
Θεωρία Υπολογισμού

Δεύτερο σετ ασκήσεων

Σταυρόπουλος Αλέξανδρος Ανδρεας
2019030109

Διδάσκων:
Μιχαήλ Λαγουδάκης



HMMY
Πολυτεχνείο Κρήτης
Εαρινό εξάμηνο 2022-2023

Πίνακας Περιεχομένων

1	Γραμματικές Χωρίς Συμφραζόμενα	1
1.1	$L_1 = \{1^n 0^m 1^k : m > n + k\}$	1
1.2	$L_2 = \{w \in a, b^* : \text{το πλήθος των } \beta \text{ είναι } 3k + 2, \text{ όπου } k \text{ το πλήθος των } a\}$	1
2	Γραμματικές Χωρίς Συμφραζόμενα	2
2.1	$L_1 = \{uw : u \in a, c^*, w \in a^* b^* a^* \text{ και } 2 u = w \}$	2
2.2	$L_2 = \{w \in a, b^* : \text{η } w \text{ περιέχει ακριβώς } 2 \text{ περισσότερα } a \text{ από το τριπλάσιο πλήθος } \beta\}$	3
3	Γλώσσες Χωρίς Συμφραζόμενα	5
4	Αναγνώριση Γλωσσών Χωρίς Συμφραζόμενα	6
4.1	Μετατροπή γραμματικής G σε κανονική μορφή Chomsky	6
4.1.1	πίνακας Συντακτικής Ανάλυσης και Συντακτικό Δένδρο	9

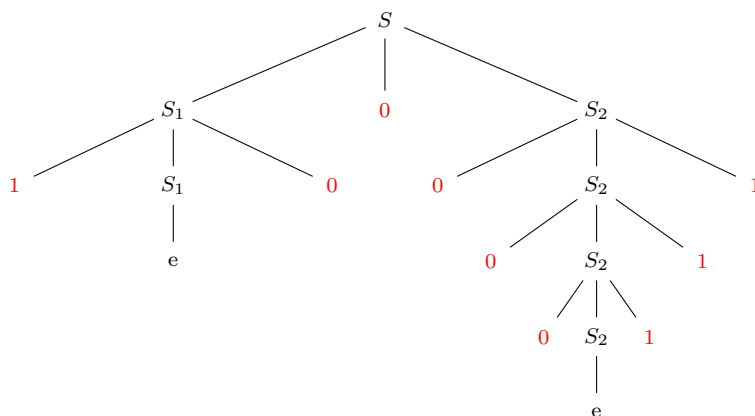
1 Γραμματικές Χωρίς Συμφραζόμενα

1.1 $L_1 = \{1^n 0^m 1^k : m > n + k\}$

Γραμματική αναπαράσταση της γλώσσας

$$\begin{aligned} G &= (V, \Sigma, R, S) \\ V &= \{0, 1, S, S_1, S_2\} \\ \Sigma &= \{0, 1\} \\ R &= \{S \rightarrow S_1 0 S_2, \\ &\quad S_1 \rightarrow 1 S_1 0, \\ &\quad S_1 \rightarrow S_1 0, \\ &\quad S_1 \rightarrow e, \\ &\quad S_2 \rightarrow 0 S_2 1, \\ &\quad S_2 \rightarrow 0 S_2, \\ &\quad S_2 \rightarrow e\} \end{aligned}$$

Συντακτικό δέντρο επίλυσης της συμβολοσειράς: 1000000111

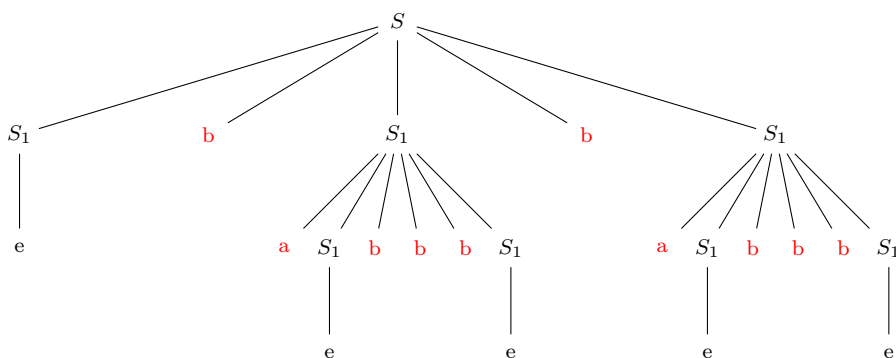


1.2 $L_2 = \{w \in a, b^* : \text{το πλήθος των } b \text{ είναι } 3k + 2, \text{ όπου } k \text{ το πλήθος των } a\}$

Γραμματική αναπαράσταση της γλώσσας

$$\begin{aligned} G &= (V, \Sigma, R, S) \\ V &= \{a, b, S, S_1\} \\ \Sigma &= \{a, b\} \\ R &= \{S \rightarrow S_1 b S_1 b S_1, \\ &\quad S_1 \rightarrow a S_1 b b b S_1, \\ &\quad S_1 \rightarrow b a S_1 b b S_1, \\ &\quad S_1 \rightarrow b b a S_1 b S_1, \\ &\quad S_1 \rightarrow b b b a S_1, \\ &\quad S_1 \rightarrow e\} \end{aligned}$$

Συντακτικό δέντρο επίλυσης της συμβολοσειράς: babbbbabbb



2 Γραμματικές Χωρίς Συμφραζόμενα

2.1 $L_1 = \{uw : u \in a, c^*, w \in a^*b^*a^* \text{ και } 2|u| = |w|\}$

Εφόσον, δεν είναι γνωστό το μήκος του input αλλά μόνο το σύμβολο στην αρχή του και το σύμβολο στην κορυφή της στοίβας, η γραμματική σχεδιάστηκε ώστε να τρέχουν παράλληλα διαδικασίες έως ότου τερματίσουν.

$$\begin{aligned} M &= (K, \Sigma, \Gamma, \Delta, s, F) \\ K &= \{s, q, d, f\} \\ \Sigma &= \{a, b, c\} \\ \Gamma &= \{0, 1\} \\ F &= \{f\} \\ \Delta &= \{\Delta_1 : ((s, e, e), (q, 0)) \\ &\quad \Delta_2 : ((q, a, e), (q, 11)) \\ &\quad \Delta_3 : ((q, c, e), (q, 11)) \\ &\quad \Delta_4 : ((q, a, 1), (d, e)) \\ &\quad \Delta_5 : ((q, b, 1), (d, e)) \\ &\quad \Delta_6 : ((d, a, 1), (d, e)) \\ &\quad \Delta_7 : ((d, b, 1), (d, e)) \\ &\quad \Delta_8 : ((d, e, 0), (f, e))\} \end{aligned}$$

Υπολογισμός αποδοχής συμβολοσειράς $acaaabbba$ σύμφωνα με το παραπάνω αυτόματο.

$$\begin{aligned} (s, acaaabbba, e) &\vdash^{\Delta_1} (q, acaaabbba, 0) \vdash^{\Delta_2} (q, caaabbba, 110) \vdash^{\Delta_3} (q, aaabbba, 11110) \Rightarrow \\ &\Rightarrow \begin{cases} \vdash^{\Delta_2} (q, aabbba, 1111110) \end{cases} \begin{cases} \vdash^{\Delta_2} (q, abbba, 111111110) \text{ (1)} \\ \vdash^{\Delta_4} (d, abbba, 111110) \text{ (2)} \end{cases} \\ &\quad \vdash^{\Delta_4} (d, aabbba, 1110) \vdash^{\Delta_6} (d, abbba, 110) \vdash^{\Delta_6} (d, bbba, 10) \xrightarrow{\Delta_7} (d, bba, 0) \rightarrow X \\ (1) &\Rightarrow \begin{cases} \vdash^{\Delta_2} (q, bbba, 11111111110) \text{ (3)} \\ \vdash^{\Delta_4} (d, bbba, 11111110) \vdash^{\Delta_7} (d, bba, 1111110) \vdash^{\Delta_7} (d, ba, 111110) \vdash^{\Delta_7} (d, a, 11110) \vdash^{\Delta_6} (d, e, 1110) \rightarrow X \end{cases} \\ (3) &\Rightarrow \begin{cases} \vdash^{\Delta_3} (q, bba, 1111111111110) \text{ (6)} \\ \vdash^{\Delta_4} (d, bba, 1111111110) \vdash^{\Delta_7} (d, ba, 11111110) \vdash^{\Delta_7} (d, a, 1111110) \vdash^{\Delta_4} (d, e, 111110) \rightarrow X \end{cases} \\ (6) &\Rightarrow \begin{cases} \vdash^{\Delta_3} (q, ba, 111111111111110) \end{cases} \begin{cases} \vdash^{\Delta_3} (q, a, 11111111111111110) \begin{cases} \vdash^{\Delta_2} (q, e, 11111111111111110) \rightarrow X \\ \vdash^{\Delta_4} (d, e, 111111111111110) \rightarrow X \end{cases} \\ \vdash^{\Delta_4} (d, a, 11111111111110) \vdash^{\Delta_6} (d, e, 11111111110) \rightarrow X \\ \vdash^{\Delta_4} (d, ba, 111111111110) \vdash^{\Delta_7} (d, a, 1111111110) \vdash^{\Delta_6} (d, e, 1111111110) \rightarrow X \end{cases} \end{aligned}$$

Εφόσον η σχέση (6) καταλήγει σε άτοπο, η σχέση (3) καταλήγει και αυτή σε άτοπο και ως άρα και η σχέση (1)

$$(2) \vdash^{\Delta_7} (q, bbba, 11110) \vdash^{\Delta_7} (q, bba, 1110) \vdash^{\Delta_7} (q, ba, 110) \vdash^{\Delta_7} (q, a, 10) \vdash^{\Delta_6} (q, e, 0) \vdash^{\Delta_8} (f, e, 0)$$

2.2 $L_2 = \{w \in a, b^* : \text{η w περιέχει ακριβώς 2 περισσότερα a από το τριπλάσιο πλήθος β}\}$

Για την κατασκευή του αυτόματου στοίβας, μπορεί να χρησιμοποιηθεί η μεθοδολογία κατασκευής αυτόματου στοίβας εφόσον είναι γνωστή η γραμματική.

Η γραμματική της γλώσσας είναι η ίδια γραμματική με αυτή που αναπτύχθηκε στην υποενότητα 1.2, αλλάζοντας τα σύμβολα a,b μεταξύ τους. Στην συνέχεια ακολουθώντας την αντίστοιχη μεθοδολογία όπως αυτή εμφανίζεται στην θεωρία, υπολογίζεται το αυτόματο στοίβας:

Γραμματική αναπαράσταση της γλώσσας

Αυτόματο στοίβας

$$G = (V, \Sigma, R, S)$$

$$V = \{a, b, S, S_1\}$$

$$\Sigma = \{a, b\}$$

$$R = \{S \rightarrow S_1 a S_1 a S_1$$

$$S_1 \rightarrow b S_1 a a a S_1$$

$$S_1 \rightarrow a b S_1 a a S_1$$

$$S_1 \rightarrow a a b S_1 a S_1$$

$$S_1 \rightarrow a a a b S_1$$

$$S_1 \rightarrow e\}$$

$$M = (K, \Sigma, \Gamma, \Delta, \rho, F)$$

$$K = \{p, q\}$$

$$\Sigma = \{a, b\}$$

$$\Gamma = \{S, a, b\}$$

$$F = \{q\}$$

$$\Delta = \{\Delta_1 : ((p, e, e), (q, S))$$

$$\Delta_2 : ((q, e, S), (q, S_1 a S_1 a S_1))$$

$$\Delta_3 : ((q, e, S_1), (q, b S_1 a a a S_1))$$

$$\Delta_4 : ((q, e, S_1), (q, a b S_1 a a S_1))$$

$$\Delta_5 : ((q, e, S_1), (q, a a b S_1 a S_1))$$

$$\Delta_6 : ((q, e, S_1), (q, a a a b S_1))$$

$$\Delta_7 : ((q, e, S_1), (q, e))$$

$$\Delta_8 : ((q, a, a), (q, e))$$

$$\Delta_9 : ((q, b, b), (q, e))\}$$

Υπολογισμός αποδοχής συμβολοσειράς baaaaaaaab σύμφωνα με το παραπάνω αυτόματο:

$$(p, baaaaaaaab, e) \vdash^{\Delta_1} (q, baaaaaaaab, S) \vdash^{\Delta_2} (q, baaaaaaaab, S_1 a S_1 a S_1) \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \left\{ \begin{array}{l} \vdash^{\Delta_3} (q, baaaaaaaab, b S_1 a a a S_1 a S_1 a S_1) \vdash^{\Delta_9} (q, aaaaaaaaab, S_1 a a a S_1 a S_1 a S_1) \Rightarrow \\ \vdash^{\Delta_4} (q, baaaaaaaab, a b S_1 a a S_1 a S_1 a S_1) \rightarrow X \\ \vdash^{\Delta_5} (q, baaaaaaaab, a a b S_1 a S_1 a S_1 a S_1) \rightarrow X \\ \vdash^{\Delta_6} (q, baaaaaaaab, a a a b S_1 a S_1 a S_1) \rightarrow X \\ \vdash^{\Delta_7} (q, baaaaaaaab, a S_1 a S_1) \rightarrow X \end{array} \right.$$

$$\Rightarrow \left\{ \begin{array}{l} \vdash^{\Delta_3} (q, aaaaaaaaab, b S_1 a a a S_1 a a a S_1 a S_1 a S_1) \rightarrow X \\ \vdash^{\Delta_4} (q, aaaaaaaaab, a b S_1 a a S_1 a a a S_1 a S_1 a S_1) \vdash^{\Delta_8} (q, aaaaaaaaab, b S_1 a a S_1 a a a S_1 a S_1 a S_1) \rightarrow X \\ \vdash^{\Delta_5} (q, aaaaaaaaab, a a b S_1 a S_1 a a a S_1 a S_1 a S_1) \Rightarrow \text{Ομοίως καταλήγει σε άτοπο μετά από 2 βήματα} \\ \vdash^{\Delta_6} (q, aaaaaaaaab, a a a b S_1 a a a S_1 a S_1 a S_1) \Rightarrow \text{Ομοίως καταλήγει σε άτοπο μετά από 3 βήματα} \\ \vdash^{\Delta_7} (q, aaaaaaaaab, a a a S_1 a S_1 a S_1) \Rightarrow \end{array} \right.$$

$$\vdash^{\Delta_8} (q, aaaaaaaaab, a a S_1 a S_1 a S_1) \vdash^{\Delta_8} (q, aaaaaab, a S_1 a S_1 a S_1) \vdash^{\Delta_8} (q, aaaaaab, S_1 a S_1 a S_1) \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \left\{ \begin{array}{l} \vdash^{\Delta_3} (q, aaaaab, bS_1aaaS_1aS_1aS_1) \rightarrow X \\ \vdash^{\Delta_4} (q, aaaaab, abS_1aaS_1aS_1aS_1) \xrightarrow{\Delta_8} (q, aaaaab, bS_1aaS_1aS_1aS_1) \rightarrow X \\ \vdash^{\Delta_5} (q, aaaaab, aabS_1aS_1aS_1aS_1) \Rightarrow \text{Ομοίως καταλήγει σε άτοπο μετά από 2 βήματα} \\ \vdash^{\Delta_6} (q, aaaaab, aaabS_1aS_1aS_1) \Rightarrow \text{Ομοίως καταλήγει σε άτοπο μετά από 3 βήματα} \\ \vdash^{\Delta_7} (q, aaaaab, aS_1aS_1) \xrightarrow{\Delta_8} (q, aaaaab, S_1aS_1) \Rightarrow \end{array} \right.$$

$$\Rightarrow \left\{ \begin{array}{l} \vdash^{\Delta_3} (q, aaaaab, bS_1aaaS_1aS_1) \rightarrow X \\ \vdash^{\Delta_4} (q, aaaaab, abS_1aaS_1aS_1) \vdash^{\Delta_8} (q, aaaaab, bS_1aaS_1aS_1) \Rightarrow \\ \vdash^{\Delta_5} (q, aaaaab, aabS_1aS_1aS_1) \Rightarrow \text{Ομοίως καταλήγει σε άτοπο μετά από 2 βήματα} \\ \vdash^{\Delta_6} (q, aaaaab, aaabS_1aS_1) \Rightarrow \text{Ομοίως καταλήγει σε άτοπο μετά από 3 βήματα} \\ \vdash^{\Delta_7} (q, aaaaab, aS_1) \xrightarrow{\Delta_8} (q, aaaaab, S_1) \Rightarrow \end{array} \right.$$

$$\Rightarrow \left\{ \begin{array}{l} \vdash^{\Delta_3} (q, aaaaab, bS_1aaaS_1) \rightarrow X \\ \vdash^{\Delta_4} (q, aaaaab, abS_1aaS_1) \vdash^{\Delta_8} (q, aaaaab, bS_1aaS_1) \rightarrow X \\ \vdash^{\Delta_5} (q, aaaaab, aabS_1aS_1) \Rightarrow \text{Ομοίως καταλήγει σε άτοπο μετά από 2 βήματα} \\ \vdash^{\Delta_6} (q, aaaaab, aaabS_1) \vdash^{\Delta_8} (q, aaaaab, aabS_1) \vdash^{\Delta_8} (q, aaaaab, abS_1) \vdash^{\Delta_8} (q, aaaaab, bS_1) \vdash^{\Delta_7} (q, aaaaab, S_1) \Rightarrow \\ \vdash^{\Delta_7} (q, aaaaab, e) \rightarrow X \end{array} \right.$$

$$\Rightarrow \left\{ \begin{array}{l} \vdash^{\Delta_3} (q, e, bS_1aaaS_1) \rightarrow X \\ \vdash^{\Delta_4} (q, e, abS_1aaS_1) \rightarrow X \\ \vdash^{\Delta_5} (q, e, aabS_1aS_1) \rightarrow X \\ \vdash^{\Delta_6} (q, e, aaabS_1) \rightarrow X \\ \vdash^{\Delta_7} (q, e, e) \rightarrow \text{Αποδεκτή κατάσταση} \end{array} \right.$$

3 Γλώσσες Χωρίς Συμφραζόμενα

4 Αναγνώριση Γλωσσών Χωρίς Συμφραζόμενα

4.1 Μετατροπή γραμματικής G σε κανονική μορφή Chomsky

Στην δεδομένη γραμματική οι κανόνες είναι οι εξής:

$$R = \{ \begin{array}{l} S \rightarrow A \\ A \rightarrow M \\ A \rightarrow b b A a T \\ A \rightarrow M a T \\ M \rightarrow a \\ M \rightarrow e \\ T \rightarrow b T \\ T \rightarrow b \end{array} \}$$

Πρώτο βήμα) Αλλαγή κανόνων οι οποίοι στο δεξί τους μέρος έχουν περισσότερα από 2 σύμβολα.

Για κάθε κανόνα που έχει πάνω από 2 σύμβολα στο δεξί του μέρος, δημιουργούνται νέοι κανόνες οι οποίοι στο δεξί τους μέρος έχουν 2 ακριβώς σύμβολα. Οι κανόνες προς αλλαγή είναι οι εξής:

$$A \rightarrow b b A a T \Rightarrow \begin{cases} A \rightarrow b S_{11} \\ S_{11} \rightarrow b S_{12} \\ S_{12} \rightarrow A S_{13} \\ S_{13} \rightarrow a T \end{cases} \quad A \rightarrow M a T \Rightarrow \begin{cases} A \rightarrow M S_{21} \\ S_{21} \rightarrow a T \end{cases}$$

Παρατηρείται πως οι κανόνες $S_{13} \rightarrow a T$ και $S_{21} \rightarrow a T$ οδηγούν στα ίδια σύμβολα, οπότε μπορούν να αντικατασταθούν με έναν, οπότε η νέα γραμματική $G' = (V', \Sigma, R', S)$ είναι η εξής:

$$\begin{array}{l} V' = \{S, A, S_{11}, S_{12}, S_{13}, M, T, a, b\} \\ R' = \{ \begin{array}{l} S \rightarrow A \\ A \rightarrow M \\ A \rightarrow b S_{11} \\ S_{11} \rightarrow b S_{12} \\ S_{12} \rightarrow A S_{13} \\ A \rightarrow M S_{13} \\ S_{13} \rightarrow a T \\ M \rightarrow a \\ M \rightarrow e \\ T \rightarrow b T \\ T \rightarrow b \end{array} \} \end{array}$$

Δεύτερο Βήμα) Απαλοιφή κενών κανόνων

Υπολογίζεται το διάνυσμα \mathcal{E} στο οποίο τοποθετούνται όλα τα σύμβολα για τα οποία υπάρχει κενός κανόνας (κανόνας που οδηγεί σε ε) ή κανόνες που μπορούν να οδηγήσουν σε κενό κανόνα.

Έτσι το διάνυσμα \mathcal{E} περιέχει τα εξής σύμβολα:

$$\mathcal{E} = \{S, A, M\} \text{ εφόσον } \begin{cases} S \rightarrow A \rightarrow M \rightarrow e \\ A \rightarrow M \rightarrow e \\ M \rightarrow e \end{cases}$$

Ο κενός κανόνας ($M \rightarrow e$) απαλείφεται ενώ ο ελέγχονται όλοι οι κανόνες που περιέχουν ένα από τα τρία σύμβολα και για κάθε έναν από αυτούς, δημιουργούνται οι αντίστοιχοι νέοι:

$$S \rightarrow A \Rightarrow \text{Μένει όπως έχει}$$

$$A \rightarrow M \Rightarrow \text{Μένει όπως έχει}$$

$$S_{12} \rightarrow AS_{13} \Rightarrow \begin{cases} S_{12} \rightarrow AS_{13} \\ S_{12} \rightarrow S_{13} \end{cases}$$

$$A \rightarrow MS_{13} \Rightarrow \begin{cases} S_{12} \rightarrow MS_{13} \\ S_{12} \rightarrow S_{13} \end{cases}$$

Έτσι η νέα γραμματική $G'' = (V'', \Sigma, R'', S)$ είναι η εξής:

$$V'' = \{S, A, S_{11}, S_{12}, S_{13}, M, T, a, b\}$$

$$R'' = \{S \rightarrow A$$

$$A \rightarrow M$$

$$A \rightarrow bS_{11}$$

$$A \rightarrow MS_{13}$$

$$A \rightarrow S_{13}$$

$$S_{11} \rightarrow bS_{12}$$

$$S_{12} \rightarrow AS_{13}$$

$$S_{12} \rightarrow S_{13}$$

$$S_{13} \rightarrow aT$$

$$M \rightarrow a$$

$$T \rightarrow bT$$

$$T \rightarrow b\}$$

Τρίτο βήμα) Απαλοιφή μικρών κανόνων

Για την απαλοιφή κανόνων που οδηγούν σε ένα μόνο σύμβολο, απαιτείται ο υπολογισμός των διανυσμάτων \mathcal{D} για κάθε ένα από τα μη τερματικά σύμβολα (Τα τερματικά περιέχουν μόνο το εαυτό τους).

Στο διάνυσμα \mathcal{D} τοποθετούνται, πέραν του ίδιου του συμβόλου, όλα τα μονά σύμβολα στα οποία μπορεί να καταλήξει σύμφωνα με τους κανόνες γραμματικής. Τα διανύσματα \mathcal{D} υπολογίζονται ως εξής:

$$\mathcal{D}(S) = \{S, A, M, a, S_{21}\}$$

$$\mathcal{D}(A) = \{A, M, a, S_{21}\}$$

$$\mathcal{D}(S_{11}) = \{S_{11}\}$$

$$\mathcal{D}(S_{12}) = \{S_{12}, S_{13}\}$$

$$\mathcal{D}(S_{13}) = \{S_{13}\}$$

$$\mathcal{D}(M) = \{M, a\}$$

$$\mathcal{D}(T) = \{T, b\}$$

Σύμφωνα με τα παραπάνω διανύσματα, τα σύμβολα S, A, S_{12}, M, T έχουν κανόνες οι οποίοι οδηγούν σε ένα μόνο σύμβολο. Έτσι, ομοίως με το προηγούμενο ερώτημα, θα γίνει απαλοιφή αυτών και δημιουργία νέων.

Κανόνας $A \rightarrow \textcolor{red}{M}S_{13}$: προστίθεται ο εξής κανόνας $A \rightarrow aS_{13}$

Κανόνας $S_{11} \rightarrow b\textcolor{red}{S}_{12}$: προστίθεται ο κανόνας $S_{11} \rightarrow bS_{13}$

Κανόνας $S_{12} \rightarrow \textcolor{red}{A}S_{13}$: προστίθενται οι εξής κανόνες $\begin{cases} S_{12} \rightarrow MS_{13} \\ S_{12} \rightarrow aS_{13} \\ S_{12} \rightarrow S_{13}S_{13} \end{cases}$

Κανόνας $S_{13} \rightarrow a\textcolor{red}{T}$: προστίθεται ο εξής κανόνας $S_{13} \rightarrow ab$

Κανόνας $T \rightarrow b\textcolor{red}{T}$: προστίθεται ο εξής κανόνας $T \rightarrow bb$

Εφόσον, απαλείφεται ο κανόνας $M \rightarrow a$, όλοι οι κανόνες που έχουν το σύμβολο M στο δεξί τους χέρι απαλείφονται.

Εφόσον απαλείφεται ο κανόνας $S \rightarrow A$ είναι απαραίτητο να δημιουργηθούν νέοι ώστε το αυτόματο να μπορεί να εκκινήσει. Οι κανόνες αυτοί προκύπτουν μέσω σύγκρισης του διανύσματος $\mathcal{D}(S)$ και των ήδη υπάρχοντων κανόνων. Στην περίπτωση που κάποιο από τα σύμβολα του $\mathcal{D}(S)$ υπάρχει στο αριστερό μέρος κάποιου κανόνα, δημιουργείται νέος κανόνας ο οποίος έχει αριστερά την τιμή S .

$$S \rightarrow A \Rightarrow \begin{cases} S \rightarrow bS_{11} & (A \rightarrow bS_{11}) \\ S \rightarrow aS_{13} & (A \rightarrow aS_{13}) \\ S \rightarrow aT & (S_{13} \rightarrow aT) \\ S \rightarrow ab & (S_{13} \rightarrow ab) \end{cases}$$

Έτσι η νέα γραμματική $G''' = (V''', \Sigma, R''', S)$ είναι η εξής:

$$V''' = \{S, A, S_{11}, S_{12}, S_{13}, T, a, b\}$$

$$R''' = \{\textcolor{brown}{S} \rightarrow bS_{11}$$

$$\textcolor{brown}{S} \rightarrow aS_{13}$$

$$\textcolor{brown}{S} \rightarrow aT$$

$$\textcolor{brown}{S} \rightarrow ab$$

$$A \rightarrow bS_{11}$$

$$\textcolor{red}{A} \rightarrow aS_{13}$$

$$S_{11} \rightarrow bS_{12}$$

$$\textcolor{red}{S}_{11} \rightarrow bS_{13}$$

$$S_{12} \rightarrow AS_{13}$$

$$\textcolor{red}{S}_{12} \rightarrow aS_{13}$$

$$\textcolor{red}{S}_{12} \rightarrow S_{13}S_{13}$$

$$S_{13} \rightarrow aT$$

$$\textcolor{red}{S}_{13} \rightarrow ab$$

$$T \rightarrow bT$$

$$\textcolor{red}{T} \rightarrow bb\}$$

Η τελική γραμματική σε μορφή Chomsky είναι η $G''' = (V''', \Sigma, R''', S)$ είναι η εξής:

$$\begin{aligned}
 V''' &= \{S, A, S_{11}, S_{12}, S_{13}, T, a, b\} \\
 \Sigma &= \{a, b\} \\
 R''' &= \{S \rightarrow bS_{11} \quad [1] \\
 &\quad S \rightarrow aS_{13} \quad [2] \\
 &\quad S \rightarrow aT \quad [3] \\
 &\quad S \rightarrow ab \quad [4] \\
 &\quad A \rightarrow bS_{11} \quad [5] \\
 &\quad A \rightarrow aS_{13} \quad [6] \\
 &\quad S_{11} \rightarrow bS_{12} \quad [7] \\
 &\quad S_{11} \rightarrow bS_{13} \quad [8] \\
 &\quad S_{12} \rightarrow AS_{13} \quad [9] \\
 &\quad S_{12} \rightarrow aS_{13} \quad [10] \\
 &\quad S_{12} \rightarrow S_{13}S_{13} \quad [11] \\
 &\quad S_{13} \rightarrow aT \quad [12] \\
 &\quad S_{13} \rightarrow ab \quad [13] \\
 &\quad T \rightarrow bT \quad [14] \\
 &\quad T \rightarrow bb \quad [15]\}
 \end{aligned}$$

4.1.1 πίνακας Συντακτικής Ανάλυσης και Συντακτικό Δένδρο

Αρχικά είναι απαραίτητο να ελεγχθεί αν η συμβολοσειρά εισόδου $w = bbababb$ παράγεται από την αρχική γραμματική:

$$S \vdash A \vdash bbAaT \vdash bbMaTaT \vdash bbaTaT \vdash bbabaT \vdash bbababT \vdash bbababb$$

Εφόσον η είσοδος παράγεται από την αρχική γραμματική θα πρέπει να παράγεται και από την τελική γραμματική σε μορφή Chomsky.

Ο πίνακας της συντακτικής ανάλυσης και το συντακτικό δένδρο φαίνονται παρακάτω ενώ σε τετράγωνες αγκύλες φαίνεται ο αριθμός του κανόνα:

						b
					b	T [15]
			a	S_{13} [13] S [4]	S_{13} [12] S [3]	
		b	0	S_{11} [8]	S_{11} [8]	
	a	S_{13} [13] S [4]	0	S_{13} [11]	S_{13} [11]	
	b	0	S_{11} [8]	0	S_{11} [7]	S_{11} [8]
b	T [15]	0	A [5] S [1]	0	A [5] S[1]	S [1]

