Отчёт по первому заданию курса "Численное моделирование реагирующих потоков"

Выполнил студент 031 группы Александр Казаков

1 Численный метод

Для решения системы нелинейных алгебраических уравнений $\vec{f}(\vec{u}) = 0$ был использован метод Ньютона. На каждой итерации метода искомое решение $\vec{u_k}$ получает приращение $\Delta\vec{u_k}$, рассчитанное из условия:

$$u_{\vec{k+1}} \approx \vec{u_k} + \frac{\partial \vec{f}}{\partial \vec{u}} \Delta\vec{u_k} = 0 \tag{1}$$

Для решения полученной СЛАУ использовалась библиотека gsl. Для лучшей сходимости рассчитанное значение приращения бралось меньшим в два раза (если брать просто решение СЛАУ, для данного уравнения метод расходится). Было проведено обезразмеривание величин из условия

$$p' = p/10^6, Q' = Q/10^6, T' = T/10^3, \eta' = \eta, \tag{2}$$

что позволило добиться сходимости метода при построении решения для дефлаграции.

2 Начальное приближение

В качестве начального приближения для решения, соответствующего детонации, использовано

$$p = 10^6 p_0, \eta = \eta_0/100, T = 100T_0. \tag{3}$$

В качестве начального приближения для решения, соответствующего дефлаграции, использовано

$$p = p_0/10, \eta = 10\eta_0, T = T_0/10, \tag{4}$$

где $p_0 = 10^5 Pa, T_0 = 298K$ - нормальные условия, η_0 рассчитывается с помощью уравнения состояния.

3 Сходимость

Для исследования сходимости использовалась обычная евклидова норма - корень из суммы квадратов. Для случая детонации метод сходится за 48 итераций к значениям, при которых ошибка в 10^{14} раз меньше ошибки на начальном приближении. На рис.1 проиллюстрирована сходимость метода при расчёте детонации. Для случая дефлаграции метод сходится также за 48 итераций.

4 Результаты

Решение, соответствующее детонации:

$$p = 1.95 \cdot 10^6 Pa, \rho = 2.04 kg/m^3, T = 3425K, v = 855 m/s, D = 1973 m/s, \gamma = 1.239. \quad (5)$$

Решение, соответствующее дефлаграции:

$$p = 46 \cdot 10^3 Pa, \rho = 0.07 kg/m^3, T = 2342K, v = -783 m/s, D = 51 m/s, \gamma = 1.248. \quad (6)$$

5 Графики адиабат

Для построения графиков ударной адиабаты и адиабаты Гюгонио с учётом зависимости γ от температуры необходимо решать нелинейное уравнение на p и T при каждом интересующем фиксированном η, что и было сделано. На рис.2 представлены адиабаты в широком диапазоне значений η, на рис.3 и 4 - в более подробном.

Обрыв ударной адиабаты на рис.4 происходит из-за того, что при малых значениях p и T метод начинает сходится к нулевым значениям.

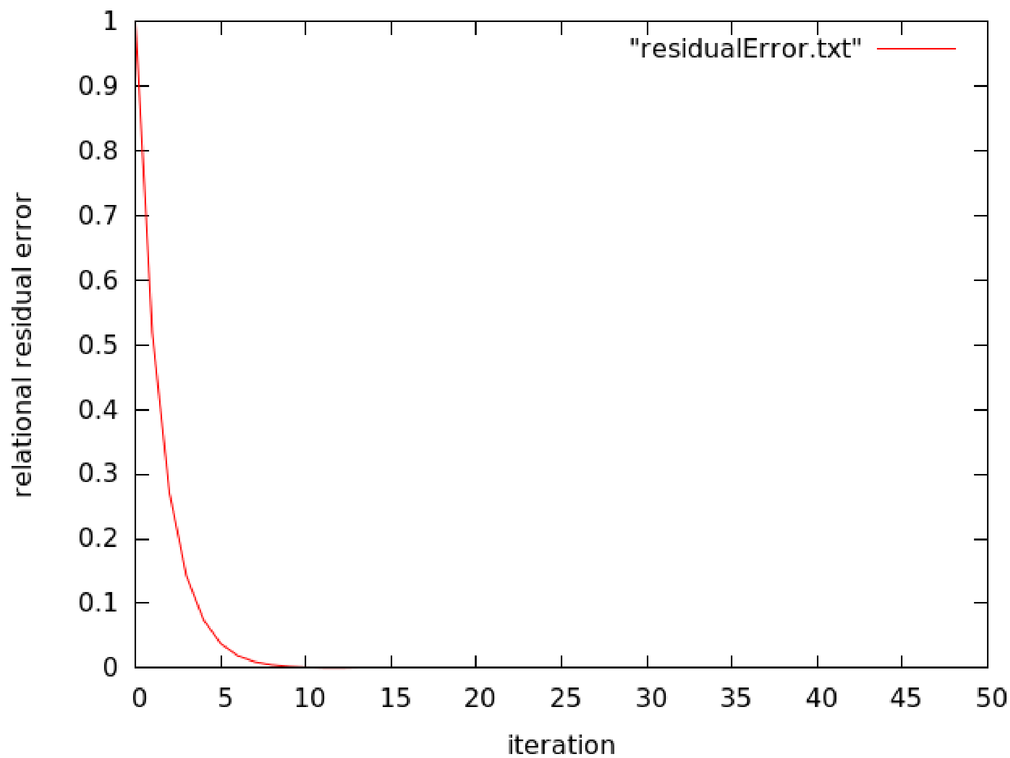

Рис. 1: График зависимости невязки от номера итерации

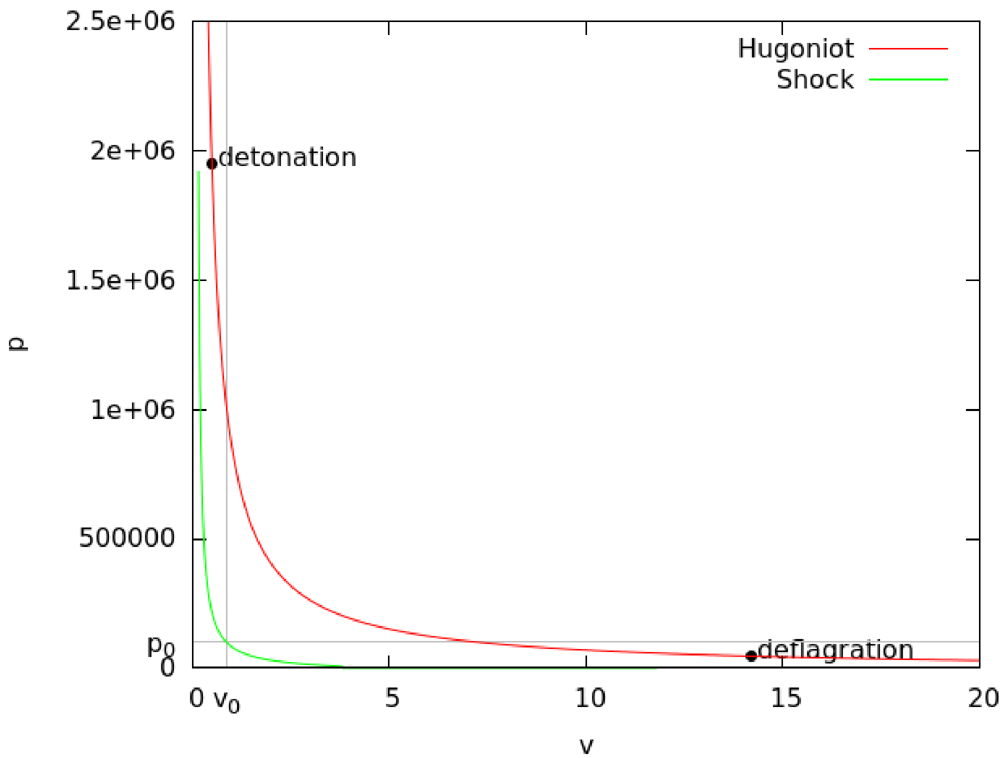

Рис. 2: Ударная адиабата и адиабата Гюгонио

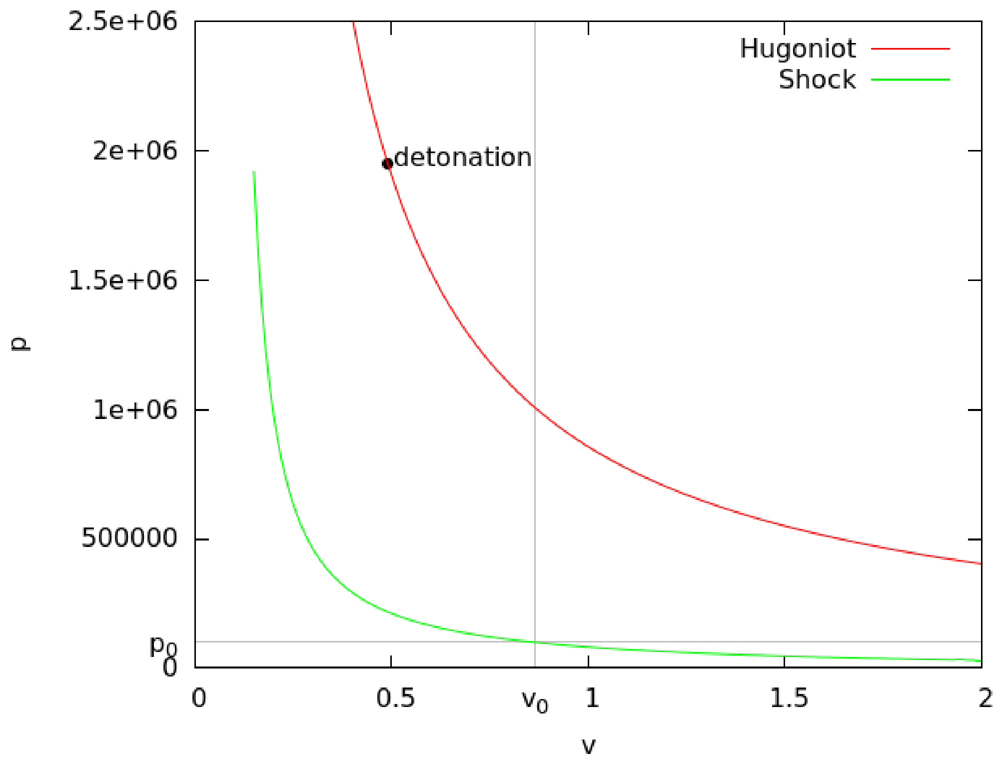

Рис. 3: Ударная адиабата и адиабата Гюгонио

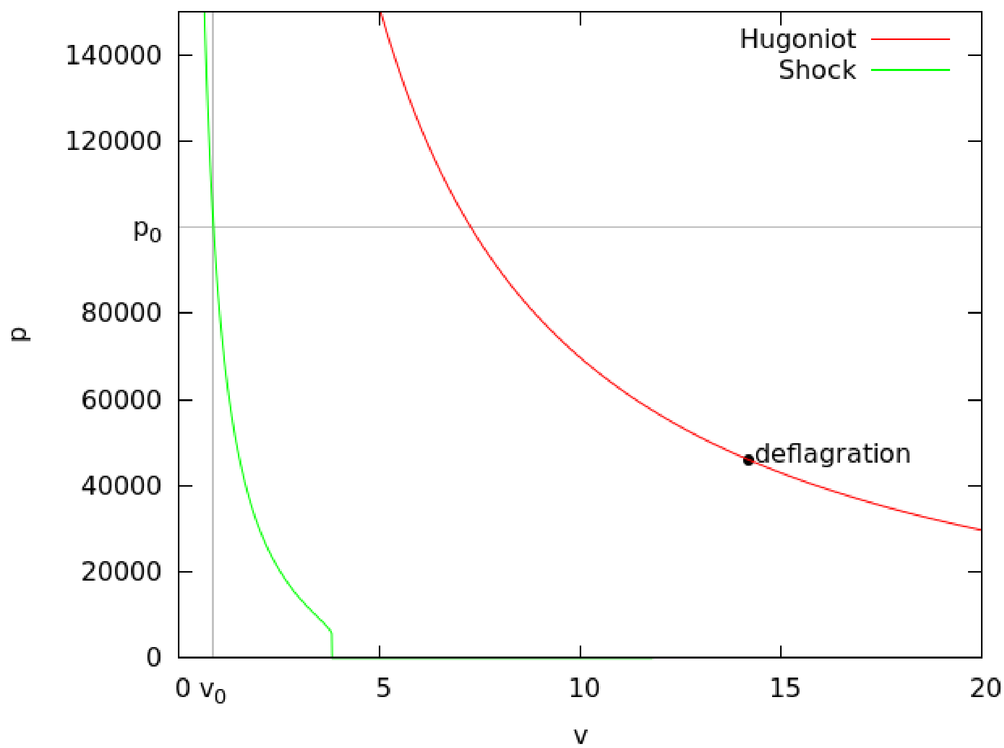

Рис. 4: Ударная адиабата и адиабата Гюгонио