Введение в машинное обучение

Библиотека языка Питон NumPy

Дьяконов А.Г.

Московский государственный университет имени М.В. Ломоносова (Москва, Россия)

NumPy – пакет для языка программирования Python

- **N-мерные массивы**
- **функции линейной алгебры, преобразования Фурье, псевдослучайные генераторы**
- **средства для интеграции C/C++ и Fortran**

По сути, копия MatLab

Для начала работы:

```
import numpy as np
```

Для графики:

```
%matplotlib inline
import matplotlib.pyplot as plt
```

Векторы

```
a = np.array([0, 1, 2, 3])
b = np.array(range(4))
c = np.arange(4)

a, b, c
```

```
(array([0, 1, 2, 3]),
 array([0, 1, 2, 3]),
 array([0, 1, 2, 3]))
```

Создание вектора

array – матрица

arange – вектор из последовательности

Зачем нужен пакет

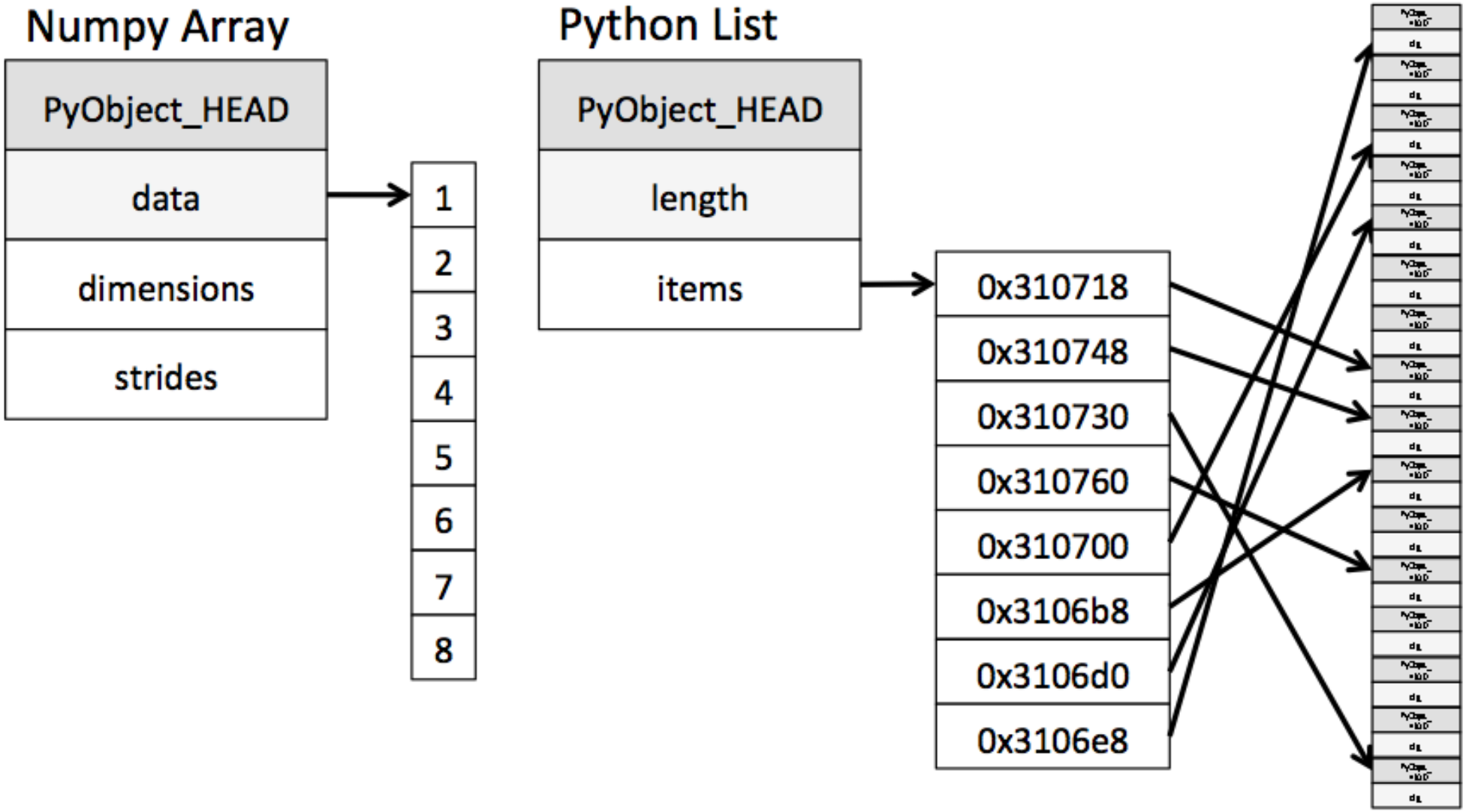
```
%timeit z = [x  ** 2 for x in range(1000)]
```

```
206 µs ± 1.98 µs per loop
```

```
%timeit z = np.arange(1000) ** 2
```

```
2.97 µs ± 31.7 ns per loop
```

Типы в Python



https://jakevdp.github.io/PythonDataScienceHandbook/02.01-understanding-data-types.html

Создание векторов

```
np.full(5, 3.14) # из одного элемента
[3.14 3.14 3.14 3.14 3.14]

np.arange(1, 10, 3) # от, до, шаг
[1 4 7]

np.linspace(0, 1, 5) # от, до, сколько
[0.   0.25 0.5  0.75 1.  ]

np.ones(3) # из единиц
[1. 1. 1.]

np.ones(3, dtype=int) # из единиц
[1 1 1]

np.zeros(3) # из нулей
np.empty(4) # просто выделить память
[0.77132064 0.02075195 0.63364823 0.74880388]
```

Создание векторов

```
np.random.seed(10) # фиксируем сид

np.random.rand(4)
[0.77132064 0.02075195 0.63364823 0.74880388]

np.random.randn(4)
[-1.54540029 -0.00838385  0.62133597 -0.72008556]

np.random.randint(0, 5, 10)
[0 2 0 4 3 0 4 3 0 3]

np.random.choice([2, 3, 4], 5, replace=True)
[3 2 2 4 3]

np.tile([1, 2], 3) # повторить
[1 2 1 2 1 2]
np.choose([0,1,0,1,1], [[1,1,1,1,1], [2,2,2,2,2]]) # откуда брать
[1 2 1 2 2]
```

Динамическая типизация

```
x = np.array([1, 2])
print (x.dtype)
int64

x = x + 0.0 # x += 0.0 конкретно
здесь не сработает
print (x.dtype)
float64

x = x + 2j
print (x.dtype)
complex128

x = x > 0
print (x.dtype)
bool
```

Тип можно указывать при создании массива.

Разные типы – разная потребляемая память

Типы

```
x = np.array([-0.6, 0.4, 1.4, 1.5, 1.6])

print (np.round(x))
[-1.  0.  1.  2.  2.]

print (x.astype(int))
[0 0 1 1 1]

print (np.round(x))
[-1.  0.  1.  2.  2.]

print (np.round(x).astype(int))
[-1  0  1  2  2]
```

uint8 **8 bits**
uint16 **16 bits**
uint32 **32 bits**
uint64 **64 bits**

float16 **16 bits**
float32 **32 bits**
float64 **64 bits (same as float)**
float96 **96 bits, platform-dependent (same as np.longdouble)**
float128 **128 bits, platform-dependent (same as np.longdouble)**

Индексация

как для списков

```
x = np.arange(10)
x[0]
0
x[:2]
[0 1]
x[-2:]
[8 9]

x[::-2]
[9 7 5 3 1]

x[1:8:3])
[1 4 7]
```

С 0 (как в C, Matlab и Fortran – с 1)

```
x = np.arange(10)
x[1:8:3] = -1
x
[ 0 -1  2  3 -1  5  6 -1  8  9]
```

Индексировать можно и при присваивании.

Тонкие моменты

Присваивание никогда не меняет тип

```
x = np.arange(5, dtype='int')
x[1] = 3.14 # округление
x
array([0, 3, 2, 3, 4])
```

Общая память

не происходит копирования!

```
x = np.ones(3)
x2 = x[1:] # надо .copy()
x2[0] = 0
x
array([1., 0., 1.])
```

При выделении подматрицы – она не копируется!

```
np.may_share_memory(x, y)
True
```

Операции – поэлементные

```
x = np.array([1, 2, 3])
y = np.array([2, 1, 0])
```

```
x + y
[3 3 3]
```

```
x - y
[-1  1  3]
```

```
x * y
[2 2 0]
```

```
x / y
[0.5 2.  inf]
```

```
x ** y
[1 2 1]
```

```
x + 1
[2 3 4]
```

```
2 ** x
[2 4 8]
```

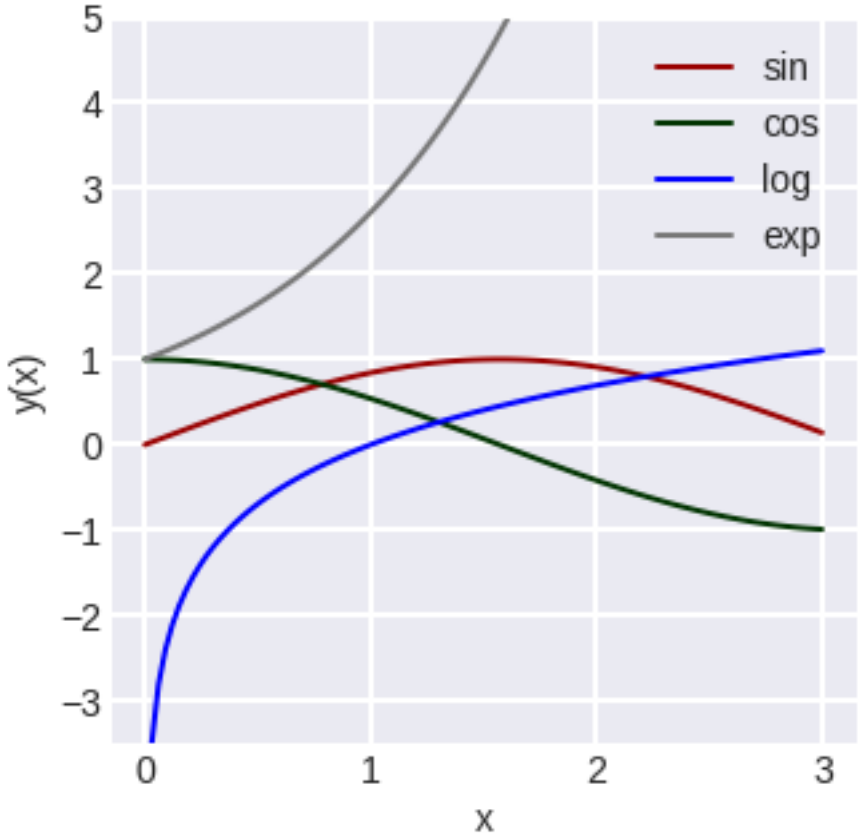
```
np.sin(x)
[0.84147098 0.90929743 0.14112001]
```

```
np.exp(x)
[ 2.71828183  7.3890561  20.08553692]
```

```
np.log(x).round(2)
[0.   0.69 1.1 ]
```

Пример использования векторов – графики

```
x = np.linspace(0, 3, 100)

plt.figure(figsize=(5, 5))

plt.plot(x, np.sin(x), lw=2,
c='#990000', label='sin')
plt.plot(x, np.cos(x), lw=2,
c='#003300', label='cos')
plt.plot(x, np.log(x), lw=2,
c='#0000FF', label='log')
plt.plot(x, np.exp(x), lw=2,
c='#777777', label='exp')

plt.ylim([-3.5, 5])
plt.grid(lw=2)
plt.legend()
plt.xlabel('x')
plt.ylabel('y(x)')
plt.show()
```



Логические массивы (маски)

```
x = np.round(np.random.rand(6), 2)
[ 0.44  0.03  0.55  0.44  0.42  0.33]
y = np.round(np.random.rand(6), 2)
[ 0.2   0.62  0.3   0.27  0.62  0.53]

x[y > 0.5]
[ 0.03  0.42  0.33]

xi = x > 0.5
[False False  True False False False]
yi = y > 0.5
[False  True False False  True  True]

xi | yi
[False  True  True False  True  True]

xi & yi
[False False False False False False]

~xi
[ True  True False  True  True  True]
```

round – округление

индексация логическим вектором

Дизъюнкция, конъюнкция и отрицание.

Можно использовать logical_or, np.logical_and

Логические массивы (маски)

```
xi.any()
True

xi.all()
False

yi.nonzero()
array([1, 4, 5])
```

any – хотя бы один эл-т True

all – все элементы True

nonzero – индексы ненулевых эл-ов

```
x = np.array([0.1, 0.5, 0.2, 0.6])

x[x<0.3] = 0.3
array([ 0.3,  0.5,  0.3,  0.6])

# другой способ
np.maximum(x, 0.3)
array([ 0.3,  0.5,  0.3,  0.6])
```

Замена элементов

Сравнения

```
x = np.array([1, 3, 2])
y = np.array([2, 1, 2])

print (x > y)
[False  True False]

print (x == y)
[False False  True]

print (np.array_equal(x, y))
False

print (np.array_equal(x, x))
True
```

Разные максимумы

```
x = np.array([0.1, 0.5, 0.2, 0.6])
y = np.array([0.2, 0.4, 0.3, 0.1])

x.min(), x.max()
0.1 0.6

np.min(x), np.max(x)
0.1 0.6

np.minimum(x, y)
[ 0.1  0.4  0.2  0.1]

np.maximum(x, y)
[ 0.2  0.5  0.3  0.6]

np.argmax(x)
3
```

minimum, maximum – поэлементные минимум и максимум

argmax, argmin – индекс максимального / минимального эл-та

Кумулятивные функции

```
x = np.array([2, 1, 2, 0, 0, 4])

x.sum(), np.sum(x)
(9, 9)

x.cumsum()
[2 3 5 5 5 9]

x.prod(), np.prod(x)
(0, 0)

x.cumprod()
[2 2 4 0 0 0]

np.unique(x)
[0 1 2 4]

u, i = np.unique(x,
return_counts=True)
[0 1 2 4] [2 1 2 1]
```

cumsum – кумулятивная сумма,

cumprod – кумулятивное произведение (можно делать по отдельным размерностям в матрице)

unique – уникальные элементы (устранение повторов)

Опреации с «нанами»

```
x = np.array([2, 1, 2, np.nan, np.nan, 4])

np.nansum(x)
9.0

np.nanprod(x)
16.0
```

Сортировка

```
x = np.random.randint(0, 6, 10)
[0 1 3 1 3 5 3 5 2 2]

np.sort(x)
[0 1 1 2 2 3 3 3 5 5]

np.argsort(x)
[0 1 3 8 9 2 4 6 5 7]

np.partition(x, 3) # <3 слева, >3 справа
[0 1 1 2 2 5 3 5 3 3]
```

Матрицы

```
b = np.array([[0, 1, 2], [3, 4, 5]])
```

	0	1	2
0	0	1	2
1	3	4	5

Создание матрицы

reshape – изменение размеров (можно какую-нибудь размерность пометить –1)

```
# такая же матрица!
a = np.arange(6).reshape(2, 3)

b.shape, b.ndim, len(b), a.shape,
a.ndim, len(a)
```

```
((2, 3), 2, 2, (2, 3), 2, 2)
```

T – транспозиция

ravel – векторизация (flattening)

```
x = np.arange(6).reshape(2, 3)
x.T.ravel()
```

```
array([0, 3, 1, 4, 2, 5])
```

Матрицы

```
np.eye(3)
```
```
 [[ 1.  0.  0.]
 [ 0.  1.  0.]
 [ 0.  0.  1.]]
```

Диагонализация бывает двух видов:

матрица → вектор,

вектор → матрица

```
x = np.diag([1, 3, 2])
```

```
x, np.diag(x)
```
```
(array([[1, 0, 0],
        [0, 3, 0],
        [0, 0, 2]]), array([1, 3, 2]))
```

Матрицы

```
np.triu(np.ones((5, 5)))
 [[ 1.  1.  1.  1.  1.]
 [ 0.  1.  1.  1.  1.]
 [ 0.  0.  1.  1.  1.]
 [ 0.  0.  0.  1.  1.]
 [ 0.  0.  0.  0.  1.]]
```

```
np.tril(np.ones((5, 5)), k=-2)
[[ 0.  0.  0.  0.  0.]
 [ 0.  0.  0.  0.  0.]
 [ 1.  0.  0.  0.  0.]
 [ 1.  1.  0.  0.  0.]
 [ 1.  1.  1.  0.  0.]]
```

```
np.triu(np.ones((5, 5)).T, k=1)
[[ 0.  1.  1.  1.  1.]
 [ 0.  0.  1.  1.  1.]
 [ 0.  0.  0.  1.  1.]
 [ 0.  0.  0.  0.  1.]
 [ 0.  0.  0.  0.  0.]]
```

Транспозиция – просто способ просмотра

Индексация

```
x = np.arange(12).reshape(3, 4)
[[ 0  1  2  3]
 [ 4  5  6  7]
 [ 8  9 10 11]]

x[2, 3]
11
x[:, 0]
[0 4 8]

x[1, :]
[4 5 6 7]

x[-2:, -2:]
[[ 6  7]
 [10 11]]

x[::2, ::2])
[[ 0  2]
 [ 8 10]]
```

Изменение размеров матрицы

```
x = np.zeros(12)
x.reshape(2, 6)
```

```
array([[0., 0., 0., 0., 0., 0.],
       [0., 0., 0., 0., 0., 0.]])
```

```
x.reshape(4, -1)
```

```
array([[0., 0., 0.],
       [0., 0., 0.],
       [0., 0., 0.],
       [0., 0., 0.]])
```

Разные размеры матриц

```
x = np.arange(3)

y = np.arange(3)[:, np.newaxis]

z = np.arange(3)[np.newaxis,:]

print (x.shape, y.shape, z.shape)
```

```
(3,) (3, 1) (1, 3)
```

```
x + x, x + y, x + z
```

```
(array([0, 2, 4]),

 array([[0, 1, 2],
        [1, 2, 3],
        [2, 3, 4]]),

 array([[0, 2, 4]]))
```

Разные максимумы

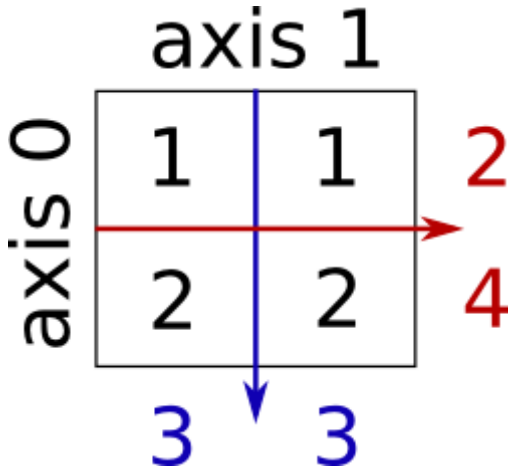
```
x = np.array([[1, 4], [3, 5]])

x.min()
1
x.min(axis=0)
[1 4]

x.min(axis=1)
[1 3]

x.min(axis=0, keepdims=True)
[[1 4]]

x.min(axis=1, keepdims=True)
 [[1]
 [3]]
```

Аналогично с функциями max, sum (сумма), prod (произведение), mean (среднее), median (медиана), std (стандартное отклонение), argmax, argmin.

Можно выполнять по отдельным размерностям, сохраняя размерность матрицы.

Функции имеют направление

```
x = np.arange(12).reshape(3, 4)
[[ 0  1  2  3]
 [ 4  5  6  7]
 [ 8  9 10 11]]

np.max(x)
11

np.max(x, axis=0)
[ 8  9 10 11]

np.max(x, axis=1)
[ 3  7 11]

np.maximum(x, 5)
 [[ 5  5  5  5]
 [ 5  5  6  7]
 [ 8  9 10 11]]
```



http://www.scipy-lectures.org/intro/numpy/operations.html

Операции над матрицами

аналогично операциям над векторами

```
np.ones((2, 2)) + np.eye(2)
[[ 2.  1.]
 [ 1.  2.]]

np.ones((2, 2)) ** 2
[[ 1.  1.]
 [ 1.  1.]]

np.ones((2, 2)) * np.ones((2, 2))
[[ 1.  1.]
 [ 1.  1.]]

np.dot(np.ones((2, 2)), np.ones((2, 2)))
 [[ 2.  2.]
 [ 2.  2.]]
```

Операция * – поэлементное умножение, чтобы сделать матричное, используйте dot.

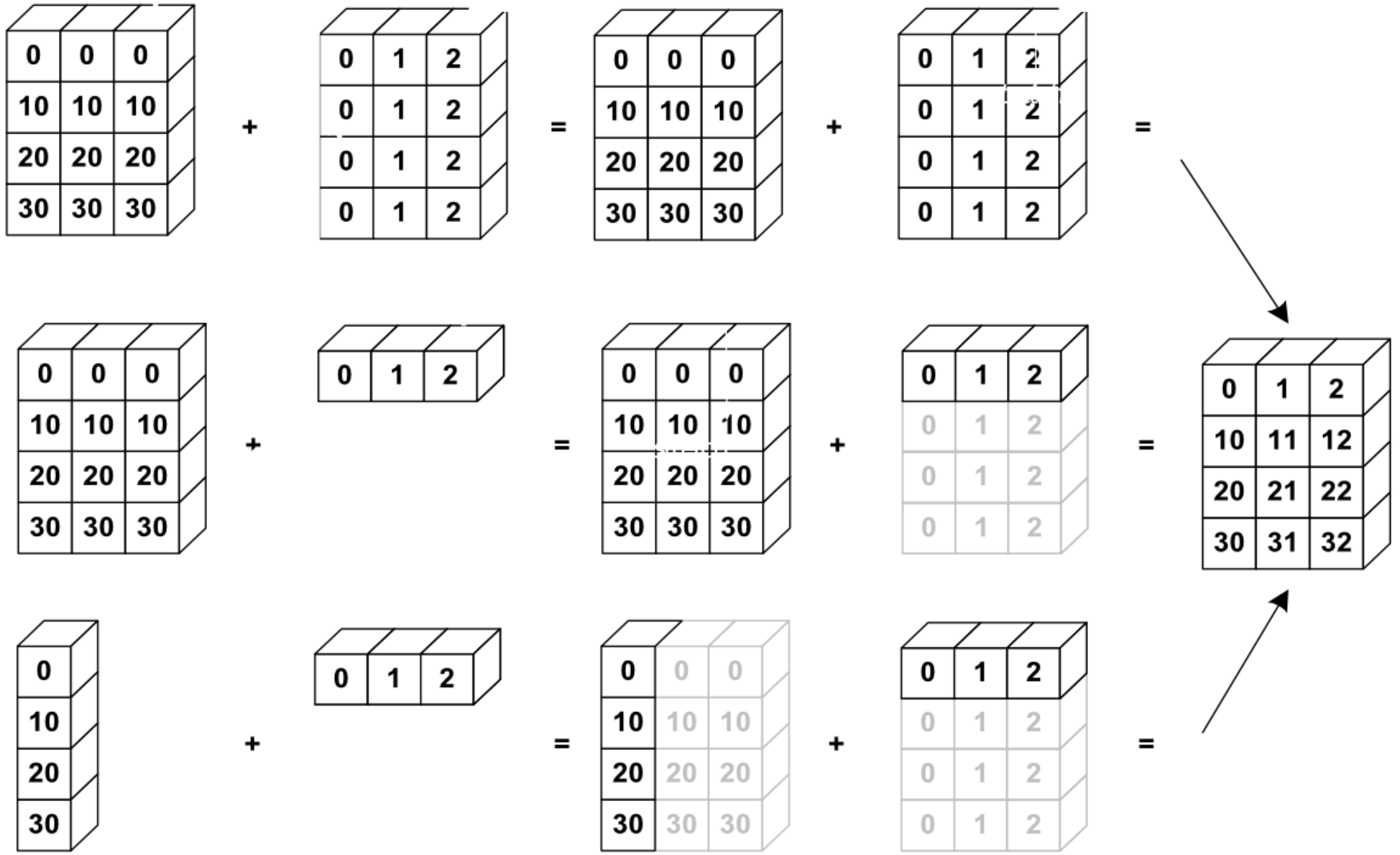
Broadcasting – операции с матрицами разных размеров

```
np.ones((3, 3)) + np.arange(3)
array([[ 1.,  2.,  3.],
       [ 1.,  2.,  3.],
       [ 1.,  2.,  3.]])

x = np.ones((3, 3))

x[0] = 0

x
array([[ 0.,  0.,  0.],
       [ 1.,  1.,  1.],
       [ 1.,  1.,  1.]])

x = np.array([1, 5, 0, 2])

np.abs(x - x[:,np.newaxis])
array([[0, 4, 1, 1],
       [4, 0, 5, 3],
       [1, 5, 0, 2],
       [1, 3, 2, 0]])
```

Ещё мы встречали np.newaxis

Матрица попарных расстояний

Broadcasting



Конкатенация

```
x = np.array([[1,2], [3,4]])

np.concatenate([x, x+1])
array([[1, 2],
       [3, 4],
       [2, 3],
       [4, 5]])

np.concatenate([x, x+1], axis=1)
array([[1, 2, 2, 3],
       [3, 4, 4, 5]])

np.vstack([x, x + 1])
array([[1, 2],
       [3, 4],
       [2, 3],
       [4, 5]])

np.hstack([x, x + 1])
array([[1, 2, 2, 3],
       [3, 4, 4, 5]])
```

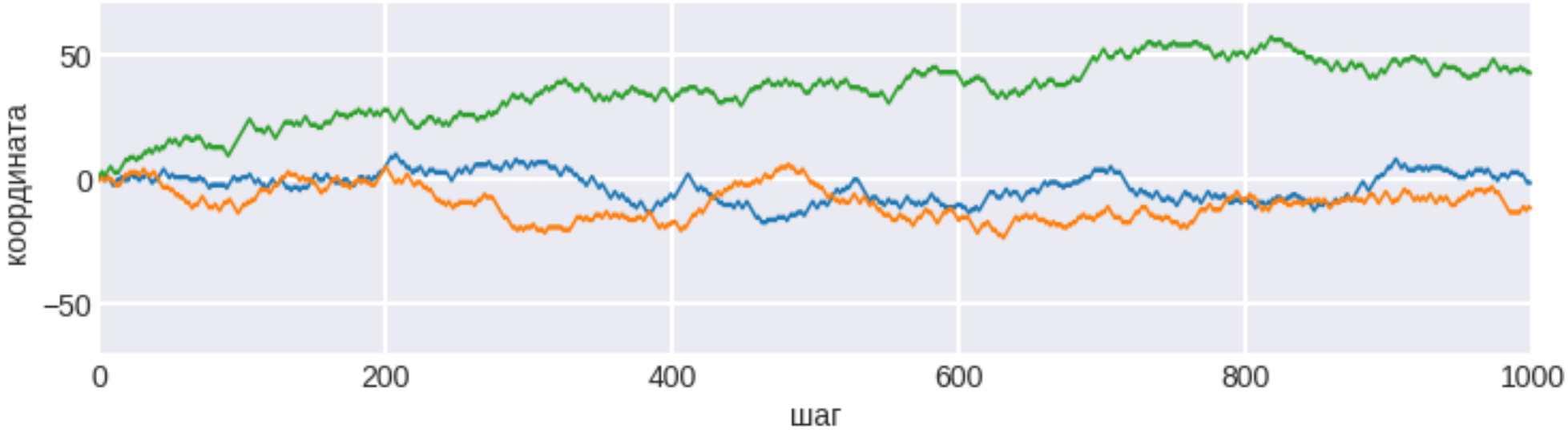
Расщепление

```
x = np.arange(10).reshape(2, 5)
a, b, c = np.hsplit(x, [1, 4])
# есть split, vsplit

print (a)
[[0]
 [5]]

print (b)
[[1 2 3]
 [6 7 8]]

print (c)
 [[4]
 [9]]
```

Многомерные матрицы

```
a = np.arange(4*3*2).reshape(4, 3, 2)
print (a.shape)
(4, 3, 2)

a.reshape(6, -1)
array([[ 0,  1,  2,  3],
       [ 4,  5,  6,  7],
       [ 8,  9, 10, 11],
       [12, 13, 14, 15],
       [16, 17, 18, 19],
       [20, 21, 22, 23]])
```

Модель броуновского движения



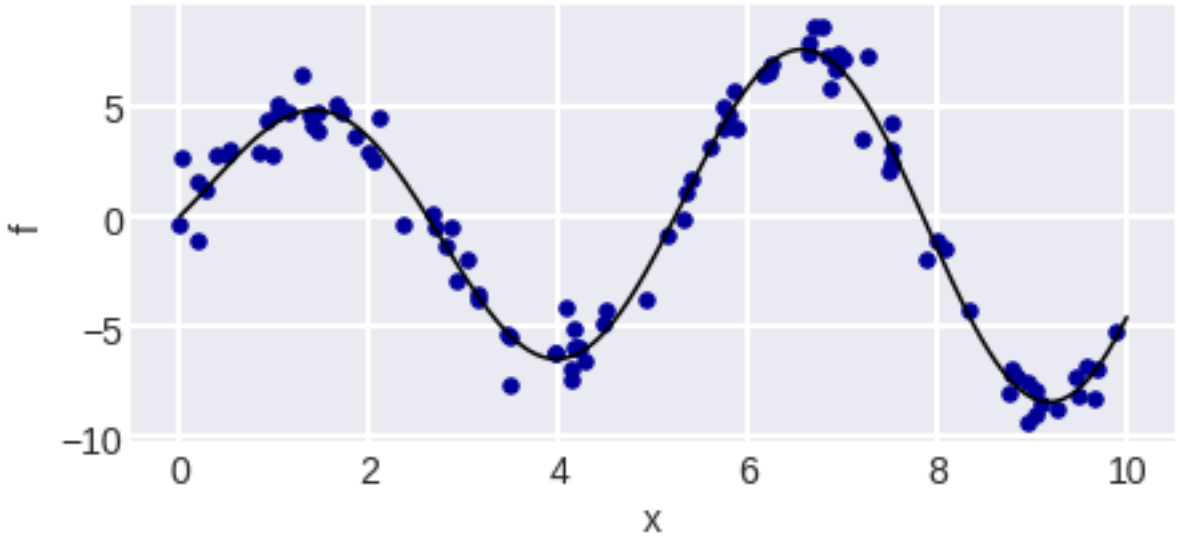

```
def random_walk(n=1000, p=0.5):
    x = 2*(np.random.rand(n) < p) - 1
    return (x.cumsum())

plt.figure(figsize=(12, 3))
plt.plot(random_walk())
plt.plot(random_walk())
plt.plot(random_walk())
plt.xlim([0, 1000])
plt.ylim([-70, 70])
plt.xlabel('шаг')
plt.ylabel('координата')
plt.grid(lw=2)
```

SciPy

– модуль для научных вычислений

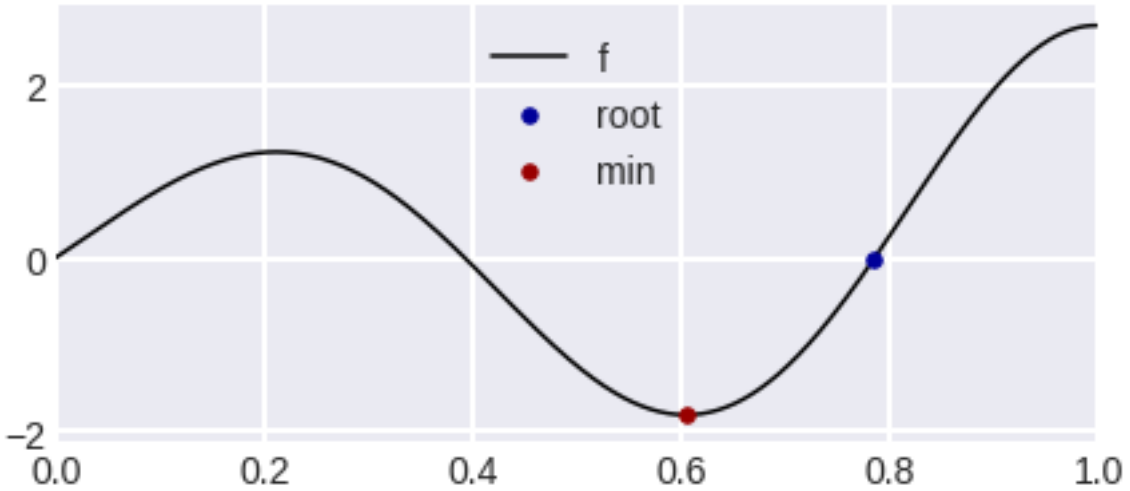
scipy.cluster	Vector quantization / Kmeans
scipy.constants	Physical and mathematical constants
scipy.fftpack	Fourier transform
scipy.integrate	Integration routines
scipy.interpolate	Interpolation
scipy.io	Data input and output
scipy.linalg	Linear algebra routines
scipy.ndimage	n-dimensional image package
scipy.odr	Orthogonal distance regression
scipy.optimize	Optimization
scipy.signal	Signal processing
scipy.sparse	Sparse matrices
scipy.spatial	Spatial data structures and algorithms
scipy.special	Any special mathematical functions
scipy.stats	Statistics

Пример: интерполяция




```
from scipy import optimize

xx = np.linspace(0, 10, num=1001)
np.random.seed(1)
x = 10 * np.random.rand(100)
y = 3.5 * np.sin(1.2 * x) * np.log1p(1.3 + x) + np.random.normal(size=100)

def f(x, a, b, c):
    return a * np.sin(b * x) * np.log1p(c + x)

params, params_covariance = optimize.curve_fit(f, x, y, p0=[1, 1, 1])
print(params)
```

Пример: корни и минимум




```
from scipy import optimize

def f(x):
    return (np.sin(8 * x) * np.exp(x))

x = np.linspace(0, 1, 1001)
y = f(x)

root = optimize.root(f, x0=0.8)
minf = optimize.minimize(f, x0=0.8, bounds=((0.2, 1), ))
```

Как выводится графика

```
plt.figure(figsize=(7, 3))
plt.plot(x, y, c='black', label='f', zorder=1)
plt.scatter([root.x], [f(root.x)], 30, label='root', zorder=2,
color='#000099')
plt.scatter([minf.x], [f(minf.x)], 30, label='min', zorder=2,
color='#990000')
plt.legend()
plt.xlim([0, 1])
plt.grid(lw=2)
```

Эффективное программирование¶

1) векторизация (Vectorizing for loops)

```
x = np.zeros(1000000)

%%time
for i in range(1000000):
    x[i] += 1
```

```
CPU times: user 368 ms
```

```
%%time
x += 1
```

```
CPU times: user 20 ms
```

Можно делать векторизованные версии функции

```
def f(x):
    if x > 0.5:
        x += 1
    else:
        x -= 1
    return (x)

f_v = np.vectorize(f)

%%time
x = f_v(x)
```

```
CPU times: user 188 ms
```

Можно проще и быстрее;)

Эффективное программирование¶

2) использовать Broadcasting

3) встроенные операции

```
a = np.zeros(1000000)

%timeit global a; a = 0*a
```

```
1.75 ms ± 178 µs per loop (mean ± std. dev. of 7 runs, 100 loops
each)
```

```
%timeit global a; a *= 0
```

```
242 µs ± 112 µs per loop (mean ± std. dev. of 7 runs, 1000 loops
each)
```

4) не копировать без необходимости

по умолчанию питон экономит память

Эффективное программирование¶

5) обращение к близким объектам быстрее (кэширование)

```
A = np.zeros((4000, 4000))

%timeit A.sum(axis=1)
5.52 ms ± 67.2 µs per loop (mean ± std. dev. of 7 runs, 100 loops
each)

%timeit A.sum(axis=0)
8.45 ms ± 43.8 µs per loop (mean ± std. dev. of 7 runs, 100 loops
each)
```

6) используйте скомпилированный код

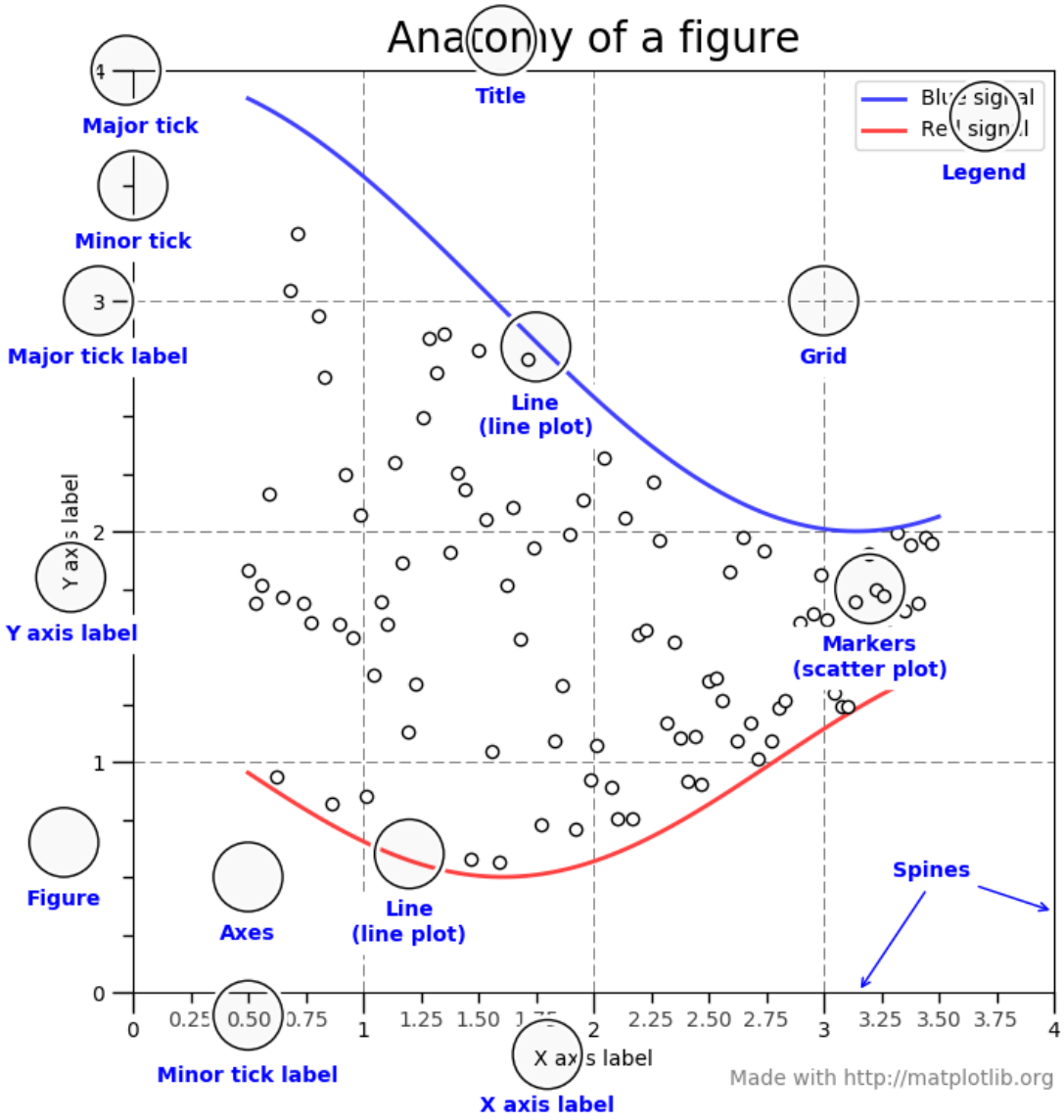
например, Cython

The NumPy array: a structure for efficient numerical computation

https://hal.inria.fr/inria-00564007/en

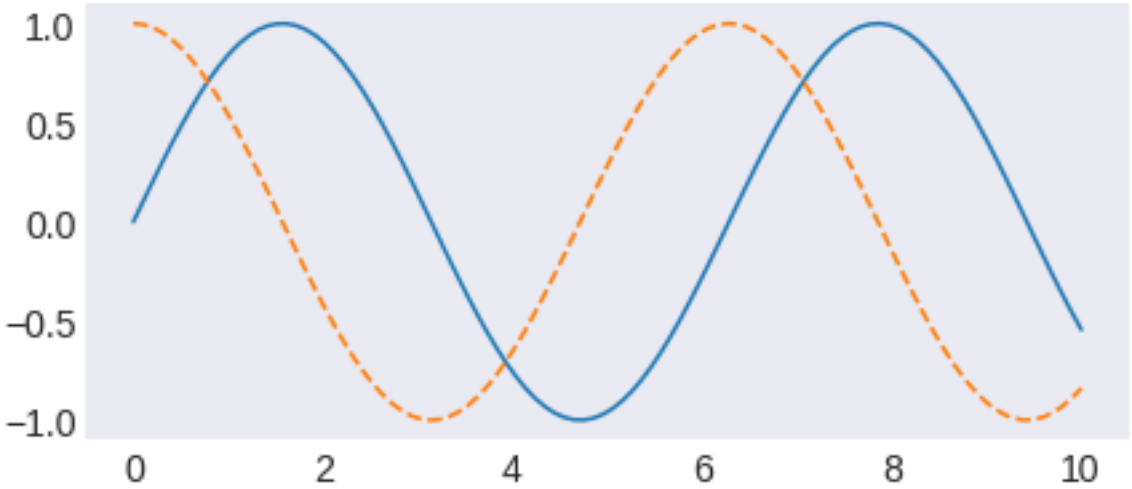
- **Разреженные матрицы**
- **Индексация по элементам**

Графика Matplotlib



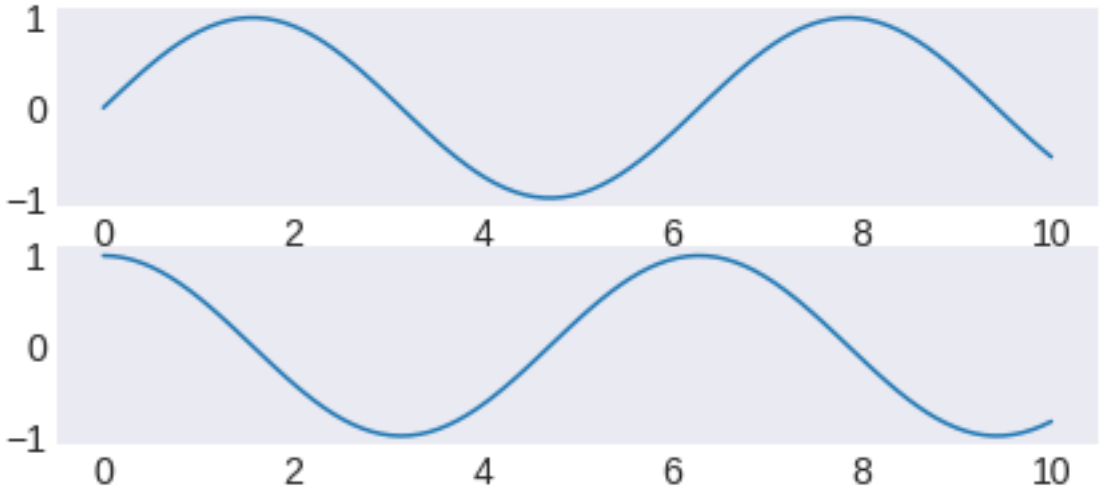
https://matplotlib.org/examples/showcase/anatomy.html

Простой график



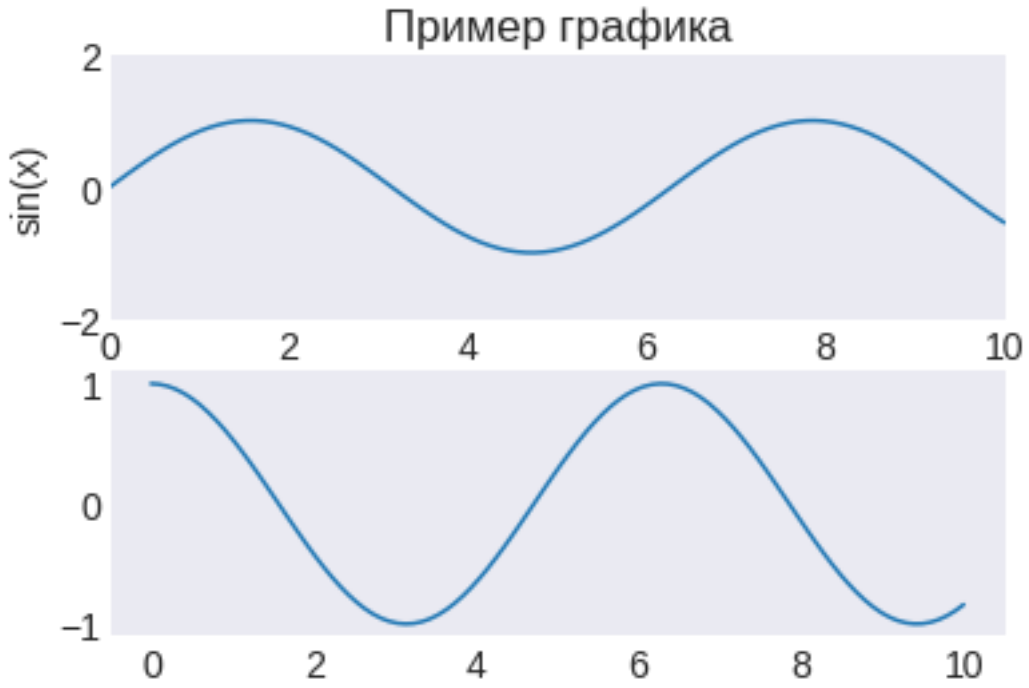

```
import numpy as np
x = np.linspace(0, 10, 100)

fig = plt.figure(figsize=(7, 3))
plt.plot(x, np.sin(x), '-')
plt.plot(x, np.cos(x), '--');
plt.show() # если в юпитере один график, то можно не писать


fig.savefig('my_figure.png') # сохранение
```

Несколько графиков



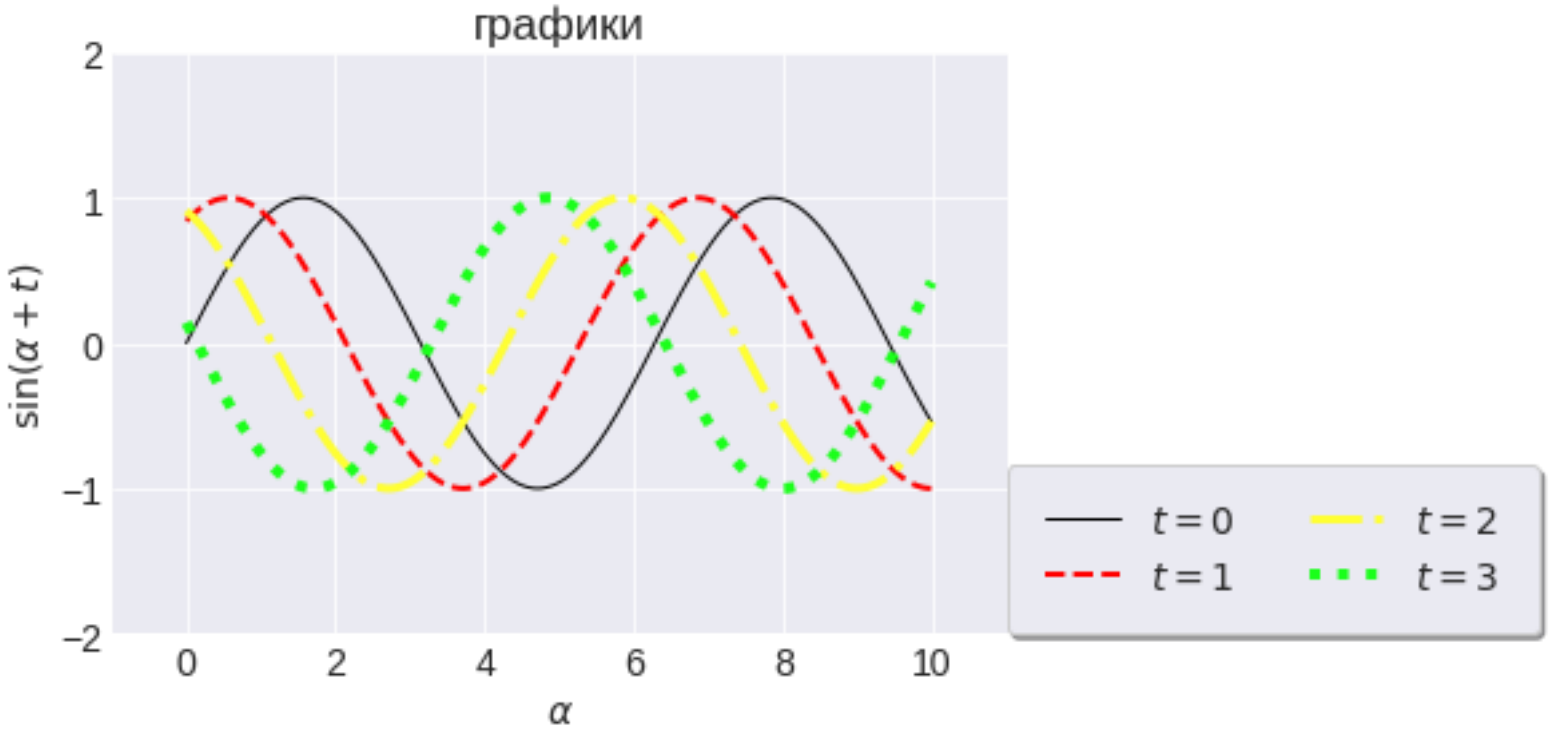

```
# несколько графиков - первый способ

plt.figure(figsize=(7, 3))  # create a plot figure

plt.subplot(2, 1, 1) # (строк, столбцов, текущий)
plt.plot(x, np.sin(x))

plt.subplot(2, 1, 2)
plt.plot(x, np.cos(x));
```

Несколько графиков




```
# второй способ
fig, ax = plt.subplots(2)

ax[0].plot(x, np.sin(x))
ax[1].plot(x, np.cos(x));
ax[0].set(xlim=(0, 10), ylim=(-2, 2),
          xlabel='x', ylabel='sin(x)',
          title='Пример графика');
```

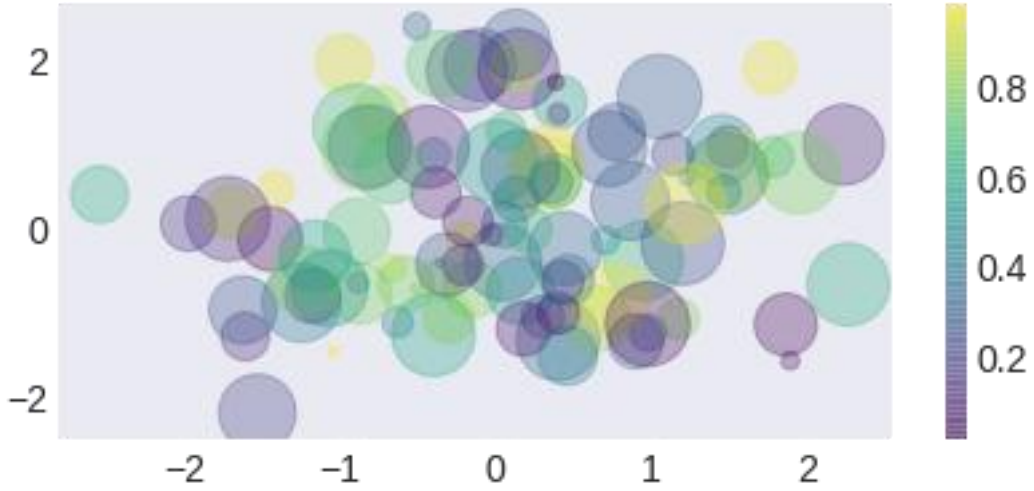
Сложный график



Сложный график

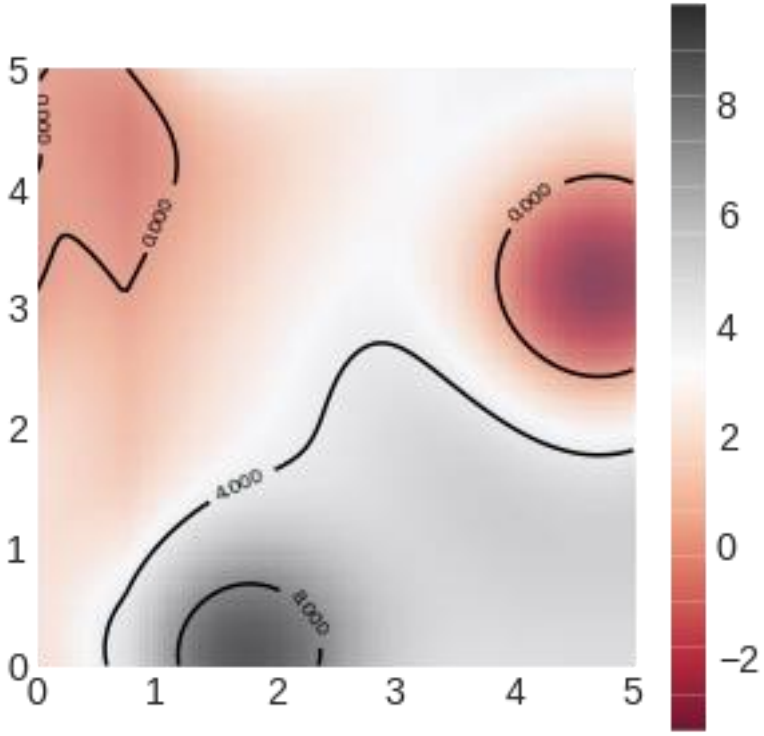
```
fig = plt.figure()
ax = plt.axes()

x = np.linspace(0, 10, 1000)
ax.plot(x, np.sin(x), c='black', linestyle='-',
        lw=1, label='$t=0$');
ax.plot(x, np.sin(x + 1), c='r', linestyle='--',
        lw=2, label='$t=1$');
ax.plot(x, np.sin(x + 2), c='#FFFF33', linestyle='-.',
        lw=3, label='$t=2$');
ax.plot(x, np.sin(x + 3), c=(0.1, 1.0, 0.1), linestyle=':',
        lw=4, label='$t=3$');

plt.xlim([-1, 11])
plt.ylim([-2, 2])

plt.xlabel(r'$\alpha$')
plt.ylabel(r'$\sin(\alpha + t)$');
plt.title('графики');
plt.legend(loc=(1, 0), frameon=True, ncol=2,
           fancybox=True, framealpha=1, shadow=True, borderpad=1)
plt.grid()
```

Диаграмма рассеивания



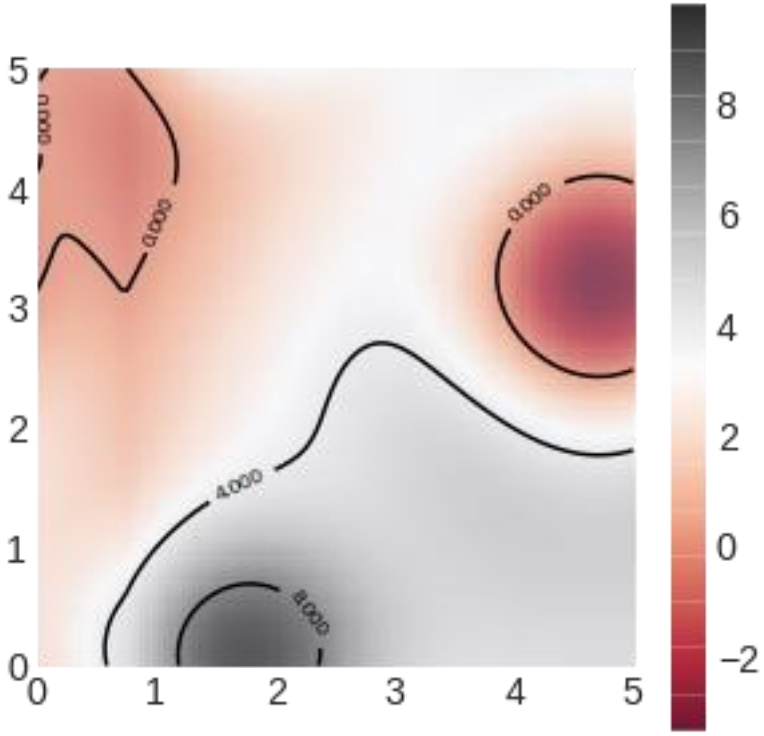

```
rng = np.random.RandomState(0)
x = rng.randn(100)
y = rng.randn(100)
colors = rng.rand(100)
sizes = 1000 * rng.rand(100)

plt.figure(figsize=(7, 3))
plt.scatter(x, y, c=colors, s=sizes, alpha=0.3,
            cmap='viridis')
plt.colorbar();
```

Линии уровня функции



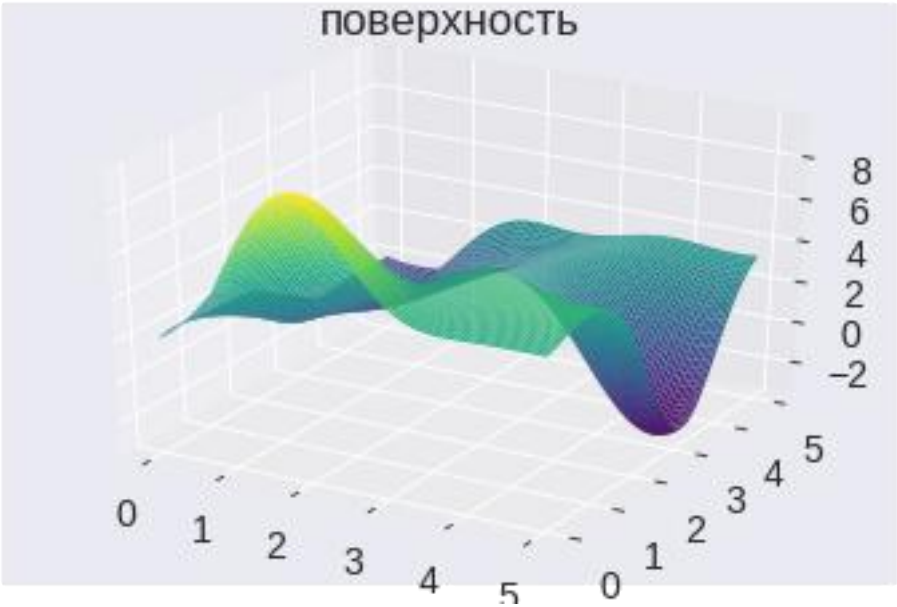

```
def f(x, y):
    z = (np.sin(x) + np.cos(y)) ** 3 + np.abs(np.cos(x) - x) + (np.sin(y))
    return z

x = np.linspace(0, 5, 100)
y = np.linspace(0, 5, 100)
X, Y = np.meshgrid(x, y)
Z = f(X, Y)
```

Линии уровня функции



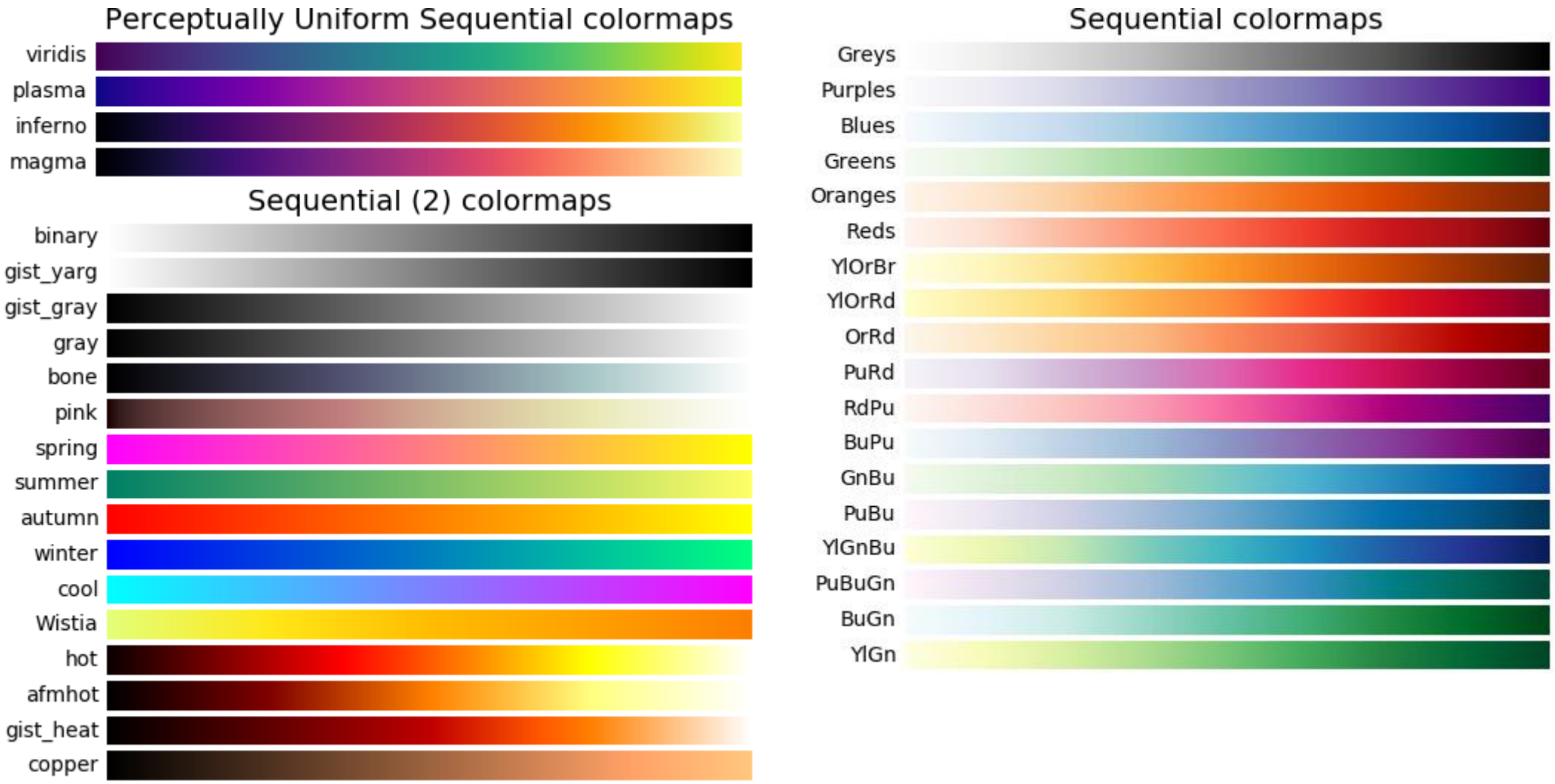

```
plt.figure(figsize=(5, 5))
contours = plt.contour(X, Y, Z, 3, colors='black')
plt.clabel(contours, inline=True, fontsize=8)

plt.imshow(Z, extent=[0, 5, 0, 5], origin='lower',
           cmap='RdGy', alpha=0.7)
plt.colorbar();
```

Поверхность



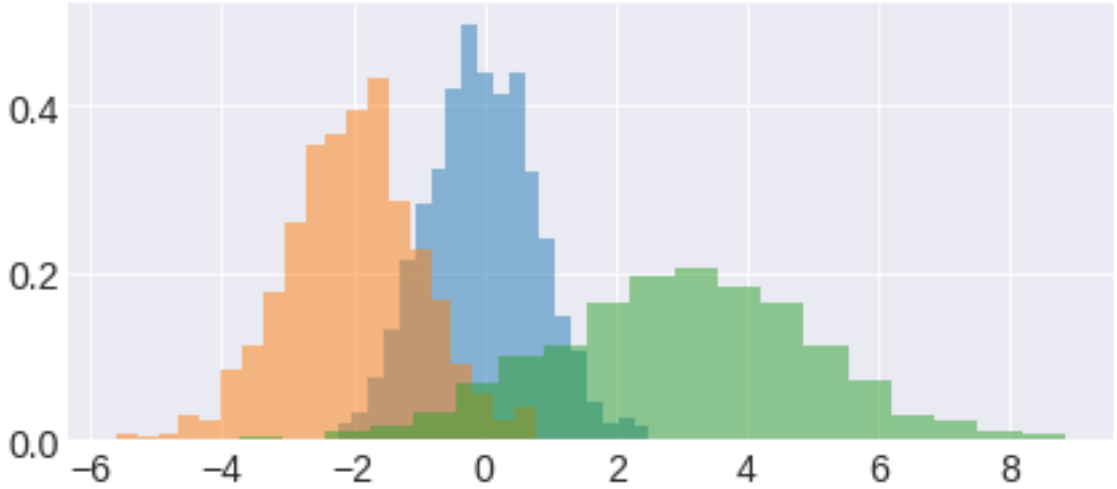

```
from mpl_toolkits import mplot3d # import mpld3
# mpld3.enable_notebook()

ax = plt.axes(projection='3d')
ax.plot_surface(X, Y, Z, rstride=1, cstride=1,
                cmap='viridis', edgecolor='none')
ax.set_title('поверхность');
```

CMAP



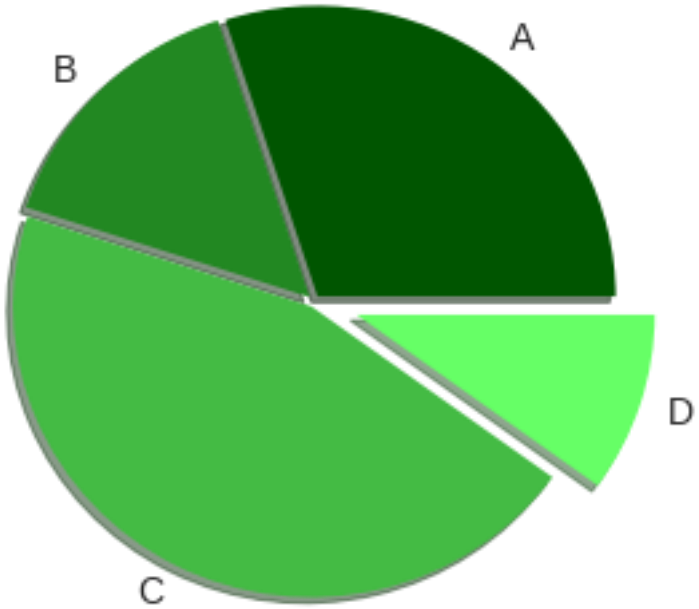
https://matplotlib.org/examples/color/colormaps_reference.html

Плотность распределения



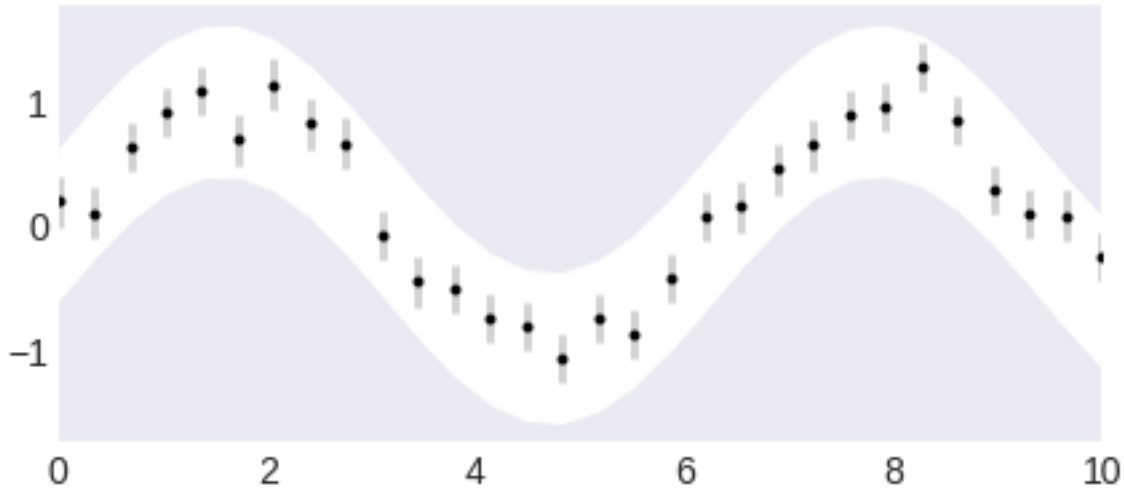

```
x1 = np.random.normal(0, 0.8, 1000)
x2 = np.random.normal(-2, 1, 1000)
x3 = np.random.normal(3, 2, 1000)

kwargs = dict(bins=20, histtype='stepfilled', alpha=0.5, normed=True)

plt.figure(figsize=(7, 3))
plt.hist(x1, **kwargs)
plt.hist(x2, **kwargs)
plt.hist(x3, **kwargs);
plt.grid()
```

Пирог




```
fracs = [30, 15, 45, 10]
colors = ['#005500', '#228822', '#44BB44', '#66FF66']

fig, ax = plt.subplots(figsize=(5, 5))
pie = ax.pie(fracs, colors=colors,
             explode=(0.02, 0.02, 0.02, 0.15), shadow=True,
             labels=['A', 'B', 'C', 'D'])
```

Заливка и ошибки




```
x = np.linspace(0, 10, 30)
dy = 0.2
y = np.random.normal(np.sin(x), dy)
y1 = np.sin(x) + 3*dy
y2 = np.sin(x) - 3*dy

plt.figure(figsize=(7, 3))
plt.fill_between(x, y1, y2, color='white')
plt.errorbar(x, y, dy, fmt='.k', ecolor='lightgray', elinewidth=3)
plt.xlim([0, 10])
```

Литература

- **Scipy Lecture Notes**

Хороший курс – пройти

http://www.scipy-lectures.org/index.html

- **Официальный сайт**

http://www.numpy.org/

https://docs.scipy.org/doc/

- **Хорошие репозитории**

https://github.com/jrjohansson

- **Быстрый курс**

https://github.com/rpmuller/PythonCrashCourse

https://github.com/ipython-books/minibook-2nd-code

- **П. Шабанов «Научная графика в Питон»**

https://github.com/whitehorn/Scientific_graphics_in_python