Отчет по лабораторной работе № 22 по курсу “Практикум программирования”

Студент группы М80-101Б-22 Шляхтуров Александр Викторович

Контакты 89807025842

Работа выполнена: «5» марта 2023г.

Преподаватель: Крылов Сергей Сергеевич

Отчет сдан « » _________20__ г., итоговая оценка _____

Подпись преподавателя ________________

1. **Тема:** Издательская система TeX
2. **Цель работы:** Затехать 3 страницы математического учебника
3. **Задание:** Затехать 3 страницы математического учебника
4. **Оборудование** (студента):
   Процессор *Intel Core i5-8265U @ 8x 3.9GH* с ОП *7851* Мб, НМД *1024* Гб. Монитор *1920x1080*
5. **Программное обеспечение** (студента**):**
   Операционная система семейства: *windows 10*
   интерпретатор команд: *bash* версия *4.4.19*.
   Система программирования -- версия --, редактор текстов *emacs* версия *25.2.2*
   Утилиты операционной системы --
   Прикладные системы и программы --
   Местонахождение и имена файлов программ и данных на домашнем компьютере --

6. Идея, метод, алгоритм

Выбираем 3 страницы из учебника Зорича и с помощью TeXa делаем их копию.

7. Сценарий выполнения работы.

Техаем Зорича на 297 странице.

Пример 2. Функция $F(x) = \operatorname{arcctg}\frac{1}{x}$ является первообразной для функции $f(x) = \frac{1}{1+x^2}$ как на промежутке всех положительных чисел, так и на полуоси отрицательных чисел, ибо при $x \neq 0$

$$F'(x) = -\frac{1}{1+\left(\frac{1}{x}\right)^2} \cdot \left(-\frac{1}{x^2}\right) = \frac{1}{1+x^2} = f(x).$$

Как обстоит дело с существованием первообразной и каково множество первообразных данной функции?

В интегральном исчислении будет доказан фундаментальный факт о том, что любая непрерывная на промежутке функция имеет на этом промежутке первообразную.

Мы приводим этот факт для информации читателя, а в этом параграфе используется, по существу, лишь следующая, уже известная нам (см. гл. V, § 3, п. 1) характеристика множества первообразных данной функции на числовом промежутке, полученная из теоремы Лагранжа.

Утверждение 1. *Если $F_1(x)$ и $F_2(x)$ — две первообразные функции $f(x)$ на одном и том же промежутке, то их разность $F_1(x) - F_2(x)$ постоянна на этом промежутке.*

Условие, что сравнение F_1 и F_2 ведется на связном промежутке, как отмечалось при доказательстве этого утверждения, весьма существенно. Это можно заметить также из сопоставления примеров 1 и 2, в которых производные функций $F_1(x) = \operatorname{arctg} x$ и $F_2(x) = \operatorname{arcctg}\frac{1}{x}$ совпадают в области $\mathbb{R} \setminus 0$ их совместного определения. Однако

$$F_1(x) - F_2(x) = \operatorname{arctg} x - \operatorname{arcctg}\frac{1}{x} = \operatorname{arctg} x - \operatorname{arctg} x = 0,$$

если $x > 0$, в то время как $F_1(x) - F_2(x) \equiv -\pi$ при $x < 0$, ибо при $x < 0$ имеем $\operatorname{arcctg}\frac{1}{x} = \pi + \operatorname{arctg} x$.

Как и операция взятия дифференциала, имеющая свое название «дифференцирование» и свой математический символ $dF(x) = F'(x)\,dx$, операция перехода к первообразной имеет свое название «неопределенное интегрирование» и свой математический символ

$$\int f(x)\,dx, \tag{1}$$

называемый *неопределенным интегралом* от функции $f(x)$ на заданном промежутке.

Таким образом, символ (1) мы будем понимать как обозначение любой из первообразных функции f на рассматриваемом промежутке.

В символе (1) знак $\int$ называется знаком *неопределенного интеграла*, f — *подынтегральная функция*, а $f(x)\,dx$ — *подынтегральное выражение*.

Из утверждения 1 следует, что если $F(x)$ — какая-то конкретная первообразная функции $f(x)$ на промежутке, то на этом промежутке

$$\int f(x)\,dx = F(x) + C, \tag{2}$$

т. е. любая другая первообразная может быть получена из конкретной $F(x)$ добавлением некоторой постоянной.

Если $F'(x) = f(x)$, т. е. F — первообразная для f на некотором промежутке, то из (2) имеем

$$\boxed{d\int f(x)\,dx = dF(x) = F'(x)\,dx = f(x)\,dx.} \tag{3}$$

Кроме того, в соответствии с понятием неопределенного интеграла как любой из первообразных, из (2) следует также, что

$$\boxed{\int dF(x) = \int F'(x)\,dx = F(x) + C.} \tag{4}$$

Формулы (3) и (4) устанавливают взаимность операций дифференцирования и неопределенного интегрирования. Эти операции взаимно обратны с точностью до появляющейся в формуле (4) неопределенной постоянной C.

До сих пор мы обсуждали лишь математическую природу постоянной C в формуле (2). Укажем теперь ее физический смысл на простейшем примере. Пусть точка движется по прямой так, что ее скорость $v(t)$ известна как функция времени (например, $v(t) \equiv v$). Если $x(t)$ — координата точки в момент t, то функция $x(t)$ удовлетворяет уравнению $\dot{x}(t) = v(t)$, т. е. является первообразной для $v(t)$. Можно ли по скорости $v(t)$ в каком-то интервале времени восстановить положение точки на оси? Ясно, что нет. По скорости и промежутку времени можно определить величину пройденного за это время пути s, но не положение на оси. Однако это положение также будет полностью определено, если указать его хотя бы в какой-то момент, например при $t = 0$, т. е. задать начальное условие $x(0) = x_0$. До задания начального условия закон движения $x(t)$ мог быть любым среди законов вида $x(t) = \tilde{x}(t) + c$, где $\tilde{x}(t)$ — любая конкретная первообразная функции $v(t)$, а c — произвольная постоянная. Но после задания начального условия $x(0) = x_0$ вся неопределенность исчезает, ибо мы должны иметь $x(0) = \tilde{x}(0) + c = x_0$, т. е. $c = x_0 - \tilde{x}(0)$, и $x(t) = x_0 + [\tilde{x}(t) - \tilde{x}(0)]$. Последняя формула вполне физична, поскольку произвольная первообразная $\tilde{x}$ участвует в формуле только в виде разности, определяя пройденный путь или величину смещения от известной начальной метки $x(0) = x_0$.

2. Основные общие приемы отыскания первообразной. В соответствии с определением символа (1) неопределенного интеграла, он обозначает функцию, производная которой равна подынтегральной функции. Исходя из этого определения, с учетом соотношения (2) и законов дифференцирования можно утверждать, что справедливы следующие соотношения:

a. $$\int (\alpha u(x) + \beta v(x))\,dx = \alpha \int u(x)\,dx + \beta \int v(x)\,dx + c. \tag{5}$$

b. $$\int (uv)'(x)\,dx = \int u'(x)v(x)\,dx + \int u(x)v'(x)\,dx + c. \tag{6}$$

c. *Если на некотором промежутке* I_x

$$\int f(x)\,dx = F(x) + c,$$

а $\varphi : I_t \to I_x$ *— гладкое (т. е. непрерывно дифференцируемое) отображение промежутка* I_t *в* I_x, *то*

$$\int (f \circ \varphi)(t)\varphi'(t)\,dt = (F \circ \varphi)(t) + c. \tag{7}$$

Равенства (5), (6), (7) проверяются прямым дифференцированием их левой и правой частей с использованием в (5) линейности дифференцирования, в (6) правила дифференцирования произведения и в (7) правила дифференцирования композиции функций.

Подобно правилам дифференцирования, позволяющим дифференцировать линейные комбинации, произведения и композиции уже известных функций, соотношения (5), (6), (7), как мы увидим, позволяют в ряде случаев сводить отыскание первообразной данной функции либо к построению первообразных более простых функций, либо вообще к уже известным первообразным. Набор таких известных первообразных может составить, например, следующая краткая таблица неопределенных интегралов, полученная переписыванием таблицы производных основных элементарных функций (см. § 2, п. 3):

$$\int x^\alpha\,dx = \frac{1}{\alpha+1}x^{\alpha+1} + c \quad (\alpha \neq -1),$$

$$\int \frac{1}{x}\,dx = \ln|x| + c,$$

$$\int a^x\,dx = \frac{1}{\ln a}a^x + c \quad (0 < a \neq 1),$$

$$\int e^x\,dx = e^x + c,$$

$$\int \sin x\,dx = -\cos x + c,$$

$$\int \cos x\,dx = \sin x + c,$$

$$\int \frac{1}{\cos^2 x}\,dx = \operatorname{tg} x + c,$$

$$\int \frac{1}{\sin^2 x}\,dx = -\operatorname{ctg} x + c,$$

$$\int \frac{1}{\sqrt{1-x^2}}\,dx = \begin{cases} \arcsin x + c, \\ -\arccos x + \tilde{c}, \end{cases}$$

8. Распечатка протокола

.

```latex
\documentclass[a5paper, 16pt]{book}

\usepackage[left=10mm, top=10mm, right=20mm, bottom=10mm, nohead, nofoot]{geometry}
\usepackage[english, russian]{babel}
\usepackage[utf8]{inputenc}
\usepackage{amsfonts}
\usepackage{amsmath}

\setlength{\headheight}{0mm}
\setlength{\headsep}{0mm}
\setcounter{page}{285}

\date{09.03.2023}
\author{             }

\begin{document}
    \begin{center}
        $\S7.$ \textsc{ПЕРВООБРАЗНАЯ}
    \end{center}
    \par\textsc{Пример 2.} функция $F(x) = arcctg \, \frac{1}{x}$ является первообразной для функции $f(x) = \frac{1}{1 + x ^ {2}}$ как на промежутке всех положительных чисел, так и на полуоси отрицательных чисел, ибо при $x \neq 0$
    $$F^{'} (x) = \textbf{-} \frac{1}{1 + \big(\frac{1}{x} \big)^{2}} \cdot \bigg( \textbf{-} \frac{1}{x ^ {2}} \bigg) = \frac{1}{1 + x ^ {2}} = f(x) .$$
    \parКак обстоит дело с существованием первообразной и каково множество первообрахных данной функции?
    \parВ интегральном исчислении будет доказан фундаментальный факт о том, что любая непрерывная на промежутке функция имеет на этом промежутке первообразную.
    \parМы приводим этот факт для информации читателя, а в этом параграфе используется, по существу, лишь следующая, уже известная нам (см. гл. V, $\S3,$ п.1) характеристика множества первообразных данной функции на числовом промежутке, полученная из теоремы Лагранжа.
    \par\textsc{Утверждение 1.} \textit{Если $F_1(x)$ и $F_2(x)$ \textbf{"---} две первообразные функции $f(x)$ на одном и том же промежутке, то их разность $F_1(x) - F_2(x)$ постоянна на этом промежутке.}
    \parУсловие, что сравнение $F_1$ и $F_2$ ведется на связном промежутке, как отмечалось при доказательстве этого утверждения, весьма существенно. Это можно заметить также из сопоставления примеров 1 и 2, в которых производные функций $F_1(x) = arctg \, x$ и $F_2(x) = arcctg \, \frac{1}{x}$ совпадают в области $\mathbb{R} \; \backslash \; 0$ их совместного определения. Однако
    $$F_1(x) - F_2(x) = arctg \, x - arcctg \, \frac{1}{x} = arctg \, x - arctg \, x = 0 ,$$
    если $x > 0 ,$ в то время как $F_1(x) - F_2(x) \equiv \textbf{-} \pi$ при $x < 0$, ибо при $x < 0$ имеем $arcctg \, \frac{1}{x} = \pi + arctg \, x .$
    \parКак и операция взятия дифференциала, имеющая свое название <<дифференцирование>> и свой математический символ $dF(x) = F ^ {'} (x) \, dx$, операция перехода к первообразной имеет свое название <<неопределенное интегрирование>> и свой математический символ
    \begin{flushright}
        $\int f(x) \, dx, \qquad \qquad \qquad \qquad \qquad \qquad \textrm{(1)}$
    \end{flushright}
    \parТаким образом, символ (1) мы будем понимать как обозначение любой из первообразных функции $f$ на рассматриваемом промежутке.
    \parВ символе (1) знак $\int$ называется знаком \textit{неопределенного интеграла}, $f \textbf{"---}$ \textit{подынтегральная функция} , а $f(x) \, dx \textbf{"---}$ \textit{подынтегральное выражение}.
    \parИз утверждения 1 следует, что если $F(x) \textbf{"---}$ какая-то конкретная пер-

    \newpage

    \begin{center}
        \textsc{ГЛ. V. ДИФФЕРЕНЦИАЛЬНОЕ ИСЧИСЛЕНИЕ}
    \end{center}
    вообразная функции $f(x)$ на промежутке, то на этом промежутке
    \begin{flushright}
        $\int f(x) \, dx = F(x) + C, \qquad \qquad \qquad \qquad \qquad \qquad \textrm{(2)}$
    \end{flushright}
    т.е. любая другая первообразная может быть получена из конкретной $F(x)$ добавлением некоторой постоянной.
    \parЕсли $F ^ {'} (x) = f(x)$, т.е. $F \textbf{"---}$ первообразная для $f$ на некотором промежутке, то из (2) имеем
    \begin{flushright}
        $\fbox{$d\, \int f(x) \, dx = dF(x) = F ^ {'} \, dx = f(x) \, dx.$} \qquad \qquad \qquad
        \textrm{(3)}$
    \end{flushright}
    \parКроме того, в соответствии с понятием неопределенного интеграла как любой из первообразных, из (2) следует так же, что
    \begin{flushright}
        $\fbox{$\int dF(x) = \int F ^ {'} (x) \, dx = F(x) + C.$} \quad \qquad \qquad \qquad
        \textrm{(4)}$
    \end{flushright}
    \parформулы (3) и (4) устанавливают взаимность операций дифференцирования и неопределенного интегрирования. Эти операции взаимно обратны с точностью до появляющейся в формуле (4) неопределенной постоянной $C$.
    \parДо сих пор мы обсуждали лишь математическую природу постоянной $C$ в формуле (2). Укажем теперь ее физический смысл на простейшем примере. Пусть точка движется по прямой так, что ее скорость $\upsilon (t)$ известна как функция времени (например, $\upsilon (t) \equiv \upsilon$). Если $x(t) \textbf{"---}$координата точки в момент $t$б то функция $x(t)$ удовлетворяет уравнению $\dot x (t) = \upsilon (t)$, т.е. является первообразной для $\upsilon (t)$. Можно ли по скорости $\upsilon (t)$ в каком-то интервале времени восстановить положение точки на оси? Ясно, что нет. По скорости и промежутку времени можно определить величину пройденного за это время пути $s$, но не положение на оси. Однако это положение также будет полностью определено, если указать его хотя бы в какой-то момент, например при $t = 0$, т.е. задать начальное условие $x(0) = x_0$. До задания начального условия закон движения $x(t)$ мог быть любым среди законов вида $x(t) = \tilde x (t) + c$, где $\tilde x (t) \textbf{"---}$ любая конкретная первообразная функции $\upsilon (t)$, а $c \textbf{"---}$ произвольная постоянная. Но после задания начального условия $x(0) = x_0$ вся неопределенность исчезает, ибо мы должны иметь $x(0) = \tilde x (0) + c = x_0$, т.е. $c = x_0 - \tilde x (0)$, и $x(t) = x_0 + [\tilde x (t) - \tilde x (0)]$. Последняя формула вполне физична, поскольку
```

§7. ПЕРВООБРАЗНАЯ 285

Пример 2. Функция $F(x) = arcctg\,\frac{1}{x}$ является первообразной для функции $f(x) = \frac{1}{1+x^2}$ как на промежутке всех положительных чисел, так и на полуоси отрицательных чисел, ибо при $x \neq 0$

$$F^{'}(x) = \textbf{-}\frac{1}{1+\big(\frac{1}{x}\big)^2} \cdot \bigg(\textbf{-}\frac{1}{x^2}\bigg) = \frac{1}{1+x^2} = f(x).$$

Как обстоит дело с существованием первообразной и каково множество первообрахных данной функции?

В интегральном исчислении будет доказан фундаментальный факт о том, что любая непрерывная на промежутке функция имеет на этом промежутке первообразную.

Мы приводим этот факт для информации читателя, а в этом параграфе используется, по существу, лишь следующая, уже известная нам (см. гл. V, §3, п.1) характеристика множества первообразных данной функции на числовом промежутке, полученная из теоремы Лагранжа.

Утверждение 1. *Если $F_1(x)$ и $F_2(x)$ — две первообразные функции $f(x)$ на одном и том же промежутке, то их разность $F_1(x) - F_2(x)$ постоянна на этом промежутке.*

Условие, что сравнение F_1 и F_2 ведется на связном промежутке, как отмечалось при доказательстве этого утверждения, весьма существенно. Это можно заметить также из сопоставления примеров 1 и 2, в которых производные функций $F_1(x) = arctg\,x$ и $F_2(x) = arcctg\,\frac{1}{x}$ совпадают в области $\mathbb{R} \setminus 0$ их совместного определения. Однако

$$F_1(x) - F_2(x) = arctg\,x - arcctg\,\frac{1}{x} = arctg\,x - arctg\,x = 0,$$

если $x > 0$, в то время как $F_1(x) - F_2(x) \equiv \textbf{-}\pi$ при $x < 0$, ибо при $x < 0$ имеем $arcctg\,\frac{1}{x} = \pi + arctg\,x$.

Как и операция взятия дифференциала, имеющая свое название «дифференцирование» и свой математический символ $dF(x) = F^{'}(x)\,dx$, операция перехода к первообразной имеет свое название «неопределенное интегрирование» и свой математический символ

$$\int f(x)\,dx, \qquad (1)$$

называемый *неопределенным интегралом* от функции $f(x)$ на заданном промежутке.

Таким образом, символ (1) мы будем понимать как обозначение любой из первообразных функции f на рассматриваемом промежутке.

В символе (1) знак $\int$ называется знаком *неопределенного интеграла*, f— *подынтегральная функция* , а $f(x)\,dx$— *подынтегральное выражение*.

Из утверждения 1 следует, что если $F(x)$— какая-то конкретная пер-

286 ГЛ. V. ДИФФЕРЕНЦИАЛЬНОЕ ИСЧИСЛЕНИЕ

вообразная функции $f(x)$ на промежутке, то на этом промежутке

$$\int f(x)\,dx = F(x) + C, \qquad (2)$$

т.е. любая другая первообразная может быть получена из конкретной $F(x)$ добавлением некоторой постоянной.

Если $F^{'}(x) = f(x)$, т.е. F— первообразная для f на некотором промежутке, то из (2) имеем

$$\boxed{d\int f(x)\,dx = dF(x) = F^{'}\,dx = f(x)\,dx.} \qquad (3)$$

Кроме того, в соответствии с понятием неопределенного интеграла как любой из первообразных, из (2) следует так же, что

$$\boxed{\int dF(x) = \int F^{'}(x)\,dx = F(x) + C.} \qquad (4)$$

Формулы (3) и (4) устанавливают взаимность операций дифференцирования и неопределенного интегрирования. Эти операции взаимно обратны с точностью до появляющейся в формуле (4) неопределенной постоянной C.

До сих пор мы обсуждали лишь математическую природу постоянной C в формуле (2). Укажем теперь ее физический смысл на простейшем примере. Пусть точка движется по прямой так, что ее скорость $v(t)$ известна как функция времени (например, $v(t) \equiv v$). Если $x(t)$— координата точки в момент tб то функция $x(t)$ удовлетворяет уравнению $\dot{x}(t) = v(t)$, т.е. является первообразной для $v(t)$. Можно ли по скорости $v(t)$ в каком-то интервале времени восстановить положение точки на оси? Ясно, что нет. По скорости и промежутку времени можно определить величину

```
произвольная первообразная $\tilde x$ участвует в формуле только в виде разности, определяя
пройденный путь или величину смещения от известной начальной метки $x(0) = x_0$.
\par\textbf{2. Основные общие приемы отыскания первообразной.} В соответствии с определением
символа (1) неопределенного интеграла, он обозначает функцию, производная которой равна
подынтегральной функции. Исходя из этого определения, с учетом соотношения (2) и законов
дифференцирования можно утверждать, что справедливы следующие соотношения:

\newpage

\begin{center}
    $\S7.$ \textsc{ПЕРВООБРАЗНАЯ}
\end{center}
\begin{flushleft}
    $$\textrm{a.} \qquad \int (\alpha u(x) + \beta \upsilon (x)) \, dx = \alpha \int u(x) \, dx +
    \beta \int \upsilon (x) \, dx + c. \quad \qquad \, \,(5)$$
    $$\textrm{b.} \qquad \int (u \upsilon) ^ {'} (x) \, dx = \int u ^ {'} (x) \upsilon (x) \, dx +
    \int u(x) \upsilon ^ {'} (x) \, dx + c. \quad \qquad \quad (6)$$
    \quad \textrm{c.}\textit{Если на некотором промежутке I_x}
\end{flushleft}
$$\int f(x) \, dx = F(x) +c,$$
a $\varphi : I_t \to I_x \textbf{"---}$ \textit{гладкое (т.е. непрерывно дифференцируемое)
отображение промежутка I_t в I_x, то}
\begin{flushright}
$\int (f \circ \varphi)(t) \varphi ^ {'} (t) \, dt = (F \circ \varphi)(t) + c. \qquad \qquad \qquad
(7)$
\end{flushright}
\parРавенства (5), (6), (7) проверяются прямым дифференцированием их левой и правой частей с
использованием в (5) линейности дифференцирования, в (6) правила дифференцирования произведения и в
(7) правила дифференцирования композиции функций.
\parПодобно правилам дифференцирования, позволяющим дифференцировать линейные комбинации,
произведения и композиции уже известных функций, соотношения (5), (6), (7), как мы увидим,
позволяют в ряде случаев сводить отыскание первообразной данной функции либо к построению
первообразных более простых функций, либо вообще к уже известным первообразным. Набор таких
известных первообразных может составить, например, следующая краткая таблица неопределенных
интегралов, полученная переписыванием таблицы производных основных элементарных функций (см. $\S2$,
п.3):
$$\int x ^ {a} \, dx = \frac{1}{a + 1} x ^ {a + 1} + c \qquad (a \neq -1),$$
$$\int \frac{1}{x} \, dx = ln \, |x| + c,$$
$$\int a ^ {x} \, dx = \frac{1}{ln \, a} a ^ {x} + c \qquad (0 < a \neq 1),$$
$$\int e ^ {x} \, dx = e ^ {x} + c,$$
$$\int sin \, x \, dx = -cos \, x +c,$$
$$\int cos \, x \, dx = sin \, x + c,$$
$$\int \frac{1}{cos ^ {2} \, x} \, dx = tg \, x + c,$$
$$\int \frac{1}{sin ^ {2} \, x} \, dx = -ctg \, x + c,$$
\begin{equation*}
    \int \frac{1}{\sqrt{1 - x ^ {2}}} \, dx =
```

пройденного за это время пути s, но не положение на оси. Однако это положение также будет полностью определено, если указать его хотя бы в какой-то момент, например при $t = 0$, т.е. задать начальное условие $x(0) = x_0$. До задания начального условия закон движения $x(t)$ мог быть любым среди законов вида $x(t) = \tilde{x}(t) + c$, где $\tilde{x}(t)$— любая конкретная первообразная функции $v(t)$, а c— произвольная постоянная. Но после задания начального условия $x(0) = x_0$ вся неопределенность исчезает, ибо мы должны иметь $x(0) = \tilde{x}(0) + c = x_0$, т.е. $c = x_0 - \tilde{x}(0)$, и $x(t) = x_0 + [\tilde{x}(t) - \tilde{x}(0)]$. Последняя формула вполне физична, поскольку произвольная первообразная $\tilde{x}$ участвует в формуле только в виде разности, определяя пройденный путь или величину смещения от известной начальной метки $x(0) = x_0$.

2. Основные общие приемы отыскания первообразной. В соответствии с определением символа (1) неопределенного интеграла, он обозначает функцию, производная которой равна подынтегральной функции. Исходя из этого определения, с учетом соотношения (2) и законов дифференцирования можно утверждать, что справедливы следующие соотношения:

$$\text{a.} \qquad \int (\alpha u(x) + \beta \upsilon(x))\,dx = \alpha \int u(x)\,dx + \beta \int \upsilon(x)\,dx + c. \qquad (5)$$

$$\text{b.} \qquad \int (u\upsilon)'(x)\,dx = \int u'(x)\upsilon(x)\,dx + \int u(x)\upsilon'(x)\,dx + c. \qquad (6)$$

c.*Если на некотором промежутке I_x*

$$\int f(x)\,dx = F(x) + c,$$

а $\varphi : I_t \to I_x$— *гладкое (т.е. непрерывно дифференцируемое) отображение промежутка $I_t I_x$,*

$$\int (f \circ \varphi)(t)\varphi'(t)\,dt = (F \circ \varphi)(t) + c. \qquad (7)$$

Равенства (5), (6), (7) проверяются прямым дифференцированием их левой и правой частей с использованием в (5) линейности дифференциро-

```
    $\S7.$ \textsc{ПЕРВООБРАЗНАЯ}
```


```
\end{center}
\begin{flushleft}
    $$\textrm{a.} \qquad \int (\alpha u(x) + \beta \upsilon (x)) \, dx = \alpha \int u(x) \, dx +
    \beta \int \upsilon (x) \, dx + c. \quad \qquad \, \,(5)$$
    $$\textrm{b.} \qquad \int (u \upsilon) ^ {'} (x) \, dx = \int u ^ {'} (x) \upsilon (x) \, dx +
    \int u(x) \upsilon ^ {'} (x) \, dx + c. \quad \qquad \quad (6)$$
    \quad \textrm{c.}\textit{Если на некотором промежутке I_x}
\end{flushleft}
$$\int f(x) \, dx = F(x) +c,$$
a $\varphi : I_t \to I_x \textbf{"---}$ \textit{гладкое (т.е. непрерывно дифференцируемое)
отображение промежутка I_t в I_x, то}
\begin{flushright}
$\int (f \circ \varphi)(t) \varphi ^ {'} (t) \, dt = (F \circ \varphi)(t) + c. \qquad \qquad \qquad
(7)$
\end{flushright}
\parРавенства (5), (6), (7) проверяются прямым дифференцированием их левой и правой частей с
использованием в (5) линейности дифференцирования, в (6) правила дифференцирования произведения и в
(7) правила дифференцирования композиции функций.
\parПодобно правилам дифференцирования, позволяющим дифференцировать линейные комбинации,
произведения и композиции уже известных функций, соотношения (5), (6), (7), как мы увидим,
позволяют в ряде случаев сводить отыскание первообразной данной функции либо к построению
первообразных более простых функций, либо вообще к уже известным первообразным. Набор таких
известных первообразных может составить, например, следующая краткая таблица неопределенных
интегралов, полученная переписыванием таблицы производных основных элементарных функций (см. $\S2$,
п.3):
$$\int x ^ {a} \, dx = \frac{1}{a + 1} x ^ {a + 1} + c \qquad (a \neq -1),$$
$$\int \frac{1}{x} \, dx = ln \, |x| + c,$$
$$\int a ^ {x} \, dx = \frac{1}{ln \, a} a ^ {x} + c \qquad (0 < a \neq 1),$$
$$\int e ^ {x} \, dx = e ^ {x} + c,$$
$$\int sin \, x \, dx = -cos \, x +c,$$
$$\int cos \, x \, dx = sin \, x + c,$$
$$\int \frac{1}{cos ^ {2} \, x} \, dx = tg \, x + c,$$
$$\int \frac{1}{sin ^ {2} \, x} \, dx = -ctg \, x + c,$$
\begin{equation*}
    \int \frac{1}{\sqrt{1 - x ^ {2}}} \, dx =
```


```
    \begin{cases}
        arcsin \, x +c, \\
        -arccos \, x + \tilde c,
    \end{cases}
\end{equation*}

\end{document}
```

Равенства (5), (6), (7) проверяются прямым дифференцированием их левой и правой частей с использованием в (5) линейности дифференцирования, в (6) правила дифференцирования произведения и в (7) правила дифференцирования композиции функций.

Подобно правилам дифференцирования, позволяющим дифференцировать линейные комбинации, произведения и композиции уже известных функций, соотношения (5), (6), (7), как мы увидим, позволяют в ряде случаев сводить отыскание первообразной данной функции либо к построению первообразных более простых функций, либо вообще к уже известным первообразным. Набор таких известных первообразных может составить, например, следующая краткая таблица неопределенных интегралов, полученная переписыванием таблицы производных основных элементарных функций (см. §2, п.3):

$$\int x^a\,dx = \frac{1}{a+1}x^{a+1} + c \qquad (a \neq -1),$$

$$\int \frac{1}{x}\,dx = ln\,|x| + c,$$

$$\int a^x\,dx = \frac{1}{ln\,a}a^x + c \qquad (0 < a \neq 1),$$

$$\int e^x\,dx = e^x + c,$$

$$\int sin\,x\,dx = -cos\,x + c,$$

$$\int cos\,x\,dx = sin\,x + c,$$

$$\int \frac{1}{cos^2 x}\,dx = tg\,x + c,$$

$$\int \frac{1}{sin^2 x}\,dx = -ctg\,x + c,$$

$$\int \frac{1}{\sqrt{1-x^2}}\,dx = \begin{cases} arcsin\,x + c, \\ -arccos\,x + \tilde{c}, \end{cases}$$

9. Дневник отладки

№	Лаб. или дом.	Дата	Время	Событие	Действие по исправлению	Примечание
0	дом	01.03.2023	04:20	Я поел	Помыл посуду	Мне грустно

10. Замечания автора по существу работы

Замечаний нет

11. Выводы

Интересная лаба, навыки которой пригодятся при написании диплома.

Недочёты при выполнении задания могут быть устранены следующим образом: --

Подпись студента _________________