Diskret matematik

Programmeringslaboration Kombinatorik och sannolikhet

Jenny Söderberg 890728-6648 Alexander Milton 940510-8136 Ht2014

Uppgift 1: Tärningar

```
Räkna ut sannolikheten P(E|F) för n kast med en m-sidig tärning, där
E = "alla sidor på tärningen är med i följden av tärningstest",
F = "följden av tärningskast är växande".
a)
Räkna ut P(E), P(F) och P(E|F) för (m,n) \in \{(6,8),(6,6),(4,5),(4,10),(3,10),(2,10)\}
Omega
integer n tärningskast
integer m sidor
integer[][] Omega( n, m )
{
         integer[][] omega
      integer i, j
         for( 0 < i < m^n)
      {
                  for( 0 < j < n )
                           omega[i][j] = (i/( m^j ) %m )+1
         return omega
}
integer n tärningskast
integer m sidor
integer[][] E( n, m )
      integer[][] e
      integer i, die
      boolean allValues, set to True
      for( 0 < i < omega.size )</pre>
                  for( 1 < die <= m )
                           if ( omega[i] does not contain die )
                           {
                                    allValues = false
                           }
                  if( allValues = true )
                           put omega[i] in e
                  }
      }
      return e
}
```

```
F
integer n tärningskast
integer m sidor
integer[][] F( n, m )
{
        integer n tärningskast
        integer m sidor
        integer[][] f
        integer i, j
        boolean lessThan, set to False
        for ( 0 < i < omega.size )</pre>
                 for ( 1 < j < omega[i].size )</pre>
                          if ( omega[i][j] < omega[i][j - 1] )</pre>
                                  lessThan = true
                          }
                 if ( lessThan = false )
                    put omega[i] in f
        }
        return f
}
Section
integer[][] A, B
integer[][] section( A, B )
{
        integer[][] sect
        integer i, j
        for (0 < i < A.size)
                 for ( 0 < j < B.size )
                         if (A[i] = B[i])
                                  put A[i] in sect
                          }
           }
        }
        return sect
}
```

Calculate probability 1a

```
integer n tärningskast
integer m sidor

Input: (m,n) ∈ {(6,8),(6,6),(4,5),(4,10),(3,10),(2,10)}
E = E(n,m)
F = F(n,m)
EnF = section(E,F)
Print "P(E): " E.size/omega.size
Print "P(F): " F.size/omega.size
Print "P(E|F): " EnF.size/F.size
```

m	n	P(E)	P(F)	P(E F)
6	8	0.114026	0.000766247	0.016317
6	6	0.0154321	0.00990226	0.0021645
4	5	0.234375	0.0546875	0.0714286
4	10	0.780602	0.000272751	0.293706
3	10	0.948026	0.00111772	0.545455
2	10	0.998047	0.0107422	0.818182

Slutsats:

P(E|F) är sannolikheten för att alla tärningsvärden finns med om värdena i följden är stigande.

```
b)
```

```
Undersök den ungefärliga sannolikheten P(E \mid F) när experimentet görs x gånger.
```

```
integer n tärningskast
{\tt integer}\ {\tt m}\ {\tt sidor}
integer x gånger
Kasta tärning
integer kasta_tarning( m )
{
      if ( m < 2 )
                 return NULL
         }
         integer value = randomValue % m
        return value
}
Kasta tärningar n gånger
integer[] kasta_tarningar( n, m )
      integer[] values
      for (0 < i < n)
        {
                 put ( kasta_tarning( m ) ) in values
         }
         return values
}
```

```
Calculate probability 1b
```

```
integer n, m, x
oneBprobability( n, m, x )
{
         integer[][] values
         for (0 < i < x)
         {
                  int[] tempValues = kasta_tarningar( n, m )
                  put tempValues in values
         }
         omega = values
         integer b = F( n, m ).size
integer a = section( E( n, m ), F( n, m ).size )
         if (b \neq 0)
         {
                  float probability = a / b
                  print "P(E|F): " probability
         }
}
```

m	n	X = 1000	X = 10^4	X=10^5	P(E F)
6	8	0	0	0.0229885	0.016317
6	6	0	0	0.00391389	0.0021645
4	5	0.0444444	0.0597826	0.0706121	0.0714286
4	10	0	0.333333	0.318182	0.293706
3	10	0	0.428571	0.5	0.545455
2	10	0.75	0.821053	0.840156	0.818182

c)

$$P(E|F) = \frac{|E \cup F|}{|\Omega|} = \frac{|E \cup F|}{m^n}$$

n≥m

$$|E \cup F| = 1, f\"{o}r \ m = 1$$

$$|E \cup F| = \frac{n-1}{!1}, f\"{o}r \ m = 2$$

$$|E \cup F| = \frac{(n-1)(n-2)}{!2} f\"{o}r \ m = 3$$

$$|E \cup F| = \frac{(n-1)(n-2)(n-3)}{!3} f\"{o}r \ m = 4$$

$$|E \cup F| = \frac{(n-1)(n-2)...(n-(m-1))}{!(m-1)}$$

$$|E \cup F| = \frac{!(n-1)-!(n-m)}{!(m-1)}$$

$$P(E|F) = \frac{\frac{!(n-1) - !(n-m)}{!(m-1)}}{m^n}$$

Uppgift 2: Binomialkoefficienter

a)

n är radindex i Pascals triangel, k är index för elementet i en rad.



```
Binomialkoefficienter
```

```
integer n, k
integer binom_pascal( n, k )
{
        if (k > n)
                return 0
        }
        integer[][] pascalVector
        for (0 < i <= n)
                                                 // Row number
                integer[] rowVector
                for (0 < j <= i)
                                                 // Element in row
                         if (j = 0 \text{ or } j = i)
                                 put 1 in rowVector
                                 print 1
                         }
                         else
                         {
                                 integer firstValue = pascalVector[i - 1] [j - 1]
                                 integer secondValue = pascalVector[i - 1][j]
                                 print (firstValue + secondValue)
                                 put (firstValue + secondValue) in rowVector
                         }
                put rowVector in pascalVector
        return pascalVector[n][k]
}
```

Funktionen ritar ut Pascals triangel så långt ner som behövs för att nå den önskade raden och returnerar elementet på angiven indexplats. I exemplet blir alltså element 3 det fjärde elementet i raden.

Koefficienterna för varje term fås av binomialsatsen.

x och y skrivs inte ut om de har värdet 0.

c) Utveckla

i.
$$(x + y)^{24} =$$

$$x^{24} + 24x^{23}y + 276x^{22}y^2 + \dots + 276x^2y^{22} + 24xy^{23} + y^{24}$$

```
P:\GitHub\Mattelabb\Release\Mattelabb.exe

6) Throw dice
7) Throw dice
8) Uppgift 1b: Dice Probability
9) Uppgift 2a: Pascals triangle
10) Uppgift 2b: Binomial extension
11) Uppgift 3a: Coin flipping
12) Uppgift 3b: Lots of coins

10

Firsta termen: x
Andra termen: y
n: Exponent: 24

Binomialexpansion C(x, y, n):
(x)^24 + 24(x)^23y + 276(x)^22 (y)^2 + 2024(x)^21 (y)^3 + 10626(x)^20 (y)^4 + 42
504(x)^19 (y)^5 + 134596(x)^18 (y)^6 + 346104(x)^17 (y)^7 + 735471(x)^16 (y)^8 + 1307504(x)^15 (y)^9 + 1961256(x)^14 (y)^10 + 2496144(x)^13 (y)^11 + 2704156(x)^12 (y)^12 + 2496144(x)^11 (y)^13 + 1961256(x)^10 (y)^14 + 1307504(x)^9 (y)^15 + 735471(x)^8 (y)^16 + 346104(x)^7 (y)^17 + 134596(x)^6 (y)^18 + 42504(x)^5 (y)^19 + 10626(x)^4 (y)^20 + 2024(x)^3 (y)^21 + 276(x)^2 (y)^22 + 24x (y)^23 + (y)^24

Press any key to continue . . .
```

```
ii. (4a + 6b)^{13} =
4a^{13} + 13 * 4a^{12} 6b + 78 * 4a^{11} 6b^{2} + \dots + 78 * 4a^{2} 6b^{11} + 13 * 4a * 6b^{12} + 6b^{13}
```

```
P:\GitHub\Mattelabb\Release\Mattelabb.exe

3) F (n, m)
4) Section(E, F)
5) Uppgift 1h: Die Probability
6) Throw die
7) Throw dic
8) Uppgift 2h: Dice Probability
9) Uppgift 2h: Binomial extension
11) Uppgift 2h: Binomial extension
11) Uppgift 3h: Lots of coins

10

Firsta termen: 4a
Andra termen: 6b
n: Exponent: 13

Binomialexpansion C(x, y, n):
(4a)*13 + 13(4a)*126b + 78(4a)*11 (6b)*2 + 286(4a)*10 (6b)*3 + 715(4a)*9 (6b)*4 + 1287(4a)*8 (6b)*5 + 1716(4a)*7 (6b)*6 + 1716(4a)*6 (6b)*7 + 1287(4a)*5 (6b)*8 + 715(4a)*4 (6b)*9 + 286(4a)*3 (6b)*10 + 78(4a)*2 (6b)*11 + 134a (6b)*12 + (6b)*

Press any key to continue . . .
```

iii. $(g^2 \ h + k)^{15} =$ $((g^2 h)^{15} + 15(g^2 h)^{14} k + 105(g^2 h)^{13} k^2 + \dots + 105(g^2 h)^2 k^{13} + 15(g^2 h) k^{14} + k^{15}$

```
## P:\GitHub\Mattelabb\Release\Mattelabb.exe

## Section(E, F)

## Uppgift 1h: Die Probability

## Die Probability

## Die Probability

## Uppgift 2a: Pascals triangle

## Uppgift 2b: Binomial extension

## Uppgift 3b: Lots of coins

## P:rsta termen: (g^2)h

## Andra termen: k

## n: Exponent: 15

## Binomialexpansion C(x, y, n):

## ((g^2)h)^15 + 15((g^2)h)^14k + 105((g^2)h)^13 (k)^2 + 455((g^2)h)^12 (k)^3 + 136 (g^2)h)^15 + 15((g^2)h)^14k + 105((g^2)h)^13 (k)^2 + 455((g^2)h)^12 (k)^3 + 136 (g^2)h)^16 (k)^3 + 6435((g^2)h)^3 (k)^3 + 6435((g^2)h)^3 (k)^3 + 136 (g^2)h)^4 (k)^3 + 1365((g^2)h)^4 (k)^4 + 455((g^2)h)^3 (k)^4 + 105((g^2)h)^2 (k)^4 + 105((g^2)h)^4 (k)^4 + 455((g^2)h)^3 (k)^4 + 105((g^2)h)^2 (k)^4 + 105((g^2)h)^4 (k)^4 +
```

```
Uppgift 3: Binomialfördelning
```

```
a)
krona: 1
klave: 0
Kasta mynt
float p
integer kasta_mynt( p )
         integer probability = p * 1000
         integer result = randomValue % 1000
         if (result < probability)</pre>
         {
                 return 1
         }
         else
         {
                 return 0
         }
```

Eftersom det bara finns två möjliga utfall, krona och klave, måste varje resultat som inte är krona vara klave. Det ger att om sannolikheten för krona är p, blir sannolikheten för klave q = 1 - p då de kombinerade sannolikheterna för alla möjliga utfall alltid är ett.

```
b)
```

Mynt_experiment

integer n, k

```
float p
boolean mynt_experiment( n, k, p )
        integer count = 0
        for (0 < i < n)
                count = ( count + kasta_mynt( p ) )
        }
        return true if ( count = k )
}
Print_experiment
integer n
float p
print_experiment( n, p )
        integer x = 100000000
        for (0 < k <= n)
                integer h = 0
                for (0 < i < x)
                         if ( mynt_experiment( n, k, p ) ) returns 1
                                 h = h + 1;
                         }
                print "k: " k
           print "h/x: " h/x
        }
}
```

Syftet var att undersöka sannolikheten för att få krona exakt k gånger när ett mynt kastas n gånger och sannolikheten p för krona i varje enskilt kast är 0.3. Experimentet utfördes 10^8 gånger för varje k< n, för n=2,3,4,5,10.

```
n: gånger
k: önskat antal krona
p: sannolikhet för krona
h: antal lyckade experiment
x: antal gånger experimentet utförs
Experimentet utfördes med x=100000000, d.v.s. 10^8 gånger
bool experiment( n, k, p )
h/x för k = 0-n, p = 0.3, n = 2,3,4,5,10
```

	N = 2	N=3	N=4	N=5	N=10
K=0	0.487056	0.339862	0.237234	0.165521	0.0273878
K=1	0.421705	0.441535	0.410788	0.358352	0.118642
K=2	0.0912536	0.191092	0.266805	0.310188	0.231196
K=3	-	0.0275328	0.0769986	0.134343	0.266817
K=4	-	-	0.00833216	0.0291038	0.202152
K=5	-	-	-	0.00251081	0.104976
K=6	-	-	-	-	0.0378986
K=7	-	-	-	-	0.00936076
K=8	-	-	-	-	0.00151394
K=9	-	-	-	-	0.00014641
K=10	-	-	-	-	6.01*10^-6

Eftersom sannolikheten för att få krona är lite mindre än hälften så stor som sannolikheten för att få krona, (p = 0.3 ger 1 - p = q = 0.7), blir det inte en normalfördelning av resultaten. Det som fås är en tvåpunktsfördelning, mer specifikt en Bernoullifördelning då $p \neq q$.

c)

$\binom{n}{k} * 0.3^k 0.7^{n-k}$	N = 2	N=3	N=4	N=5	N=10
K=0	0.49	0.343	0.2401	0.16807	0.0282475249
K=1	0.42	0.441	0.4116	0.36015	0.121060821
K=2	0.09	0.189	0.2646	0.3087	0.2334744405
K=3	-	0.027	0.0756	0.1323	0.266827932
K=4		-	0.0081	0.02835	0.200120949
K=5			-	0.00243	0.102919345
K=6				-	0.036756909
K=7					0.009001692
K=8					0.001446701
K=9					0.000137781
K=10					5.9049*10^-6

Värdena från experimenten motsvarar ungefär de som fås av formeln men skulle bli mer exakta med ett högre antal utförda experiment.

$$E[X] = np$$

$$p = 0.3$$

$$n = 2 ger E[X] = 2 * 0.3 = 0.6$$

 $n = 3 ger E[X] = 3 * 0.3 = 0.9$
 $n = 4 ger E[X] = 4 * 0.3 = 1.2$
 $n = 5 ger E[X] = 5 * 0.3 = 1.5$
 $n = 10 ger E[X] = 10 * 0.3 = 3$

Väntevärdet innebär det genomsnittliga värdet av experimentet. För n = 10 innebär det till exempel att om en slant singlas tio gånger och sannolikheten vid varje enskilt kast för att få krona är 0.3, är det sannolikt att det totala värdet på alla kast blir 3, det vill säga att av tio kast är det sannolikt att precis tre av dessa är krona.

Appendix:

Main.cpp

```
#include <iostream>
#include <math.h>
#include <vector>
#include <stdlib.h>
#include <ctime>
#include "dice.h"
#include "binom.h"
#include "coin.h"
using namespace std;
int inputN();
int inputM();
int inputX();
int main()
Reset:
         Dice::generate_seed();
         Coin::generate_seed();
         int input = 0;
         int n = 0;
         int m = 0;
         int x = 0;
         int y = 0;
         int k = 0;
         float p = 0;
         string X;
         string Y;
         cout << "\tAvailable functions:\n\n\n";</pre>
         cout << " 1) Uppgift 1a: Omega (n, m)\n";</pre>
         cout << " 2) E (n, m)\n";
         cout << " 3) F (n, m)\n";
         cout << " 4) Section(E, F)\n";</pre>
         cout << " 5) Uppgift 1a: Die Probability\n";</pre>
         cout << " 6) Throw die\n";</pre>
         cout << " 7) Throw dice\n";</pre>
         cout << " 8) Uppgift 1b: Dice Probability\n";</pre>
         cout << " 9) Uppgift 2a: Pascals triangle\n";</pre>
         cout << "10) Uppgift 2b: Binomial extension\n";</pre>
         cout << "11) Uppgift 3a: Coin flipping\n";</pre>
         cout << "12) Uppgift 3b: Lots of coins\n";</pre>
         cout << endl << endl;</pre>
         cin >> input;
         cout << endl;</pre>
```

```
switch (input)
case 1:
        n = inputN();
        m = inputM();
        cout << endl;</pre>
        Dice::printSet(Dice::Omega(n, m));
        break;
case 2:
        n = inputN();
        m = inputM();
        cout << endl;</pre>
        Dice::Omega(n,m);
        Dice::printSet(Dice::E(n, m));
        break;
case 3:
        n = inputN();
        m = inputM();
        cout << endl;</pre>
        Dice::Omega(n,m);
        Dice::printSet(Dice::F(n, m));
        break;
case 4:
        n = inputN();
        m = inputM();
        cout << endl;</pre>
        Dice::Omega(n,m);
        Dice::printSet(Dice::section(Dice::E(n, m), Dice::F(n, m)));
        break;
case 5:
         n = inputN();
        m = inputM();
        cout << endl;</pre>
        Dice::Omega(n,m);
        Dice::probability(n, m);
        break;
case 6:
        m = inputM();
        cout << endl;</pre>
        Dice::kasta_tarning(m);
        break;
case 7:
        n = inputN();
        m = inputM();
        cout << endl;</pre>
        Dice::kasta_tarningar(n, m);
        break;
case 8:
        n = inputN();
        m = inputM();
        x = inputX();
        cout << endl;</pre>
        Dice::oneBprobability(n, m, x);
        break;
```

```
case 9:
                  cout << "n: Ange rad: ";</pre>
                  cin >> n;
                  cout << "k: Ange element i raden: ";</pre>
                  cin >> k;
                  cout << "Resultat: " << Binom::binom_pascal(n, k, 1);</pre>
                                                                                          // 1
= print triangle
                  break;
         case 10:
                  cout << "Första termen: ";</pre>
                  cin >> X;
                  cout << "Andra termen: ";</pre>
                  cin >> Y;
                  cout << "n: Exponent: ";</pre>
                  cin >> n;
                  cout << "\nBinomialexpansion C(x, y, n): \n";</pre>
                  Binom::extension(X, Y, n);
                  break;
         case 11:
                  cout << "p: Ange sannolikhet (flyttal 0-1) ";</pre>
                  cin >> p;
                  cout << "Result: " << Coin::kasta_mynt(p);</pre>
                  break;
         case 12:
                  cout << "n: Ange antal myntkast: ";</pre>
                  cin >> n;
cout << "p: sannolikhet för krona: ";</pre>
                  cin >> p;
                  Coin::print experiment(n, p);
                  break;
         default:
                  goto Reset;
                  break;
         }
         cout << "\n\n";</pre>
         system("PAUSE");
         system("CLS");
         goto Reset;
         system("PAUSE");
         return 0;
}
int inputN()
               // Number of dice/throws
{
         int n = 0;
         cout << "Number of dice/throws: ";</pre>
         cin >> n;
         return n;
}
int inputM()
               // Number of sides on the die
```

```
{
    int m = 0;
    cout << "Number of die sides: ";
    cin >> m;
    return m;
}
int inputX()  // Number of experimental iterations
{
    int x = 0;
    cout << "Number of experiments: ";
    cin >> x;
    return x;
}
```

```
#ifndef _DICE_
#define _DICE_
#include <iostream>
#include <math.h>
#include <vector>
#include <stdlib.h>
#include <ctime>
using namespace std;
typedef vector<vector<int>> vec2;
class Dice
public:
        static void generate_seed();
        static vec2& Omega(int n, int m);
        static vec2 E(int n, int m);
static vec2 F(int n, int m);
        static void printSet(vec2 a);
        static vec2 section(vec2& a, vec2& b);
        static void probability(int n, int m);
        static int kasta_tarning(int m);
        static vector<int> kasta_tarningar(int n, int m);
        static void oneBprobability(int n, int m, int x);
private:
         static vec2 omega;
};
#endif // _DICE_
```

```
#include "dice.h"
vec2 Dice::omega;
void Dice::generate_seed()
        srand(time(NULL));
}
vec2& Dice::Omega(int n, int m) //n = no throws, m = no sides
{
        omega.clear();
        cout << "Executing function Omega\n\n";</pre>
        vector <int> list;
        //vector < vector <int> > metalist;
        int permutations = pow(m, n);
        omega.reserve(permutations);
        cout << "Number of possible combinations = " << permutations << endl << endl;</pre>
        // For each loop, create a vector
        for (int i = 0; i < permutations; i++)</pre>
                 // Clear list
                 list.clear();
                 // For each loop fill a vector
                 for (int j = n - 1; j >= 0; j--)
                         int power = pow(m, j);
                         // Det nya elementet fås av en formel beroende på antalet
sidor,
                         // dess position i arrayen samt antalet element arrayen håller
                          int newElement = ((i / power) % m) + 1;
                         list.push_back(newElement);
                 }
                 // Put the vector in the vector-vector-reference
                 omega.push_back(list);
        }
        // What's our vector, Victor?
        return omega;
}
vec2 Dice::E(int n, int m)
        cout << "Executing function E\n\n";</pre>
        vec2 metalist;
        for (int i = 0; i < omega.size(); i++)</pre>
```

```
{
                 vector< int >& list = omega[i];
                 bool allValues = true;
                 for (int die = 1; die <= m; die++)</pre>
                          bool exists = false;
                          for (int k = 0; k < list.size(); k++)
                          {
                                   if (list[k] == die)
                                   {
                                            exists = true;
                                   }
                          }
                          if (exists == false)
                                   allValues = false;
                                   break;
                          }
                 }
                 if (allValues == true)
                          metalist.push_back(list);
                 }
        }
        return metalist;
}
vec2 Dice::F(int n, int m)
{
        cout << "Executing function F\n\n";</pre>
        vec2 metalist;
        for (int i = 0; i < omega.size(); i++)</pre>
                 bool lessThan = false;
                 for (int j = 1; j < omega[i].size(); j++)</pre>
                          if (omega[i][j] < omega[i][j - 1])
                                   lessThan = true;
                                   break;
                          }
                 if (!lessThan)
                          metalist.push_back(omega[i]);
        return metalist;
}
void Dice::printSet(vec2 inputSet)
        cout << "InputSet: "<<inputSet.size() << endl;</pre>
        for (int i = 0; i < inputSet.size(); i++)</pre>
```

```
{
                  vector <int> list = inputSet[i];
                  for (int j = 0; j < list.size(); j++)</pre>
                            cout << list[j] << ", ";
                  }
                  cout << endl;</pre>
         }
}
vec2 Dice::section(vec2& A, vec2& B)
         cout << "Executing function Section\n\n";</pre>
         vec2 sect;
         //sect.reserve(A.size()*A[0].size());
         for (int i = 0; i < A.size(); i++)
                  for (int j = 0; j < B.size(); j++)
                            if (A[i] == B[j])
                                     sect.push_back(A[i]);
                                     break;
                            }
                  }
         }
         return sect;
}
void Dice::probability(int n, int m)
{
         cout << "Executing function Probability\n\n";</pre>
         vec2 e = E(n, m);
         vec2 f = F(n, m);
         vec2 s = section(e, f);
                             " << float(e.size()) / float(omega.size()) << endl;
         cout << "P(E):
         cout << "P(F): " << float(f.size()) / float(omega.size()) << endl;
cout << "P(E|F): " << float(s.size()) / float(f.size()) << endl;</pre>
}
int Dice::kasta_tarning(int m) // m sidor
         if (m < 2)
         {
                  return NULL;
         int value = rand() % m + 1;
         return value;
}
vector<int> Dice::kasta_tarningar(int n, int m)
```

```
{
         vector<int> values;
         for (int i = 0; i < n; i++)
                  values.push_back(kasta_tarning(m));
         }
         return values;
}
void Dice::oneBprobability(int n, int m, int x)
         vec2 values;
         for (int i = 0; i < x; i++)
                  vector<int> tempValues = kasta_tarningar(n, m);
                  values.push_back(tempValues);
         omega = values;
         cout << "E: " << E(n, m).size() << endl;</pre>
         int b = F(n, m).size();
cout << "F: " << b << endl;</pre>
         int a = section(E(n, m), F(n, m)).size();
         if (b != 0)
         {
                  float probability = (float) a / (float) b;
                  cout << a << endl;</pre>
                  cout << b << endl;</pre>
                  cout << n << " " << m << "-sided dice " << "thrown " << x << " times\n \,
gives P(E|F): " << probability << endl;
         }
         else
         {
                  cout << a << endl;</pre>
                  cout << b << endl;</pre>
                  cout << "Don't divide by zero, stupid." << endl;</pre>
         }
}
```

Binom.h

```
#include "binom.h"
int Binom::binom_pascal(int n, int k, bool p)
        if (k > n)
        {
                 return 0;
        }
        vector<vector<int>*> pascalVector;
        for (int i = 0; i <= n; i++)
                                          // raden
                 vector<int>* v= new vector<int>();
                 for (int j = 0; j \leftarrow i; j++) // elementet i raden
                         if (j == 0 || j == i)
                                  v->push_back(1);
                                  if(p) cout << "1 ";
                         }
                         else
                         {
                                  int firstValue = pascalVector.at(i - 1)->at(j - 1);
                                  int secondValue = pascalVector.at(i - 1)->at(j);
                                  if(p) cout << firstValue + secondValue <<" ";</pre>
                                  v->push_back(firstValue+secondValue);
                         }
                 pascalVector.push_back(v);
                 if(p) cout << endl;</pre>
        }
        return pascalVector.at(n)->at(k);
}
void Binom::extension(string x, string y, int n)
        for (int i = 0; i <= n; i++)
        {
                 unsigned long int k = binom_pascal(n, i, 0);
                 if (k > 1)
                         cout << k;
                 if ((n - i) != 1)
                         if ((n - i) != 0) cout << "(" <math><< x << ")^n << n - i;
                 }
                 else
                         cout << x;
```

Coin.h

```
#include "coin.h"
void Coin::generate_seed()
        srand(time(NULL));
}
int Coin::kasta_mynt(float p)
        assert(p >= 0 && p <= 1);
        int result = 0;
        int probability = p * 100000;
        result = rand() % 100000;
        assert(result >= 0 && result < 100000);</pre>
        if (result < probability)</pre>
        {
                 return 1;
        }
        else
        {
                 return 0;
        }
}
bool Coin::experiment(int n, int k, float p)
        int count = 0;
        for (int i = 0; i < n; i++)
                 count += kasta_mynt(p);
        }
        return (count == k);
}
void Coin::print_experiment( int n, float p)
        int x = 100000000;
        for (int k = 0; k <= n; k++)
                 int h = 0;
                 for (int i = 0; i < x; i++)
                          if (experiment( n, k, p))
                          {
                                  h++;
                          }
                 cout << "k: " << k << " h/x: " << (float)h/(float)x << endl;</pre>
        }
}
```