态下的静水应力和偏应力可表示为：





此时，GTN细观损伤模型的屈服函数可表示为：



如果，则表示材料处于未屈服或弹性卸载阶段，则试应力就是真实应力，此增量步的计算结束。如果，则说明材料处于屈服状态，需要进行塑性修正使得。

在关联流动准则下，塑性势函数可以用屈服函数表示，则宏观塑性应变率可表示为：



其中，是塑性乘子，关联流动法则可写成：



其中，流动方向N定义为：



为第二不变量，在偏应力空间，屈服面沿着N径向返回，与同轴，则N可表示为：



I表示为：



宏观应力张量可表示为：



定义两个中间变量：





总的塑性应变增量可表示为：



当前静水应力可表示为：



其中。

同理，在各向同性时，应力张量和应变张量保持同轴，应力的第二不变量与应变的第二不变量为线性关系，则当前等效应力可表示为（这里不再证明）：



由上式联立，消去得：



联立屈服方程，则可得以下非线性方程组：



该非线性方程组可由牛顿迭代法求解，求解过程中同时满足、（tol为小量），则迭代收敛进行变量更新，否则继续迭代。若迭代不收敛，则程序停止（牛顿迭代算法详见附录一）。

收敛得到、后，可以更新第n+1个迭代步的静水应力、等效应力、应力，静水塑性应变增量和孔隙体积分数增量。







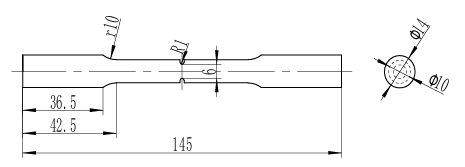




# 数值算例

## 3.1 缺口圆柱拉伸实验

试件几何尺寸如下图：



GTN模型参数如下：

|  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| E |  |  |  |  |  |  |  |  |
| 108GPa | 0.3 | 7800kg/m3 | 300MPa | 200MPa | 10 | 1.5 | 1.0 | 2.25 |

|  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- |
|  |  |  |  |  |  |
| 0.001 | 0.04 | 0.4 | 0.1 | 0.0045 | 0.3 |

一端固定，另一端在1s内拉伸1mm，使用vumat子程序模拟结果如下图：

# 附录一

非线性方程组



的迭代形式为：



其中、分别为、的增量，屈服函数中与、有关的内变量有、、、，各项系数表达式为：













其中，有



















所以系数A可简化为：









下面推导屈服函数关于、的导数：













下面推导、、、，在增量分析下，可以有如下方程成立：





由增量导数及链式法则可得：









整理可得：





其中























