

Une introduction à la théorie des jeux

Chloé Capon¹ James C. A. Main^{1,2}

¹UMONS – Université de Mons, Belgium

²F.R.S.-FNRS



Les doctorants prennent le pouvoir – 10 mars 2025

Le métier de doctorant

Quel est le travail d'un doctorant ?

- ▷ Le doctorant est un **chercheur**.
- ▷ Il travaille sur une **thématique spécifique**.
- ▷ Au terme de son doctorat, il doit rédiger une **thèse**.



Il existe plusieurs type de doctorants.

Assistants

- ▷ 6 ans pour leur thèse.
- ▷ Grosse charge d'enseignement.

Doctorants boursiers

- ▷ 4 ans pour leur thèse.
- ▷ Pas ou peu d'enseignement.

Sommaire

1 Théorie des jeux et ses applications

2 Les jeux sous forme stratégique

3 Jeux séquentiels

4 Nos thématiques de recherche

Sommaire

1 Théorie des jeux et ses applications

2 Les jeux sous forme stratégique

3 Jeux séquentiels

4 Nos thématiques de recherche

Théorie des jeux

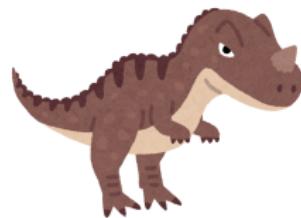
La **théorie des jeux** permet de modéliser mathématiquement des interactions stratégiques entre différentes entités sous forme de **jeux**.



Échecs



Économie



Évolution des espèces

En théorie des jeux, on suppose des joueurs qu'ils sont

- 1 **infiniment intelligents**,
- 2 **rationnels** et
- 3 **égoïstes**.

Théorie des jeux et informatique théorique

La théorie des jeux permet de modéliser des interactions continues entre des **systèmes informatiques** et leur **environnement incontrôlable**.



- ▷ Ces systèmes sont **difficiles à analyser** par des méthodes traditionnelles (e.g., tests unitaires).
- ▷ La théorie des jeux est utilisée pour développer des techniques de **conception automatique** de systèmes se comportant bien.

Voyons des **modèles de base** de la théorie des jeux.

Sommaire

1 Théorie des jeux et ses applications

2 Les jeux sous forme stratégique

3 Jeux séquentiels

4 Nos thématiques de recherche

Le dilemme du prisonnier

Deux personnes sont arrêtées et sont interrogées séparément.

- ▷ Si les deux personnes se dénoncent mutuellement, elles vont en prison 8 ans.
- ▷ Si une seule personne dénonce, la personne dénoncée va 10 ans en prison et l'autre est libérée.
- ▷ Si les deux se taisent, les deux vont 3 ans en prison.



	T	D
T	(3, 3)	(10, 0)
D	(0, 10)	(8, 8)



Comment jouer optimalement dans ce jeu ?

Analyse du dilemme du prisonnier

Si le deuxième joueur **se tait** :

	T	D
T	(3, 3)	(10, 0)
D	(0, 10)	(8, 8)

~~ D est le meilleur choix.

Si le deuxième joueur **dénonce** :

	T	D
T	(3, 3)	(10, 0)
D	(0, 10)	(8, 8)

~~ D est le meilleur choix.

Les deux joueurs, dans tous les cas, vont dénoncer l'autre.

- ▷ La stratégie D est **strictement dominante** dans ce jeu.
- ▷ Le profil de stratégie (D, D) est un **équilibre de Nash** : aucun des joueurs n'a d'intérêt à changer d'action s'il sait que l'autre jouera D.

Un autre exemple

- ▷ Deux amis **choisissent un sport** : l'escalade (E) ou la natation (N).
- ▷ Ils ont chacun une préférence pour **un sport spécifique**.
- ▷ Ils préfèrent **faire la même activité** qu'être séparés.



	E	N
E	(3, 2)	(1, 1)
N	(0, 0)	(2, 3)



- ▷ Il n'existe **pas de stratégie strictement dominante**.
- ▷ Ce jeu admet **plusieurs équilibres de Nash** : (E, E) et (N, N).

Le besoin d' aléatoire

Considérons maintenant **pierre-papier-ciseau**.

	Pi	Pa	Ci
Pi	(0, 0)	(-1, 1)	(1, -1)
Pa	(1, -1)	(0, 0)	(-1, 1)
Ci	(-1, 1)	(1, -1)	(0, 0)



- ▷ À première vue, **pas d'équilibre de Nash** : il y a toujours quelqu'un qui peut changer son action et gagner.
- ▷ Un équilibre peut être obtenu en **jouant aléatoirement** : l'aléatoire permet de se rendre **imprévisible**.

Théorème. Dans tout jeu sous forme stratégique avec un nombre fini d'actions, il existe un équilibre de Nash en stratégiques mixtes.

Sommaire

1 Théorie des jeux et ses applications

2 Les jeux sous forme stratégique

3 Jeux séquentiels

4 Nos thématiques de recherche

Jeux séquentiels

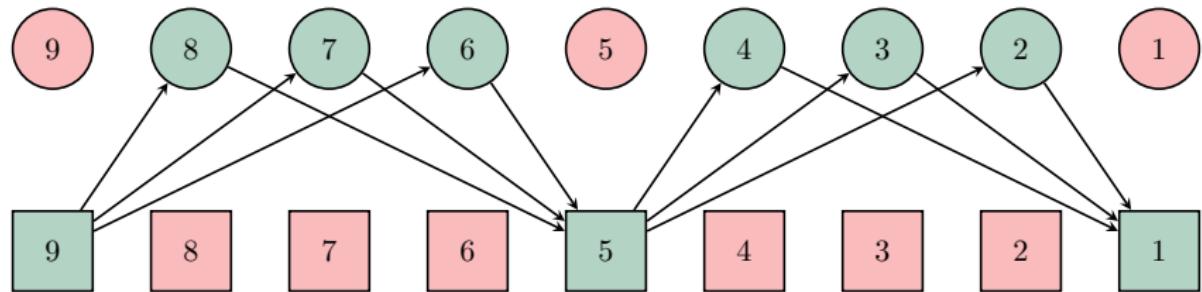
- ▷ Jusqu'ici, on a considéré des jeux avec **une seule manche**.
- ▷ Il existe aussi des modèles pour des **jeux séquentiels**.

Le **jeu de Nim** est un exemple de jeu séquentiel à deux joueurs.

- ▷ On commence avec 13 bâtonnets.
- ▷ À tour de rôle, chaque joueur enlève 1, 2 ou 3 bâtonnets.
- ▷ Celui qui retire le dernier bâtonnet a perdu.

Existe-t-il une stratégie qui gagne quoi que fasse l'autre ?

Comment trouver une bonne stratégie ?



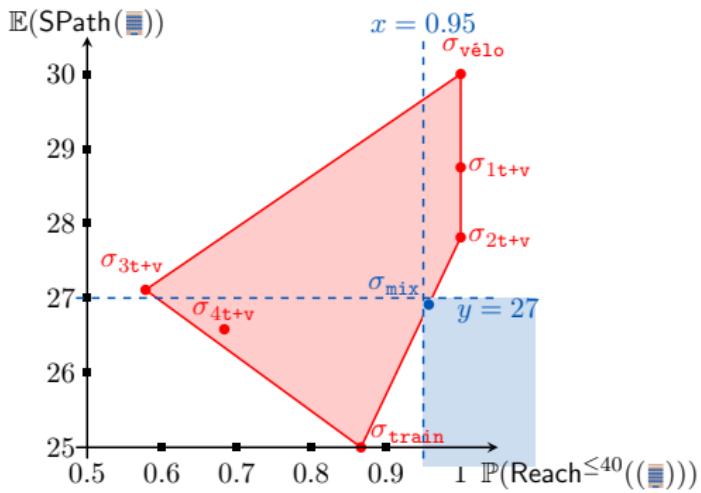
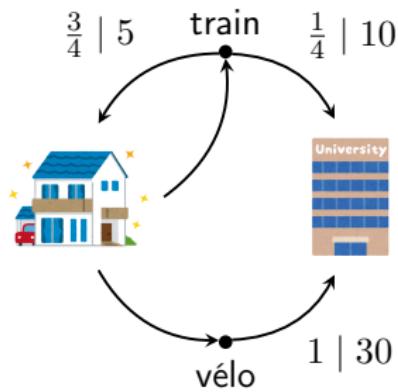
- ▷ On démarre des configurations **initiallement gagnantes**.
- ▷ On raisonne **par induction** pour trouver toutes les configurations gagnantes.

La démarche utilisée ci-dessus est un cas particulier de **l'algorithme de l'attracteur** pour résoudre les jeux d'accessibilité sur graphe.

L'aléatoire dans la prise de décision séquentielle

À quoi peut servir l'**aléatoire** dans des modèles séquentiels ?

- ▷ Être **imprévisible**, comme dans pierre-papier-ciseau.
- ▷ Pouvoir **équilibrer** plusieurs gains.



Sommaire

1 Théorie des jeux et ses applications

2 Les jeux sous forme stratégique

3 Jeux séquentiels

4 Nos thématiques de recherche

Nos thématiques de recherche

Problème central : la synthèse de contrôleurs pour des systèmes via la théorie des jeux.

Le groupe de recherche de **Mickaël Randour** s'intéresse à divers problèmes.

- ▷ Quelle est la **complexité des stratégies** nécessaire pour gagner dans certains jeux ?
- ▷ Comment peut-on s'en sortir s'il est **impossible de synthétiser un bon contrôleur** ?
- ▷ Comment construire des stratégies dans des **systèmes avec un nombre infini d'états** ?

Cours liés à notre recherche

Les bases de nos sujets de recherche sont présentés dans les cours :

- ▷ **Méthodes formelles pour la conception de systèmes** – Mickaël Randour ;
- ▷ **Mathématiques effectives** – Thomas Brihaye ;
- ▷ **Calculabilité et complexité** – Véronique Bruyère.

Merci pour votre attention !

References |

Toutes les images utilisées dans cet exposé proviennent de irasutoya.com.