МИНОБРНАУКИ РОССИИ САНКТ-ПЕТЕРБУРГСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ ЭЛЕКТРОТЕХНИЧЕСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ «ЛЭТИ» ИМ. В.И. УЛЬЯНОВА (ЛЕНИНА) Кафедра МОЭВМ

КУРСОВАЯ РАБОТА

по дисциплине «Алгоритмы и структуры данных»

Тема: RB-дерево vs Хеш-таблица (Открытая адресация). Исследование

Студент гр. 1384	 Камынин А. А
Преподаватель	 Иванов Д. В.

Санкт-Петербург

2022

ЗАДАНИЕ

НА КУРСОВУЮ РАБОТУ

Студент: Камынин А. А.

Группа 1384

Тема работы: RB-дерево vs Хеш-таблица (Открытая адресация). Исследование

Исходные данные:

"Исследование" - реализация требуемых структур данных/алгоритмов;

генерация входных данных (вид входных данных определяется студентом);

использование входных данных для измерения количественных характеристик

структур данных, алгоритмов, действий; сравнение экспериментальных

результатов с теоретическими. Вывод промежуточных данных не является

строго обязательным, но должна быть возможность убедиться в корректности

алгоритмов.

Содержание пояснительной записки:

Аннотация, Содержание, Введение, Отчет, Примеры работы программы,

Заключение

Предполагаемый объем пояснительной записки:

Не менее 10 страниц.

Дата выдачи задания: 25.10.2022

Дата сдачи реферата: 24.12.2022

2

Дата защиты реферата: 24.12.2022	
Студент	Камынин А. А.
Преполаватель	Иванов Д. В.

АННОТАЦИЯ

Курсовая работа заключается в реализации таких структур данных, как красно-черное дерево (оно же RB-дерево) и хеш таблицы с открытой адресацией. Необходимо реализовать заданные структуры данных, сгенерировать входные данные, определяемые самостоятельно, для измерения количественных характеристик, сравнение экспериментальных результатов с теоретическими.

СОДЕРЖАНИЕ

	Введение	6
1.	Реализация структур данных	7
1.1.	Красно-черное дерево (RB-дерево)	7
1.2.	Хеш-таблица с открытой адресацией	11
2.	Сравнение структур данных	13
2.1.	Теоретическая оценка сложностей базовых операций	13
2.2.	Сравнение экспериментальных значений	14
2.3.	Сравнение структур между собой	21
3.	Примеры работы программы	25
	Заключение	28
	Список используемой литературы	29
	Приложение А. Исходный код программы	30

ВВЕДЕНИЕ

Целью работы является реализация RB-дерева и Хеш-таблицы с открытой адресацией, сравнению данных структур с их теоретическими оценками, а также между собой в следующих операциях:

- Вставка элемента вида ключ-значение
- Удаление элемента по ключу
- Поиск элемента по ключу

1. РЕАЛИЗАЦИЯ СТРУКТУР ДАННЫХ

1.1. Красно-черное дерево (RB-дерево).

Красно-чёрное дерево — двоичное дерево поиска, в котором каждый узел имеет атрибут цвета. При этом:

- Узел может быть либо красным, либо чёрным и имеет двух потомков;
- Корень как правило чёрный. Это правило слабо влияет на работоспособность модели, так как цвет корня всегда можно изменить с красного на чёрный;
- Все листья, не содержащие данных чёрные;
- Оба потомка каждого красного узла чёрные;
- Любой простой путь от узла-предка до листового узла-потомка содержит одинаковое число чёрных узлов.

Для реализации красно-черного дерева были написаны два класса на языке Python: Node и RBTree. Класс Node представляет собой узел, элемент дерева, который хранит в себе поля кеу, value (значение узла), left, right и рагепt (указатели на левого и правого ребенка, а также на родителя данного узла в дереве) и цвет (красный или черный). Для обозначения цветов были использованы строки, записанные в глобальные переменные BLACK и RED.

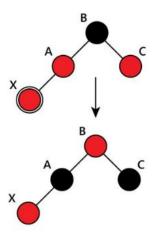
При создании красно-черного дерева указателю на корень присваивается None, количеству неудаленных узлов 0 (данное поле необходимо для проверки корректности удаления в дереве), а фиктивному листу nil, не несущему никакой значительной информации, но тоже являющемся частью красно-черного дерева (необходим для корректного удаления в дереве), присваивается объект класса Node со значением -1 и черным цветом.

Реализация вставки. Для вставки в красно-черное дерево узла с ключом кеу и значением value были реализованы методы insert(key, value) и fix_insert(node). В первом методе проверяется, не пусто ли текущее дерево (указатель на корень не равен None), и если это так, то узел с переданным

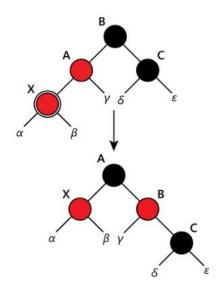
ключом записывается в корень. В ином случае, пользуясь свойством красно-черного дерева, что слева от текущего узла располагаются элементы с меньшим ключом, а справа с большим, ищется подходящий лист для заданного ключа. Таким образом, мы проходимся от корня к нужному листу, тем самым осуществив h сравнений, где h - высота красно-черного дерева. В случае, если мы нашли уже существующий ключ, так как мы хотим поддерживать ассоциативный массив, что значение данного ключа заменяется, при этом вставки не происходит. В ином случае после вставки элемента свойства могли нарушиться, то вызывается метод fix insert(node), восстанавливающий их. При восстановлении в цикле узел node поднимается каждый раз снизу вверх (если при этом не оказалось, что свойства уже восстановлены), в худшем случае доходя до корня дерева. При восстановлении свойств используется левое и правое малое вращение. Так как после восставления корень может стать красным, то в таком случае он перекрашивается в черный цвет.

Случаи при вставке:

1. Дядя узла красный. Тогда для перекрашиваем отца и дядю в черный цвет, а деда в красный. В таком случае высота в поддереве для всех листьев одинакова, а у всех вершин отцы черные.



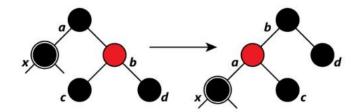
2. Дядя узла черный. Выполняем поворот. Если добавляемый узел был правым потомком, то необходимо выполнить левое вращение, которое сделает его левым потомком.



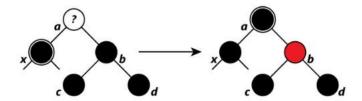
Реализация удаления. Для удаления из красно-черного дерева узла с переданным ключом key были реализованы методы delete(key) fix delete(node). В методе delete(key) проходом от корня до листа ищется узел к удалению: если данный узел не найден, об этом выводится сообщение, значение поля count not delete nodes увеличивается на 1; в ином случае записывается указатель на удаляемый элемент в node to delete. При удалении вершины проверяется три случая: у вершины нет детей, тогда указатель на родителя у фиктивного листа nil изменяется на данный элемент (это делается еще до проверок остальных случаев); у вершины один ребенок, тогда меняем местами существующего ребенка и удаляемый узел; у вершины есть оба ребенка, то находится узел с большим значением Так как нарушение свойств красно-черного дерева может ключа. нарушиться только тогда, когда удаляемая вершина красная, то метод fix delete(node) вызывается только в том случае, если она красная. При восстановлении свойств меняются, в зависимости от случая, цвета узлов, применяются левые и правые вращения.

Случаи при удалении:

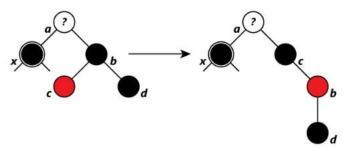
1. Если брат ребенка удаляемой вершины красный, то делаем вращение вокруг ребра между отцом и братом, тогда брат становится родителем отца. Красим в черный, а отца в красный.



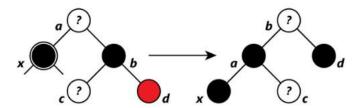
2. Оба ребенка у брата черные. Тогда красим брата в красный цвет и рассматриваем отца вершины. Делаем его черным, тем самым восстанавливая количество черных узлов.



3. Если у брата правый ребенок черный, а левый красный, то перекрашиваем брата и его левого сына и делаем вращение. Теперь у у и х есть черный брат с красным правым потомком.



4. Если у брата правый ребенок красный, то перекрашиваем брата в цвет отца, его ребенка и отца - в черный, делаем вращение.



Данные случаи продолжаются в рассматрении до тех пора, пока текущая вершина не черная и пока мы не дошли до корня дерева.

Реализация поиска. Поиск узла со значением кеу осуществлен в методе search(key). В данном методе осуществляется проход от корня до листов с проверками, больше или меньше ключ кеу текущего

рассматриваемого узла (соответственно, это интерпретируется, как левее или правее, согласно свойствам красно-черного дерева). Как только ключ совпал, осуществляется выход из цикла и выводится сообщение, что ключ найден. Так как проход осуществляется от корня к последнему уровню, то в общем случае будет h итераций, где h - высота дерева.

1.2. Хеш-таблица с открытой адресацией.

Хеш-таблица — это структура данных, реализующая интерфейс ассоциативного массива, а именно, она позволяет хранить пары (ключ, значение) и выполнять три операции: операцию добавления новой пары, операцию поиска и операцию удаления пары по ключу.

Для реализации хеш-таблицы с открытой адресацией были созданы классы Node и HashTable. Класс Node описывает собой элемент хеш-таблицы, который хранит в себе ключ и значение value.

При создании хеш-таблицы инициализируется ее размер (поле size), текущее количество записанных элементов current_size иницализируется 0. Сама таблица представляет собой список размера size, в котором будут храниться объекты класса Node (изначально записывается None). Также определены поля hash_type для выбора конкретного метода пробирования открытой адресации, параметры k, c1, c2, используемые в линейном и квадратичном пробировании. Вызывается метод choose_hash_type(), который позволяет выбрать желаемое хеширование.

Реализация вставки. Для вставки в хеш-таблицу реализован метод insert(key, value). В данном методе в текущее смещение idx записывается 0, а значение хеш-функции (результат метода hash function(key)) в hash value. В цикле while вычисляется на основе хеш-значения и перебираемых от 0 целых idx номер ячейки: вызывается метод hashing(hash value, i), который на выбранного пользователем метода пробирования основании вызывает необходимый; линейное пробирование реализовано методе linear hashing(hash value, i), квадратичное - в quadratic hashing(hash value, i),

двойное хеширование - double_hashing(hash_value, i). Основная хеш-функция - (key % table_size), вспомогательная функция (для двойного хеширования) - (7 - key % 7). После проверяется, что в списке ячейка пустая или удаленная, и в таком случае элемент записывается в хеш-таблицу. Если текущий размер таблицы стал равен 2/3 от максимального размера, то вызывается метод resize(), расширяющий таблицу вдвое. В случае, если ключ уже существует, то просто перезаписывается значение.

Реализация удаления. Для удаления из хеш-таблицы элемента с ключом кеу реализован метод delete(key). В данном методе проверяется, что таблица не пустая - тогда удалять нечего. В ином случае, аналогично вставке, вычисляется хеш-значение, записываемое в hash_value, осуществляется перебор idx от 0 до size-1 в цикле for. Постоянно пересчитывая номер текущей рассматриваемой ячейки cell_number сверяется значения ключа к удалению и ключа в ячейке с текущим номером - если они совпали, то данная ячейка помечается как deleted, текущий размер ситепt_size уменьшается на 1. Ячейка помечается, как удаленная, так как если в нее записать None, то в дальнейшем мы не сможем найти те элементы, в момент которых в таблице данное место было занято (и из-за чего был выбран дальний элемент в последовательности испробованных мест).

Реализация поиска. Для поиска элемента с заданным ключом был создан метод search(key). В данном методе проверяется, что таблица не пустая - тогда искать нечего. В ином случае, аналогично удалению и вставке, вычисляется хеш-значение, записываемое в hash_value, осуществляется перебор idx от 0 до size-1 в цикле for. Постоянно пересчитывая номер текущей рассматриваемой ячейки cell_number сверяется значения ключа для поиска и ключа в ячейке с текущим номером - если они совпали, то возвращается найденный элемент Node.

2. СРАВНЕНИЕ СТРУКТУР ДАННЫХ

2.1. Теоретическая оценка сложностей базовых операций.

Все операции в красно-черном дереве, как в общем случае для почти всех самобалансирующихся бинарных деревьев, занимает O(log n). После удаления и вставки, для того, чтобы поддерживать необходимые свойства, необходимо сделать перекраску, и в худшем случае, не более трех поворотов (для вставки не более двух). Данные операции поддержания красно-черного дерева занимают O(log h) или O(1), где h - высота дерева. Сложность всех случаев для RB-дерева также представлена на таблице 1.

Таблица 1. Сложности основных операций в RB-дереве				
	В лучшем	В среднем	В худшем	
Вставка	O(log n)	O(log n)	O(log n)	
Удаление	O(log n)	O(log n)	O(log n)	
Поиск	O(log n)	O(log n)	O(log n)	

Сложность операций в хеш-таблице в целом составляет O(1), однако есть несколько тонкостей. Во-первых, по мере увеличения таблицы при открытой адресации возрастает количество коллизий - совпадение хеш-значений при разных ключах, так как занято большинство ячеек, и необходимо пробированием исскать новую. Во-вторых, разные пробирования (линейное, квадратичное исследование, двойное хеширование) могут дать результат, так как используют разные подходы в поиске нужной ячейки. хеш-таблицу Безусловно, задать заранее очень большой вполне беспроигрышный вариант, однако такой подход не экономит память. Сложность всех операций представлена ниже на таблице 2. Стоит отметить, что а в таблице ниже представляет собой количество повторений получения коллизии (и, соответственно, время для разрешения этой коллизии; в случае открытой адресации - поиск свободного места путем пробирования).

Таблица 2. Сложности основных операций в Хеш-таблице (открытая адресация)					
	В лучшем	В среднем	В худшем		
Вставка	O(1)	O(a)	O(n)		
Удаление	O(1)	O(a)	O(n)		
Поиск	O(1)	O(a)	O(n)		

2.2. Сравнение экспериментальных значений.

Экспериментальное значение замерялось 100 раз для вставки, удаления и поиска одного элемента при постоянно увеличивающемся размере структуры. Для красно-черного дерева входные пары ключ-значения при каждой итерации перемешиваются с помощью random.shuffle(). Проверка вставки элементарна - необходимо постоянно добавлять элемент в дерево, замеряя время работы его метода insert(key, value). Проверка удаления и поиска аналогична - необходимо замерить время начала работы метода и время конца, при этом необходимо учесть, что размер структуры при удалении и поиске убывает, а, следовательно, конечное время необходимо «развернуть» с помощью метода reverse() для списка. На рисунках 1-3 представлены средние случаи работы красно-черного дерева.

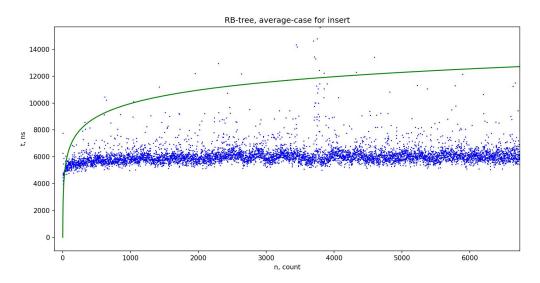


Рисунок 1. Вставка в RB-дерево (приближенный масштаб).

По оси абсцисс откладывается количество элементов в красно-черном дереве, при котором была осуществена операция с одним элементом, по оси ординат время, в наносекундах. На рисунке 1 в приближенном масштабе видно, что зависимость логарифмическая (для синих точек). При этом также видно, что на графике некоторые точки значительно выше, чем зеленая кривая, отображающая логарифм - это связанно с тем, что при данных элементах была осуществлена балансировка, поэтому график является корректным.

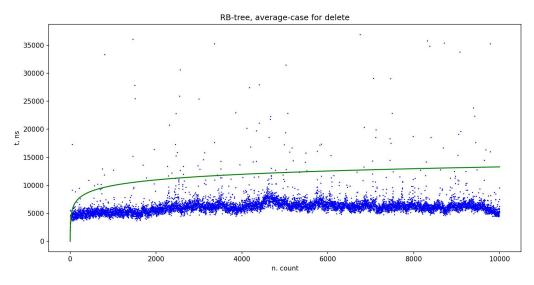


Рисунок 2. Удаление из RB-дерева.

На рисунке 2 видно, что зависимость логарифмическая (хотя и растет достаточно медленно, ведь проверка идет для одного элемента). Зеленая кривая представляет собой O(log n), ограничивая кривую сверху. График совпадает с теоретической оценкой.

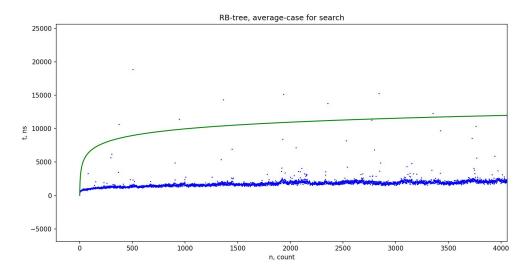


Рисунок 3. Поиск в RB-дереве (прбилиженный масштаб).

На рисунке 3 видно, что зависимость поиска одного элемента в красночерном дереве - логарифмическая, сверху ее ограничивает график O(log n). Поиск в красно-черном дереве совпадает с теоретической оценкой.

На рисунках 4-12 представлены основные операции для хеш-таблицы с открытой адресацией (для линейного, квадратичного исследования, двойного хеширования). Так как значения ключей при данном исследовании задается случайно, то вполне возможна вероятность коллизий - поэтому данные графики в теории должны соответствовать среднему случаю. На некоторых графиках далее видно, что при генерации псевдослучайных чисел оказались лучшие и худшие случаи.

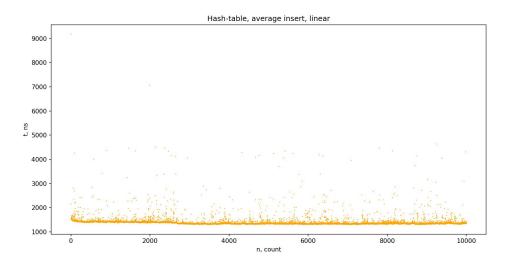


Рисунок 4. Вставка в хеш-таблицу с линейным исследованием.

На рисунке 4 видно, что зависимость от количества элементов при вставке в хеш-таблицу неоднозначна. Это связано с нечастными коллизиями, которые образуются при линейном пробировании - им соответсвуют точки, значительно отошедшие от графика, в свою очередь точки, лежащие снизу - соответствуют элементам при отсутствии коллизии (лучший частный случай). Таким образом, практическая и теоретическая оценка совпали.

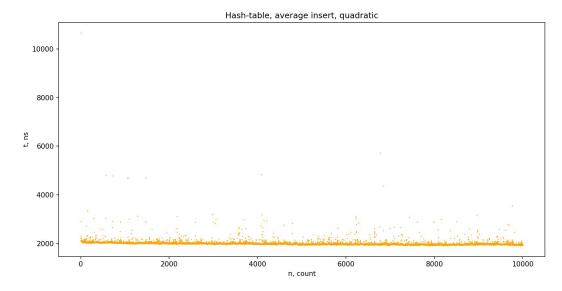


Рисунок 5. Вставка в хеш-таблицу с квадратичным исследованием

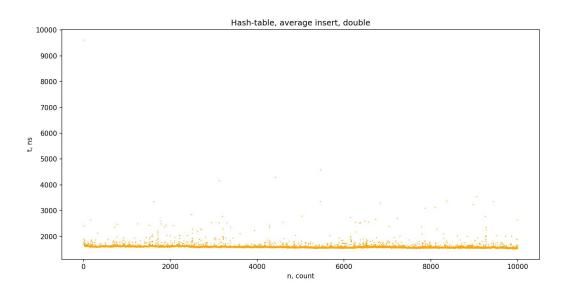


Рисунок 6. Вставка в хеш-таблицу с двойным хешированием.

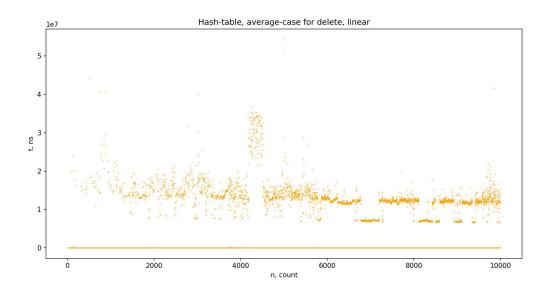


Рисунок 7. Удаление в хеш-таблице с линейным исследованием.

На рисунке 7 видно, что уже значительное число коллизий замедлило работу хеш-таблицы. Это связано с тем, что при удалении сначало необходимо «попасть» в ячейку с нужным ключом, что занимает значительно больше времени, чем вставка. Тем не менее, зависимость здесь от частоты коллизий, что соответствует теоретической оценке.

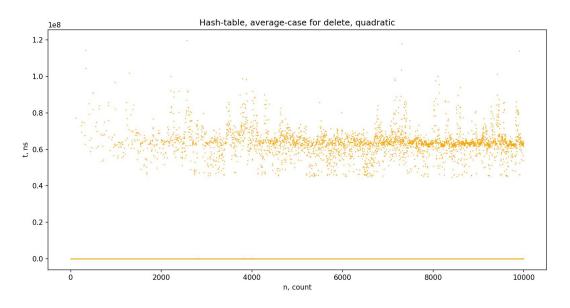


Рисунок 8. Удаление в хеш-таблице с квадратичным хешированием.

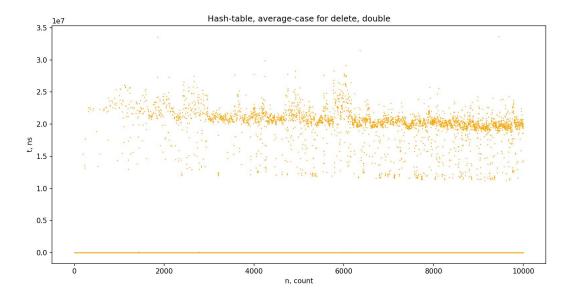


Рисунок 9. Удаление в хеш-таблице с двойным хешированием.

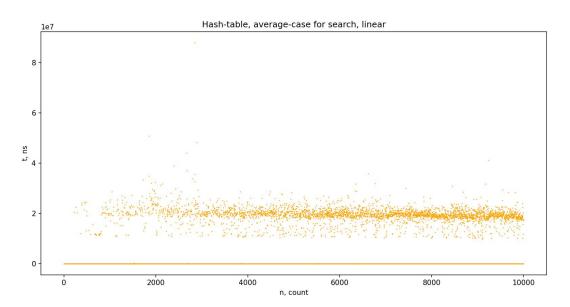


Рисунок 10. Поиск в хеш-таблице с линейным исследованием.

На рисунке 10 видно, что аналогично удалению, в поиске также частые коллизии.

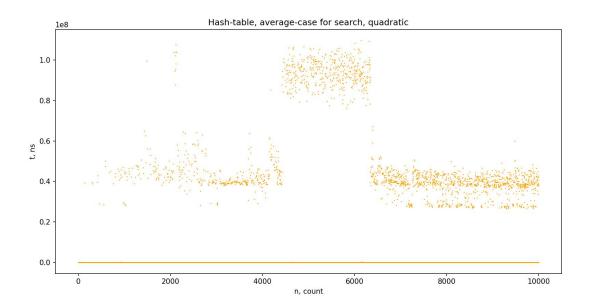


Рисунок 11. Поиск в хеш-таблице с квадратичным хешированием.

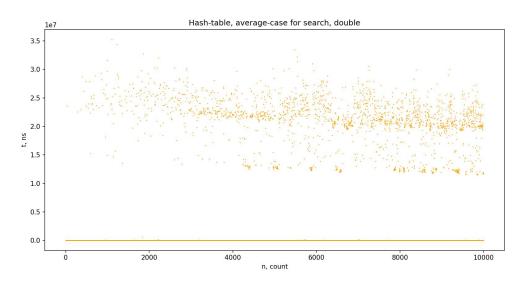


Рисунок 12. Поиск в хеш-таблице с двойным хешированием.

По итогу исследования подтверждены теоретические оценки для RB-дерева и хеш-таблицы. Исходя из графиков, видно, что RB-дерево более менее стабильно для любого количества данных. В хеш-таблице, не смотря на значительную эффективность при вставке (и при отсутствии расширения таблицы resize), удаление и поиск работают довольно медленно (хотя зависимость и O(a), где а - количество коллизий).

2.3. Сравнение структур между собой.

Для того, чтобы сравнить структуры между собой, были взяты псевдослучайные числа в количестве 10000, тестирование было проведено 100 раз на одних и тех же данных для обоих структур (10 раз для удаления и поиска). Первая группа тестирования проводилось с учетом коллизий (диапозон случайно генерируемых ключей был уменьшен на 10%). Данному тестированию соответсвуют рисунки с номерами 13-15. Во второй группе тестирования все ключи уникальны (рисунки 16-18).

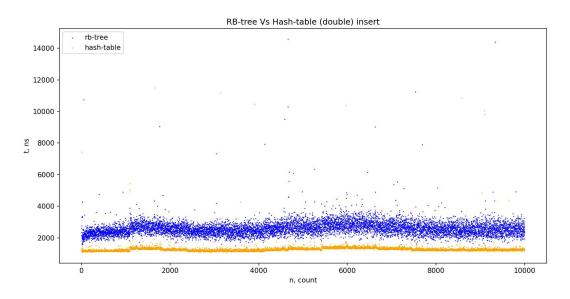


Рисунок 13. Сравнение RB-дерева и Хеш-таблицы во вставке

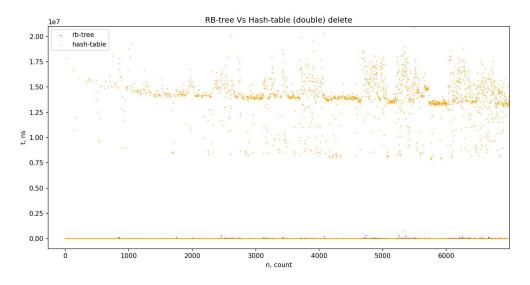


Рисунок 14. Сравнение RB-дерева и Хеш-таблицы в удалении (синяя кривая прижата к низу из-за масштабирования)

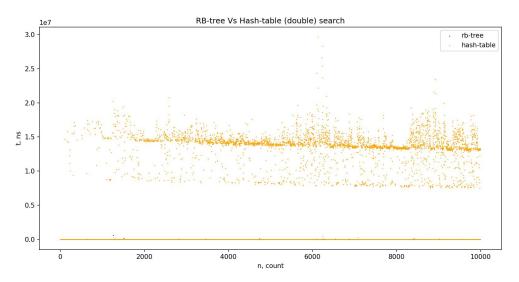


Рисунок 15. Сравнение RB-дерева и Хеш-таблицы в поиске

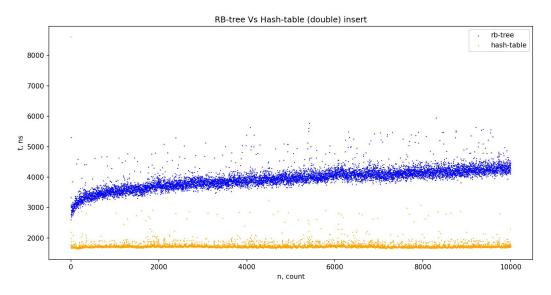


Рисунок 16. Сравнение RB-дерева и Хеш-таблицы во вставке (меньше коллизий для хеш-таблицы)

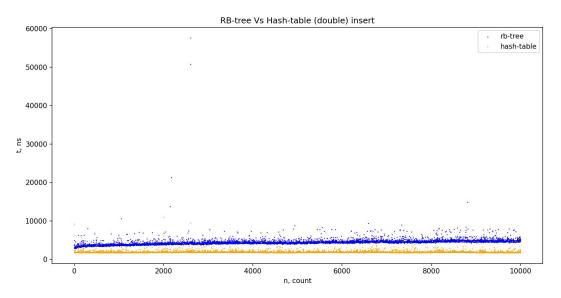


Рисунок 17. Сравнение RB-дерева и Хеш-таблицы в удалении(меньше коллизий для хеш-таблицы)

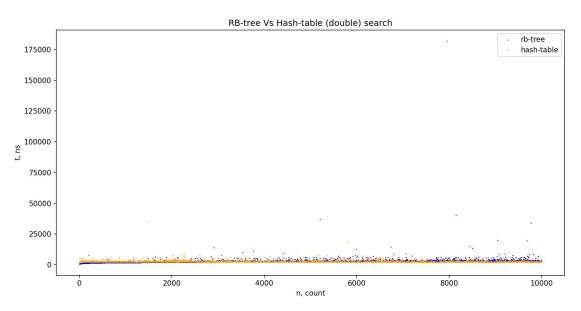


Рисунок 18. Сравнение RB-дерева и Хеш-таблицы в поиске(меньше коллизий для хеш-таблицы)

Из графиков первой группы видно, что коллизии оказывают существенное влияние на работоспособность хеш-таблицы, в то время как RВ-дерево показывает стабильность в своих операциях. По графикам второй группы видно, что хеш-таблица не сильно быстрее красно-черного дерева в удалении и поиске, хотя эффективнее во вставке. Исходя из этого, можно сделать вывод, что RВ-деревья являются более стабильными в своих операциях

вне зависимости от входных параметров, так как рост дерева не быстрый, в то время как хеш-таблицы наоборот, сильно к ним привязываются.

3. ПРИМЕРЫ РАБОТЫ ПРОГРАММЫ

```
C:\AuCД\cw\Scripts\python.exe C:\AuCД\cw\research.py
Enter the count of pair (key,value) for add in rb-tree

5
Enter the pairs (key,value) to add in rb-tree

1 2
2 3
3 4
4 5
-2 7
```

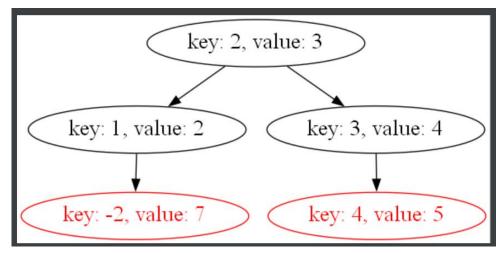


Рис.19-20 Проверка вставки в RB-дерево

```
Enter the count of pair (key,value) for add in rb-tree

5
Enter the pairs (key,value) to add in rb-tree

1 2
2 3
3 4
4 5
-2 7
Enter the key to delete
3
```

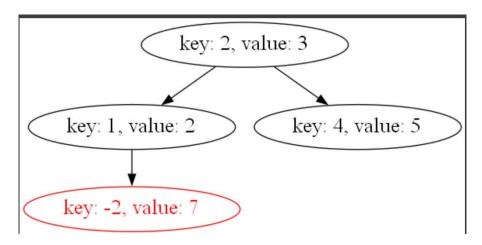


Рис. 21-22 Проверка удаления из RB-дерева

```
Enter the count of pair (key,value) for add in hash-table

Enter the pairs (key,value) to add in hash-table

1 1

3 0

2 9:

77 4

1 78

Выберите функцию для последовательности проб: linear, quadratic, double double
```

Рис. 23 Проверка вставки в хеш-таблицу

Результат: Hash table size: 100 (current size: 4), hash table: [['key: 1, value: 78', 'cell: 1'], ['key: 2, value: 9', 'cell: 2'], ['key: 3, value: 0', 'cell: 3'], ['key: 77, value: 4', 'cell: 77']]

```
Enter the key to delete

2 3 77

Table after delete
```

Рис. 24 Проверка удаления из хеш-таблицы

Результат: Hash table size: 100 (current size: 1), hash table: [['key: 1, value: 78', 'cell: 1'], ['deleted', 'cell: 2'], ['deleted', 'cell: 3'], ['deleted', 'cell: 77']]

```
Enter the count of pair (key,value) for add in hash-table

5
Enter the pairs (key,value) to add in hash-table

1 2
101 7
201 8
301 9
401 10
Выберите функцию для последовательности проб: linear, quadratic, double linear
```

Рис.25 Проверка разрешения коллизий (размер хеш-таблицы = 100, функция - key % table.size)

Результат: Hash table size: 100 (current size: 5), hash table: [['key: 1, value: 2', 'cell: 1'], ['key: 101, value: 7', 'cell: 4'], ['key: 201, value: 8', 'cell: 7'], ['key: 301, value: 9', 'cell: 10'], ['key: 401, value: 10', 'cell: 13']]

ЗАКЛЮЧЕНИЕ

По итогам курсовой работы были реализованы структуры данных RB-дерево и Хеш-таблица с открытой адресацией на языке Python, а также проведено исследование работоспособности структур при различных входных параметрах. В ходе исследования было выяснено, что реализованные структуры совпадают с их теоритеческими оценками. Выявлено, что хеш-таблица работает эффективно только при хорошо подобранных входных параметрах, что соответсвует меньшей частоте их коллизий, в то время как RB-дерево, несмотря на то, что тратит время на балансировку, проявляет стабильность в операциях вне зависимости от них.

СПИСОК ИСПОЛЬЗУЕМОЙ ЛИТЕРАТУРЫ

- 1. Алгоритмы: построение и анализ // Кормен, Т., Лейзерсон, Ч., Ривест, Р., Штайн, М.: Вильямс, 2005. 1296 с
- 2. Статья на сайте https://neerc.ifmo.ru/wiki/ «Красно-черное дерево». Дата обращения: 02.12.2022
- 3. Статья на сайте https://neerc.ifmo.ru/wiki/ «Разрешение коллизий». Дата обращения: 11.12.2022

ПРИЛОЖЕНИЕ А

ИСХОДНЫЙ КОД ПРОГРАММЫ

```
Файл: rb.tree.py
import sys
import graphviz
import os
import random
import copy
import time
BLACK = 'black'
RED = 'red'
class Node:
    def __init__(self, key, color, value=None, parent=None):
        self.key = key
        self.value = value
        self.left = None
        self.right = None
        self.color = color
        self.parent = parent
    def __str__(self):
        left = self.left.key if self.left else None
        right = self.right.key if self.right else None
        parent = self.parent.key if self.parent else None
        return '(key, value): ({},{}), left: {}, right: {}, color: {}, parent:
{}'.format(self.key, self.value, left, right, self.color, parent)
    def eq (self, other):
        if not other:
            return False
        return self.key == other.key
class RBTree:
    def __init__(self):
        self.count not delete nodes = 0
        self.root = None
        self.nil = Node(-1, color=BLACK)
    def search(self, key): #итеративный поиск
        current = self.root
        if not current or current == self.nil:
            # print('RB-дерево пустое')
            return
        while current and current.key != key:
            if key < current.key:
                current = current.left
            else:
                current = current.right
        if not current:
            # print('Узла с ключом {} нет'.format(key))
        # print('Ключ найден: {}'.format(str(current)))
```

```
return current
    def insert(self, key, value):
        if not self.root:
            self.root = Node(key, color=BLACK, value=value)
        else:
            current = self.root
            while current:
                if key == current.key:
                    current.value = value
                    return
                if key < current.key:
                    if not current.left:
                        new node = Node(key, color=RED, value=value,
parent=current)
                        current.left = new node
                        break
                    current = current.left
                else:
                    if not current.right:
                        new node = Node(key, color=RED, value=value,
parent=current)
                        current.right = new node
                        break
                    current = current.right
            self.fix insert(new node)
    def fix insert(self, node):
        while node.parent and node.parent.color == RED:
            grand parent = node.parent.parent #дедушка узла
            if node.parent == grand parent.left:
                uncle = grand parent.right
                if not uncle or uncle.color == BLACK: # дядя отсутствует или
черный
                    if node == node.parent.right:
                        node = node.parent
                        self.left rotate(node)
                    node.parent.color = BLACK
                    grand parent.color = RED
                    self.right rotate(grand parent)
                else: # иначе дядя красный
                    node.parent.color = BLACK
                    uncle.color = BLACK
                    grand parent.color = RED
                    node = grand parent
            else: #если родитель нового узла правый сын
                uncle = grand parent.left
                if not uncle or uncle.color == BLACK: # дядя отсутствует или
черный
                    if node == node.parent.left:
                        node = node.parent
                        self.right rotate(node)
                    node.parent.color = BLACK
                    grand_parent.color = RED
                    self.left rotate(grand parent)
```

```
else: # иначе дядя красный
                    node.parent.color = BLACK
                    uncle.color = BLACK
                    grand parent.color = RED
                    node = grand parent
        if self.root.color == RED:
            self.root.color = BLACK
    def fix delete(self, node):
        while node != self.root and node.color == BLACK:
            if node == node.parent.left:
                brother = node.parent.right
                if brother and brother.color == RED:
                    brother.color = BLACK
                    node.parent.color = RED
                    self.left rotate(node.parent)
                    brother = node.parent.right
                # Если оба ребенка черные
                if brother and (brother.left == None or brother.left.color ==
BLACK) and (brother.right == None or brother.right.color == BLACK):
                    brother.color = RED
                    node = node.parent
                else:
                    #если правый черный или None
                    if brother and (brother.right == None or brother.right.color
== BLACK):
                        brother.left.color = BLACK
                        brother.color = RED
                        self.right rotate(brother)
                        brother = node.parent.right
                    if brother:
                        brother.color = node.parent.color
                    node.parent.color = BLACK
                    if brother and brother.right:
                        brother.right.color = BLACK
                    self.left rotate(node.parent)
                    node = self.root
            else:
                brother = node.parent.left
                if brother and brother.color == RED:
                    brother.color = BLACK
                    node.parent.color = RED
                    self.right rotate(node.parent)
                    brother = node.parent.left
                # Если оба ребенка черные
                if brother and (brother.left == None or brother.left.color ==
BLACK) and (brother.right == None or brother.right.color == BLACK):
                    brother.color = RED
                    node = node.parent
                else:
                    if brother and (brother.left == None or brother.left.color ==
BLACK):
                        brother.right.color = BLACK
                        brother.color = RED
                        self.left_rotate(brother)
                        brother = node.parent.left
                    if brother:
```

```
brother.color = node.parent.color
                node.parent.color = BLACK
                if brother and brother.left:
                    brother.left.color = BLACK
                self.right rotate(node.parent)
                node = self.root
    node.color = BLACK
def change nodes(self, node1, node2):
    if not node1.parent:
        self.root = node2
    elif node1 == node1.parent.left:
        node1.parent.left = node2
    else:
       node1.parent.right = node2
    if not node2:
        node2 = self.nil
    node2.parent = node1.parent
def delete(self, key):
   node to delete = None
   node = self.root
    if node == self.nil:
        #print("Node with {0} key doesn't exist. Tree is empty".format(key))
        self.count not delete nodes += 1
        return
    while node:
        if node.key == key:
            node to delete = node
        if node.key <= key:</pre>
            node = node.right
        else:
            node = node.left
    if not node to delete:
        #print("Node with {0} key doesn't exist".format(key))
        self.count not delete nodes += 1
        return
    if not node to delete.left:
        node to delete.left = self.nil
        self.nil.parent = node_to_delete
    if not node to delete.right:
        node to delete.right = self.nil
        self.nil.parent = node to delete
    y = node to delete
    y origin color = y.color
    if node to delete.left == self.nil:
        # у элемента нет левого сына
        x = node to delete.right
        self.change nodes (node to delete, node to delete.right)
    elif (node to delete.right == self.nil):
        # у элемента нет правого сына
        x = node to delete.left
        self.change nodes(node to delete, node to delete.left)
    else:
        # есть оба ребенка
```

```
y = self.min node(node to delete.right)
        y origin color = y.color
       x = y.right
        if not x:
            x = self.nil
        if y.parent == node to delete: # если у - ребенок node to delete
           x.parent = y
        else:
            self.change nodes(y, y.right)
            y.right = node to delete.right
           y.right.parent = y
        self.change nodes(node to delete, y)
        y.left = node to delete.left
        y.left.parent = y
        y.color = node to delete.color
    if y origin color == BLACK:
        self.fix delete(x)
    if y.parent and y.parent.left == self.nil:
       y.parent.left = None
    if y.parent and y.parent.right == self.nil:
        y.parent.right = None
    self.nil.parent = None
    return y
def left_rotate(self, node): # node - отец нового элемента
   if not node.right:
       return
   new node = node.right
   node.right = new node.left #LB
    if new node.left:
       new_node.left.parent = node
    new node.parent = node.parent
    if not node.parent:
        self.root = new node
    else:
        if node == node.parent.left:
           node.parent.left = new_node
        else:
           node.parent.right = new node
    new node.left = node
   node.parent = new node
def right rotate(self, node):
   if not node.left:
       return
   new node = node.left
   node.left = new node.right # RB
    if new node.right:
       new node.right.parent = node
    new node.parent = node.parent
    if not node.parent:
        self.root = new_node
   else:
        if node == node.parent.left:
```

```
node.parent.left = new node
             else:
                 node.parent.right = new node
        new node.right = node
        node.parent = new node
    def min node(self, node):
        if node:
            while node.left:
                 node = node.left
             if not node:
                node = self.nil
            return node
        else:
            return self.nil
    def successor(self, node):
        if node.right != None:
             return self.min node(node.right)
        y = node.parent
        while y != None and x == y.right:
             x = y
             y = y.parent
        return y
    def print(self, output name):
        queue = [self.root]
        dot = graphviz.Digraph()
        dot.attr('node', fontsize='20')
        def print node(node, parent id=''):
             node id = str(id(node))
            shape = 'ellipse' if node.key is not None else 'rectangle'
dot.node(node_id, label="key: {}, value: {}".format(node.key,
node.value), color=node.color, fontcolor=node.color, shape=shape)
             if parent id:
                 dot.edge(parent id, node id)
        print node(self.root)
        dot.format = 'png'
        while queue:
             tmp queue = []
             for elem in queue:
                 elem id = str(id(elem))
                 if elem.left:
                     print node(elem.left, elem id)
                     tmp que.append(elem.left)
                 if eleme.right:
                     print node(elem.right, elem id)
                     tmp que.append(elem.right)
             queue = tmp queue
        dot.render('result/{}'.format(output_name))
def breadth first search(root):
    result = []
    queue = [root]
    while queue:
        tmp_queue = []
        for element in queue:
             result.append(element.key)
```

```
if element.left:
               tmp queue.append(element.left)
            if element.right:
               tmp queue.append(element.right)
        queue = tmp queue
    return result
Файл: hash table.py
import random
import time
DELETED = 'deleted' # для обработки удалений элементов
class Node:
    def init (self, key = None, value = None):
        self.key = key
        self.value = value
    def str (self):
        return 'key: {}, value: {}'.format(self.key, self.value)
    def __eq__(self, other):
        if other == DELETED:
            return False
        return self.key == other.key
class HashTable:
    def init (self, size, hash type=None):
        self.size = size
        self.current size = 0
        self.table = [None for in range(self.size)]
        self.hash type = hash type
        self.k = 3 # фиксированный интервал между ячейками при линейном
пробировани
        #Для того, чтобы все ячейки оказались просмотренными по одному разу,
необходимо,
        # чтобы к было взаимно-простым с размером хеш-таблицы.
        self.c1 = 3 # 
                    # | коэффициенты при квадратичном пробировании
        self.c2 = 2 # /
        self.choose hash type()
    def choose hash type(self):
        if not self.hash type:
            print('Выберите функцию для последовательности проб: linear,
quadratic, double')
            hash type = input()
            if hash_type in ['linear', 'quadratic', 'double']:
                self.hash type = hash type
                print('По умолчанию выбрано линейное пробирование')
               self.hash type = 'linear'
        else:
            return
    def resize(self):
```

```
self.table += [None for in range(self.size)]
        self.size *= 2
    def hashing(self, i, hash value=None, hash value first=None,
hash_value_second=None):
        if self.hash type == 'linear':
            return self.linear hashing(hash value, i)
        elif self.hash type == 'quadratic':
            return self.quadratic hashing(hash value, i)
        elif self.hash type == 'double':
            return self.double hashing(hash value first, hash value second, i)
    def linear hashing(self, hash value, i):
        cell number = (hash value + (i * self.k) % self.size) % self.size
        return cell number
    def quadratic hashing (self, hash value, i):
        cell number = ((hash value + self.c1 * i) % self.size + self.c2 * pow(i,
2, self.size)) % self.size
        return cell number
    def double hashing(self, hash value first, hash value second, i):
        cell_number = (hash_value_first + (i * hash_value_second) % self.size ) %
self.size
       return cell number
    def hash function(self, key):
        return key % self.size
    def second hash function(self, key):
        return 7 - (key % 7)
    def insert(self, key, value):
        idx = 0
        if self.hash type != 'double':
            hash value = self.hash function(key)
            first hash value = self.hash function(key)
            second hash value = self.second hash function(key)
        while True:
            if self.hash_type != 'double':
                cell number = self.hashing(idx, hash value=hash value)
            else:
                cell number = self.hashing(idx, hash value first=first hash value,
hash value second=second hash value)
            if not self.table[cell number] or self.table[cell number] == DELETED:
# если нет такого ключа или он был удален
                self.table[cell number] = Node(key, value)
                self.current size += 1
                if self.current size >= 0.66 * self.size:
                    self.resize()
                break
            else:
                if self.table[cell number].key == key:
                    self.table[cell number].value = value
                    break
                idx += 1 #ищем дальше свободное место
```

```
def delete(self, key):
        if self.current size == 0:
            #print('Хеш-таблица пустая. Элемент {} нельзя удалить'.format(key))
            return
        if self.hash type != 'double':
            hash value = self.hash function(key)
        else:
            first hash value = self.hash function(key)
            second hash value = self.second hash function(key)
        for idx in range(self.size):
            if self.hash type != 'double':
                cell number = self.hashing(idx, hash value=hash value)
            else:
                cell number = self.hashing(idx, hash value first=first hash value,
hash value second=second hash value)
            if self.table[cell number] and self.table[cell number] != DELETED
and self.table[cell_number].key == key: # если ключ найден
                self.table[cell number] = DELETED
                self.current size -= 1
        #print('Элемент с ключом {} не удален, так как не найден в хеш-
таблице'.format(key))
    def search(self, key):
        if self.current size == 0:
            #print('Хеш-таблица пустая. Элемент {} отсутствует'.format(key))
            return
        if self.hash type != 'double':
            hash value = self.hash function(key)
        else:
            first hash value = self.hash function(key)
            second hash value = self.second hash function(key)
        for idx in range(self.size):
            if self.hash type != 'double':
                cell number = self.hashing(idx, hash value=hash value)
                cell number = self.hashing(idx, hash value first=first hash value,
hash value second=second hash value)
            if self.table[cell number] and self.table[cell number] != DELETED and
self.table[cell_number].key == key: # если ключ найден
                #print('Элемент найден в хеш-таблице:
{}'.format(self.table[hash value]))
                return self.table[cell_number]
        #print('Элемент с ключом {} не найден в хеш-таблице'.format(key))
        return None
    def str (self):
        str table = []
        for i in range(self.size):
            if self.table[i]:
                node info = [str(self.table[i]), 'cell: {}'.format(i)]
                str table.append(node info)
        return 'Hash table size: {} (current size: {}), hash table:
{}'.format(self.size, self.current size, str(str table))
```

```
Файл: research.py
import time
import sys
import graphviz
import os
import gc
import copy
import hash table
import rb tree
import random
import matplotlib.pyplot as plt
import numpy
def clear all directory():
    dir = 'result'
    for f in os.listdir(dir): #clear previous info
        os.remove(os.path.join(dir, f))
def rb tree manual input(): #пользовательская проверка работы дерева и
корректности реализации rb-tree
    clear all directory()
   print('Enter the count of pair (key, value) for add in rb-tree')
   count = int(input())
   print('Enter the pairs (key, value) to add in rb-tree')
    nodes to add = []
    for i in range(count):
        node = list(map(int, input().split()))
        nodes to add.append(node)
    tree = rb tree.RBTree()
    for node in nodes to add:
        tree.insert(node[0], node[1])
    tree.print('rb tree graphviz')
    print('Enter the key to delete')
    keys to delete = list(map(int, input().split()))
    for keys in keys to delete:
        tree.delete(keys)
    tree.print('rb tree after delete')
def hash table manual input(): #пользовательская проверка работы хеш-таблицы и
корректности ее реализации
    print('Enter the count of pair (key, value) for add in hash-table')
    count = int(input())
   print('Enter the pairs (key, value) to add in hash-table')
    nodes to add = []
    for i in range(count):
        node = list(map(int, input().split()))
        nodes to add.append(node)
    table = hash table.HashTable(100)
    for node in nodes to add:
        table.insert(node[0], node[1])
   print(table)
    print('Enter the key to delete')
    keys to delete = list(map(int, input().split()))
    for keys in keys to delete:
        table.delete(keys)
    print('Table after delete')
```

```
print(table)
def create graphics with log(n, times, title name): #создать график на основе
кол-ва элементов и массива times
   plt.figure()
   plt.title(title name)
   plt.xlabel("n, count")
   plt.ylabel("t, ns")
   plt.scatter(n, times, s=0.5, color='blue')
   plt.plot(n, numpy.log2(n) * 10**3, color='green')
    plt.savefig("result/{}.png".format(title name))
   plt.show()
def create graphics (n, times, title name):
   plt.figure()
   plt.title(title name)
   plt.xlabel("n, count")
   plt.ylabel("t, ns")
   plt.scatter(n, times, s=0.2, color='orange')
    plt.savefig("result/{}.png".format(title name))
   plt.show()
def create compared graphics(n, times tree, times table, title name):
   plt.figure()
   plt.title(title name)
   plt.xlabel("n, count")
   plt.ylabel("t, ns")
   plt.scatter(n, times tree, s=0.2, color='blue', label='rb-tree')
   plt.scatter(n, times table, s=0.2, color='orange', label='hash-table')
   plt.legend(loc="best")
   plt.savefig("result/{}.png".format(title name))
   plt.show()
def average case rb tree insert():
   print('Average-case for RB-tree inserting...')
    count = 10001
    research count = 100
    n = [i for i in range(1, count)]
    insert time = [0 for in range(1, count)]
    for i in range(research_count):
        nodes to add = [[random.randint(0, int(2*count)), random.randint(0, 1000)]
for i in range(1, count)]
        random.shuffle(nodes to add)
        tree = rb tree.RBTree()
        for idx, elem in enumerate(nodes to add):
            gc.disable() #отключение сборщика мусора
            start = time.perf counter ns()
            tree.insert(elem[0], elem[1])
            end = time.perf counter ns() - start
            gc.enable()
            insert time[idx] += end
        del tree
    for i in range(len(insert time)):
        insert time[i] /= research count
    create graphics with log(n, insert time, "RB-tree, average-case for insert")
```

```
def average case rb tree delete():
    print('Average-case for RB-tree deleting...')
    count = 10001
    research count = 100
    n = [i for i in range(1, count)]
    delete time = [0 for i in range(1, count)]
    for i in range (research count):
        nodes to add = [[random(count*3, count*5), random.randint(0, 1000)] for i
in range(1, count)]
        random.shuffle(nodes to add)
        tree = rb tree.RBTree()
        for elem in nodes to add:
            tree.insert(elem[0], elem[1])
        for j in range(1, count):
            idx = random.randint(0, len(nodes to add) - 1)
            key to delete = nodes to add[idx][0]
            gc.disable()
            start = time.perf_counter_ns()
            tree.delete(key_to_delete)
            end = time.perf counter ns() - start
            gc.enable()
            delete time[j-1] += end
            nodes to add.pop(idx)
        del tree
    delete time.reverse()
    for i in range(len(delete time)):
        delete time[i] /= research count
    create graphics with log(n, delete time, "RB-tree, average-case for delete")
def average case rb tree search():
    print('Average-case for RB-tree searching...')
    count = 10001
    research count = 100
    n = [i for i in range(1, count)]
    search time = [0 for i in range(1, count)]
    for i in range (research count):
        nodes_to_add = [[i, random.randint(0, 1000)] for i in range(1, count)]
        random.shuffle(nodes to add)
        tree = rb tree.RBTree()
        for elem in nodes to add:
            tree.insert(elem[0], elem[1])
        for j in range(1, count):
            idx = random.randint(0, len(nodes to add) - 1)
            key to search = nodes to add[idx][0]
            gc.disable()
            start = time.perf counter ns()
            tree.search(key to search)
            end = time.perf counter ns() - start
            gc.enable()
            search time[j-1] += end
            tree.delete(key to search)
            nodes to add.pop(idx)
    search time.reverse()
    for i in range(len(search time)):
        search time[i] /= research count
    create graphics with log(n, search time, "RB-tree, average-case for search")
```

```
def average case hash table insert(hash type):
   print('Hash-table inserting...')
    count = 10001
    research count = 100
    n = [i for i in range(1, count)]
    insert time = [0 for in range(1, count)]
    for i in range (research count):
        nodes to add = [[random.randint(0, count), random.randint(0, 1000)] for i
in range(1, count)]
        times = []
        table = hash table.HashTable(count * 3, hash type)
        for idx, node in enumerate(nodes to add):
            gc.disable() #отключение сборщика мусора
            start = time.perf counter ns()
            table.insert(node[0], node[1])
            end = time.perf counter ns() - start
            gc.enable()
            insert time[idx] += end
        del table
    for i in range(len(insert time)):
        insert time[i] /= research count
    create graphics (n, insert time, "Hash-table, average insert,
{}".format(hash type))
def average case hash table delete(hash type):
   print('Average-case for Hash-table deleting...')
   count = 10001
    research count = 100
    n = [i for i in range(1, count)]
    delete time = [0 for i in range(1, count)]
    for i in range(research count):
        nodes to add = [[random.randint(0, count*2), random.randint(0, 1000)] for
i in range(1, count)]
        table = hash table.HashTable(count * 3, hash type)
        for node in nodes to add:
            table.insert(node[0], node[1])
        for j in range(1, count):
            idx = random.randint(0, len(nodes to add) - 1)
            key to delete = nodes to add[idx][0]
            gc.disable()
            start = time.perf_counter_ns()
            table.delete(key to delete)
            end = time.perf counter ns() - start
            gc.enable()
            delete time[j - 1] += end
            nodes to add.pop(idx)
        del table
    delete time.reverse()
    for i in range(len(delete time)):
        delete time[i] /= research count
    create graphics (n, delete time, "Hash-table, average-case for delete,
{}".format(hash type))
def average case hash table search (hash type):
    print('Average-case for Hash-table searching...')
    count = 10001
    research count = 1
```

```
n = [i \text{ for } i \text{ in range}(1, \text{ count})]
    search time = [0 for i in range(1, count)]
    for i in range(research count):
        nodes to add = [[random.randint(0, count*2), random.randint(0, 1000)] for
i in range(1, count)]
        table = hash table.HashTable(count * 3, hash type)
        for node in nodes to add:
            table.insert(node[0], node[1])
        for j in range(1, count):
            idx = random.randint(0, len(nodes to add) - 1)
            key to search = nodes to add[idx][0]
            gc.disable()
            start = time.perf counter ns()
            table.search(key to search)
            end = time.perf counter ns() - start
            qc.enable()
            search time[j - 1] += end
            table.delete(key_to_search)
            nodes to add.pop(idx)
        del table
    search time.reverse()
    for i in range(len(search_time)):
        search time[i] /= research count
    create graphics (n, search time, "Hash-table, average-case for search,
{}".format(hash type))
def compare insert(hash type):
    print('RB-tree Vs Hash-table inserting...')
    count = 10001
    research count = 100
    n = [i for i in range(1, count)]
    insert_time_tree = [0 for _ in range(1, count)]
    insert_time_table = [0 for _ in range(1, count)]
    for i in range (research count):
        nodes to add = [[q, random.randint(0, 1000)] for q in range(1, count)]
        random.shuffle(nodes to add)
        tree = rb tree.RBTree()
        table = hash table.HashTable(count * 2, hash type)
        for idx, elem in enumerate(nodes to add):
            gc.disable() # отключение сборщика мусора
            start = time.perf_counter_ns()
            tree.insert(elem[0], elem[1])
            end = time.perf counter ns() - start
            gc.enable()
            insert time tree[idx] += end
            gc.disable() # отключение сборщика мусора
            start = time.perf counter ns()
            table.insert(elem[0], elem[1])
            end = time.perf counter ns() - start
            gc.enable()
            insert time table[idx] += end
        del tree
        del table
    for i in range(len(n)):
        insert time tree[i] /= research count
        insert time table[i] /= research count
```

```
create compared graphics (n, insert time tree, insert time table, "RB-tree Vs
Hash-table ({}) insert".format(hash type))
def compare delete(hash type):
    print('RB-tree Vs Hash-table deleting...')
    count = 10001
    research count = 100
    n = [i for i in range(1, count)]
    delete time tree = [0 for i in range(1, count)]
    delete time table = [0 for i in range(1, count)]
    for i in range (research count):
        nodes_to_add = [[q, random.randint(0, 1000)] for q in range(1, count)]
        random.shuffle(nodes to add)
        tree = rb tree.RBTree()
        table = hash table.HashTable(count * 2, hash type)
        for elem in nodes to add:
            tree.insert(elem[0], elem[1])
            table.insert(elem[0], elem[1])
        for j in range(1, count):
            idx = random.randint(0, len(nodes to add) - 1)
            key to delete = nodes to add[idx][0]
            qc.disable()
            start = time.perf_counter_ns()
            tree.delete(key to delete)
            end = time.perf counter_ns() - start
            gc.enable()
            delete time tree[j - 1] += end
            gc.disable()
            start = time.perf counter ns()
            table.delete(key to delete)
            end = time.perf counter ns() - start
            gc.enable()
            delete_time_table[j - 1] += end
            nodes to add.pop(idx)
        del tree
        del table
    delete time tree.reverse()
    delete time table.reverse()
    for i in range(len(n)):
        delete time tree[i] /= research count
        delete time table[i] /= research count
    create compared graphics(n, delete time tree, delete time table, "RB-tree Vs
Hash-table ({}) delete".format(hash type))
def compare search (hash type):
   print('RB-tree Vs Hash-table searching...')
    count = 10001
    research count = 100
    n = [i for i in range(1, count)]
    search time tree = [0 for i in range(1, count)]
    search time table = [0 for i in range(1, count)]
    for i in range (research count):
        nodes_to_add = [[q, random.randint(0, 1000)] for q in range(1, count)]
        random.shuffle(nodes to add)
        tree = rb tree.RBTree()
```

```
table = hash table. HashTable (count * 2, hash type)
        for elem in nodes to add:
            tree.insert(elem[0], elem[1])
            table.insert(elem[0], elem[1])
        for j in range(1, count):
            idx = random.randint(0, len(nodes to add) - 1)
            key to search = nodes to add[idx][0]
            gc.disable()
            start = time.perf counter ns()
            tree.search(key_to_search)
            end = time.perf counter ns() - start
            gc.enable()
            search time tree[j - 1] += end
            gc.disable()
            start = time.perf counter ns()
            table.search(key to search)
            end = time.perf_counter_ns() - start
            gc.enable()
            search time table[j - 1] += end
            table.delete(key to search)
            tree.delete(key to search)
            nodes to add.pop(idx)
        del tree
        del table
    search time tree.reverse()
    search time table.reverse()
    for i in range(len(n)):
        search_time_tree[i] /= research count
        search time table[i] /= research count
    create compared graphics(n, search time tree, search time table, "RB-tree Vs
Hash-table ({}) search".format(hash_type))
def check rb tree():
    average case rb tree insert()
    average case rb tree delete()
    average case rb tree search()
def check hash table():
    print('Choose hash-type: linear, quadratic, double')
    hash type = input()
    average case hash table insert (hash type)
    average case hash table delete(hash type)
    average case hash table search(hash type)
def compare structure():
    print('Choose hash-type: linear, quadratic, double')
    hash type = input()
    compare insert(hash type)
    compare delete(hash type)
    compare search (hash type)
if __name__ == '__main__':
    clear all directory()
    rb tree manual input()
    hash table manual input()
```

```
check_rb_tree()
check_hash_table()
compare_structure()
print('Research is complete! Check */result folder')
```