Θεωρία Υπολογισμού

Δεύτερο σετ ασκήσεων

Σταυρόπουλος Αλέξανδρος Ανδρεας
2019030109

Διδάσκων:
Μιχαήλ Λαγουδάκης

ΗΜΜΥ
Πολυτεχνείο Κρήτης
Εαρινό εξάμηνο 2022-2023

Πίνακας Περιεχομένων

1 Γραμματικές Χωρίς Συμφραζόμενα **1**

1.1 $L_1 = \{1^n0^m1^k : m > n + k\}$ 1

1.2 $L_2 = \{w \in a, b^*$: το πλήθος των β είναι 3k + 2, όπου k το πλήθος των a$\}$ 1

2 Γραμματικές Χωρίς Συμφραζόμενα **2**

2.1 $L_1 = \{uw : u \in a, c^*, w \in a^*b^*a^*$ και $2|u| = |w|\}$ 2

2.2 $L_2 = \{w \in a, b^*$: η w περιέχει ακριβώς 2 περισσότερα a από το τριπλάσιο πλήθος β$\}$ 3

3 Γλώσσες Χωρίς Συμφραζόμενα **5**

4 Αναγνώριση Γλωσσών Χωρίς Συμφραζόμενα **6**

4.1 Μετατροπή γραμματικής G σε κανονική μορφή Chomsky 6

4.1.1 πίνακας Συντακτικής Ανάλυσης και Συντακτικό Δένδρο 9

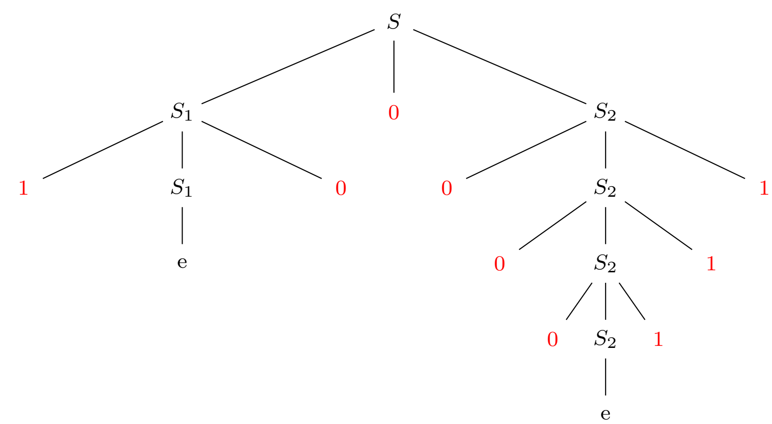
1 Γραμματικές Χωρίς Συμφραζόμενα

1.1 $L_1 = \{1^n 0^m 1^k : m > n + k\}$

Γραμματική αναπαράσταση της γλώσσας

$$
\begin{aligned}
G = (&V, \Sigma, R, S) \\
&V = \{0, 1, S, S_1, S_2\} \\
&\Sigma = \{0, 1\} \\
&R = \{S \to S_1 0 S_2, \\
&\qquad S_1 \to 1 S_1 0 \\
&\qquad S_1 \to S_1 0 \\
&\qquad S_1 \to e \\
&\qquad S_2 \to 0 S_2 1 \\
&\qquad S_2 \to 0 S_2 \\
&\qquad S_2 \to e\}
\end{aligned}
$$

Συντακτικό δέντρο επίλυσης της συμβολοσειράς: 1000000111

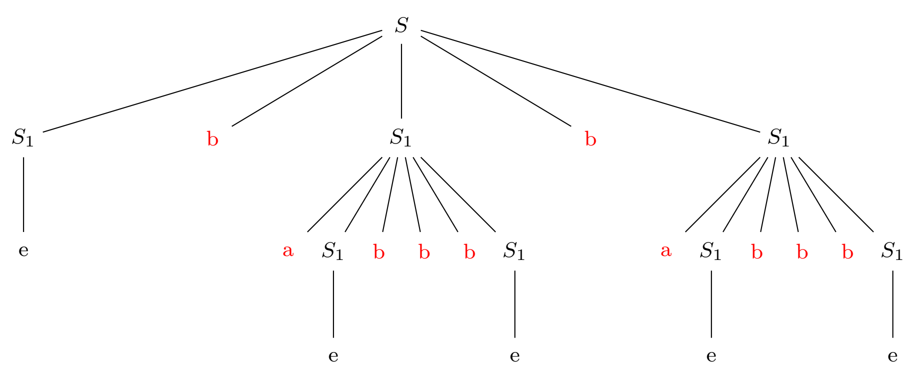


1.2 $L_2 = \{w \in a, b^* :$ **το πλήθος των β είναι 3k + 2, όπου k το πλήθος των a}**

Γραμματική αναπαράσταση της γλώσσας

$$
\begin{aligned}
G = (&V, \Sigma, R, S) \\
&V = \{a, b, S, S_1\} \\
&\Sigma = \{a, b\} \\
&R = \{S \to S_1 b S_1 b S_1 \\
&\qquad S_1 \to a S_1 bbb S_1 \\
&\qquad S_1 \to ba S_1 bb S_1 \\
&\qquad S_1 \to bba S_1 b S_1 \\
&\qquad S_1 \to bbba S_1 \\
&\qquad S_1 \to e\}
\end{aligned}
$$

Συντακτικό δέντρο επίλυσης της συμβολοσειράς: babbbbabbb



2 Γραμματικές Χωρίς Συμφραζόμενα

2.1 $L_1 = \{uw : u \in a, c^*, w \in a^*b^*a^*$ **και** $2|u| = |w|\}$

Εφόσον, δεν είναι γνωστό το μήκος του input αλλά μόνο το σύμβολο στην αρχή του και το σύμβολο στην κορυφή της στοίβας, η γραμματική σχεδιάστηκε ώστε να τρέχουν παράλληλα διαδικασίες έως ότου τερματίσουν.

$$\begin{aligned}
M &= (K, \Sigma, \Gamma, \Delta, s, F)\\
K &= \{s, q, d, f\}\\
\Sigma &= \{a, b, c\}\\
\Gamma &= \{0, 1\}\\
F &= \{f\}\\
\Delta &= \{\Delta_1 : \big((s, e, e), (q, 0)\big)\\
&\qquad \Delta_2 : \big((q, a, e), (q, 11)\big)\\
&\qquad \Delta_3 : \big((q, c, e), (q, 11)\big)\\
&\qquad \Delta_4 : \big((q, a, 1), (d, e)\big)\\
&\qquad \Delta_5 : \big((q, b, 1), (d, e)\big)\\
&\qquad \Delta_6 : \big((d, a, 1), (d, e)\big)\\
&\qquad \Delta_7 : \big((d, b, 1), (d, e)\big)\\
&\qquad \Delta_8 : \big((d, e, 0), (f, e)\big)\}
\end{aligned}$$

Υπολογισμός αποδοχής συμβολοσειράς acaaabbba σύμφωνα με το παραπάνω αυτόματο.

$$(s, acaaabbba, e) \vdash^{\Delta_1} (q, acaaabbba, 0) \vdash^{\Delta_2} (q, caaabbba, 110) \vdash^{\Delta_3} (q, aaabbba, 11110) \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \begin{cases} \vdash^{\Delta 2} (q, aabbba, 1111110) \begin{cases} \vdash^{\Delta 2} (q, abbba, 111111110)\ (1) \\ \vdash^{\Delta 4} (d, abbba, 111110)\ (2) \end{cases} \\ \vdash^{\Delta 4} (d, aabbba, 1110) \vdash^{\Delta_6} (d, abbba, 110) \vdash^{\Delta 6} (d, bbba, 10) \xrightarrow{\Delta 7} (d, bba, 0) \to X \end{cases}$$

$$(1) \Rightarrow \begin{cases} \vdash^{\Delta 2} (q, bbba, 11111111110)\ (3) \\ \vdash^{\Delta 4} (d, bbba, 11111110) \vdash^{\Delta 7} (d, bba, 1111110) \vdash^{\Delta 7} (d, ba, 111110) \vdash^{\Delta 7} (d, a, 11110) \vdash^{\Delta 6} (d, e, 1110) \to X \end{cases}$$

$$(3) \Rightarrow \begin{cases} \vdash^{\Delta 3} (q, bba, 1111111111110)\ (6) \\ \vdash^{\Delta 4} (d, bba, 1111111110) \vdash^{\Delta 7} (d, ba, 111111110) \vdash^{\Delta 7} (d, a, 11111110) \vdash^{\Delta 4} (d, e, 1111110) \to X \end{cases}$$

$$(6) \Rightarrow \begin{cases} \vdash^{\Delta 3} (q, ba, 11111111111110) \begin{cases} \vdash^{\Delta 3} (q, a, 1111111111111110) \begin{cases} \vdash^{\Delta 2} (q, e, 111111111111111110) \to X \\ \vdash^{\Delta 4} (d, e, 1111111111111110) \to X \end{cases} \\ \vdash^{\Delta 4} (d, a, 11111111111110) \vdash^{\Delta 6} (d, e, 111111111110) \to X \end{cases} \\ \vdash^{\Delta 4} (d, ba, 111111111110) \vdash^{\Delta 7} (d, a, 11111111110) \vdash^{\Delta 6} (d, e, 11111111110) \to X \end{cases}$$

Εφόσον η σχέση (6) καταλήγει σε άτοπο, η σχέση (3) καταλήγει και αυτή σε άτοπο και ως άρα και η σχέση (1)

$$(2) \vdash^{\Delta 7} (q, bbba, 11110) \vdash^{\Delta 7} (q, bba, 1110) \vdash^{\Delta 7} (q, ba, 110) \vdash^{\Delta 7} (q, a, 10) \vdash^{\Delta 6} (q, e, 0) \vdash^{\Delta 8} (f, e, 0)$$

2.2 $L_2 = \{w \in a, b^*$: **η w περιέχει ακριβώς 2 περισσότερα a από το τριπλάσιο πλήθος β**$\}$

Για την κατασκευή του αυτόματου στοίβας, μπορεί να χρησιμοποιηθεί η μεθοδολογία κατασκευής αυτόματου στοίβας εφόσον είναι γνωστή η γραμματική.

Η γραμματική της γλώσσας είναι η ίδια γραμματική με αυτή που αναπτύχθηκε στην υποενότητα 1.2, αλλάζοντας τα σύμβολα a,b μεταξύ τους. Στην συνέχεια ακολουθώντας την αντίστοιχη μεθοδολογία όπως αυτή εμφανίζεται στην θεωρία, υπολογίζεται το αυτόματο στοίβας:

Γραμματική αναπαράσταση της γλώσσας

$$\begin{aligned}
G &= (V, \Sigma, R, S)\\
&V = \{a, b, S, S_1\}\\
&\Sigma = \{a, b\}\\
&R = \{S \rightarrow S_1 a S_1 a S_1\\
&\qquad S_1 \rightarrow b S_1 aaa S_1\\
&\qquad S_1 \rightarrow ab S_1 aa S_1\\
&\qquad S_1 \rightarrow aab S_1 a S_1\\
&\qquad S_1 \rightarrow aaab S_1\\
&\qquad S_1 \rightarrow e\}
\end{aligned}$$

Αυτόματο στοίβας

$$\begin{aligned}
M &= (K, \Sigma, \Gamma, \Delta, \rho, F)\\
&K = \{p, q\}\\
&\Sigma = \{a, b\}\\
&\Gamma = \{S, a, b\}\\
&F = \{q\}\\
&\Delta = \{\Delta_1 : \big((p, e, e), (q, S)\big)\\
&\qquad \Delta_2 : \big((q, e, S), (q, S_1 a S_1 a S_1)\big)\\
&\qquad \Delta_3 : \big((q, e, S_1), (q, b S_1 aaa S_1)\big)\\
&\qquad \Delta_4 : \big((q, e, S_1), (q, ab S_1 aa S_1)\big)\\
&\qquad \Delta_5 : \big((q, e, S_1), (q, aab S_1 a S_1)\big)\\
&\qquad \Delta_6 : \big((q, e, S_1), (q, aaab S_1)\big)\\
&\qquad \Delta_7 : \big((q, e, S_1), (q, e)\big)\\
&\qquad \Delta_8 : \big((q, a, a), (q, e)\big)\\
&\qquad \Delta_9 : \big((q, b, b), (q, e)\big)\}
\end{aligned}$$

Υπολογισμός αποδοχής συμβολοσειράς baaaaaaaab σύμφωνα με το παραπάνω αυτόματο:

$$(p, baaaaaaaab, e) \vdash^{\Delta_1} (q, baaaaaaaab, S) \vdash^{\Delta_2} (q, baaaaaaaab, S_1 a S_1 a S_1) \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \begin{cases}
\vdash^{\Delta_3} (q, baaaaaaaab, b S_1 aaa S_1 a S_1 a S_1) \vdash^{\Delta_9} (q, aaaaaaaab, S_1 aaa S_1 a S_1 a S_1) \Rightarrow\\
\vdash^{\Delta_4} (q, baaaaaaaab, ab S_1 aa S_1 a S_1 a S_1) \rightarrow X\\
\vdash^{\Delta_5} (q, baaaaaaaab, aab S_1 a S_1 a S_1 a S_1) \rightarrow X\\
\vdash^{\Delta_6} (q, baaaaaaaab, aaab S_1 a S_1 a S_1) \rightarrow X\\
\vdash^{\Delta_7} (q, baaaaaaaab, a S_1 a S_1) \rightarrow X
\end{cases}$$

$$\Rightarrow \begin{cases}
\vdash^{\Delta_3} (q, aaaaaaaab, b S_1 aaa S_1 aaa S_1 a S_1 a S_1) \rightarrow X\\
\vdash^{\Delta_4} (q, aaaaaaaab, ab S_1 aa S_1 aaa S_1 a S_1 a S_1) \vdash^{\Delta_8} (q, aaaaaaaab, b S_1 aa S_1 aaa S_1 a S_1 a S_1) \rightarrow X\\
\vdash^{\Delta_5} (q, aaaaaaaab, aab S_1 a S_1 aaa S_1 a S_1 a S_1) \Rightarrow \text{ Ομοίως καταλήγει σε άτοπο μετά από 2 βήματα}\\
\vdash^{\Delta_6} (q, aaaaaaaab, aaab S_1 aaa S_1 a S_1 a S_1) \Rightarrow \text{ Ομοίως καταλήγει σε άτοπο μετά από 3 βήματα}\\
\vdash^{\Delta_7} (q, aaaaaaaab, aaa S_1 a S_1 a S_1) \Rightarrow
\end{cases}$$

$$\vdash^{\Delta_8} (q, aaaaaaab, aa S_1 a S_1 a S_1) \vdash^{\Delta_8} (q, aaaaaab, a S_1 a S_1 a S_1) \vdash^{\Delta_8} (q, aaaaab, S_1 a S_1 a S_1) \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \begin{cases} \vdash^{\Delta_3} (q, aaaaab, bS_1aaaS_1aS_1aS_1) \to X \\ \vdash^{\Delta_4} (q, aaaaab, abS_1aaS_1aS_1aS_1) \xrightarrow{\Delta_8} (q, aaaab, bS_1aaS_1aS_1aS_1) \to X \\ \vdash^{\Delta_5} (q, aaaaab, aabS_1aS_1aS_1aS_1) \Rightarrow \text{ Ομοίως καταλήγει σε άτοπο μετά από 2 βήματα} \\ \vdash^{\Delta_6} (q, aaaaab, aaabS_1aS_1aS_1) \Rightarrow \text{ Ομοίως καταλήγει σε άτοπο μετά από 3 βήματα} \\ \vdash^{\Delta_7} (q, aaaaab, aS_1aS_1) \xrightarrow{\Delta_8} (q, aaaab, S_1aS_1) \Rightarrow \end{cases}$$

$$\Rightarrow \begin{cases} \vdash^{\Delta_3} (q, aaaab, bS_1aaaS_1aS_1) \to X \\ \vdash^{\Delta_4} (q, aaaab, abS_1aaS_1aS_1) \vdash^{\Delta_8} (q, aaab, bS_1aaS_1aS_1) \Rightarrow \\ \vdash^{\Delta_5} (q, aaaab, aabS_1aS_1aS_1) \Rightarrow \text{ Ομοίως καταλήγει σε άτοπο μετά από 2 βήματα} \\ \vdash^{\Delta_6} (q, aaaab, aaabS_1aS_1) \Rightarrow \text{ Ομοίως καταλήγει σε άτοπο μετά από 3 βήματα} \\ \vdash^{\Delta_7} (q, aaaab, aS_1) \xrightarrow{\Delta_8} (q, aaab, S_1) \Rightarrow \end{cases}$$

$$\Rightarrow \begin{cases} \vdash^{\Delta_3} (q, aaab, bS_1aaaS_1) \to X \\ \vdash^{\Delta_4} (q, aaab, abS_1aaS_1) \vdash^{\Delta_8} (q, aab, bS_1aaS_1) \to X \\ \vdash^{\Delta_5} (q, aaab, aabS_1aS_1) \Rightarrow \text{ Ομοίως καταλήγει σε άτοπο μετά από 2 βήματα} \\ \vdash^{\Delta_6} (q, aaab, aaabS_1) \vdash^{\Delta_8} (q, aab, aabS_1) \vdash^{\Delta_8} (q, ab, abS_1) \vdash^{\Delta_8} (q, b, bS_1) \vdash^{\Delta_7} (q, e, S_1) \Rightarrow \\ \vdash^{\Delta_7} (q, aaab, e) \to X \end{cases}$$

$$\Rightarrow \begin{cases} \vdash^{\Delta_3} (q, e, bS_1aaaS_1) \to X \\ \vdash^{\Delta_4} (q, e, abS_1aaS_1) \to X \\ \vdash^{\Delta_5} (q, aeaab, aabS_1aS_1) \to X \\ \vdash^{\Delta_6} (q, e, aaabS_1) \to X \\ \vdash^{\Delta_7} (q, e, e) \to \text{ Αποδεκτή κατάσταση} \end{cases}$$

3 Γλώσσες Χωρίς Συμφραζόμενα

4 Αναγνώριση Γλωσσών Χωρίς Συμφραζόμενα

4.1 Μετατροπή γραμματικής G σε κανονική μορφή Chomsky

Στην δεδομένη γραμματική οι κανόνες είναι οι εξής:

$$\begin{aligned} R = \{&S \to A \\ &A \to M \\ &A \to bbAaT \\ &A \to MaT \\ &M \to a \\ &M \to e \\ &T \to bT \\ &T \to b\} \end{aligned}$$

Πρώτο βήμα) Αλλαγή κανόνων οι οποίοι στο δεξί τους μέρος έχουν περισσότερα από 2 σύμβολα.

Για κάθε κανόνα που έχει πάνω από 2 σύμβολα στο δεξί του μέρος, δημιουργούνται νέοι κανόνες οι οποίοι στο δεξί τους μέρος έχουν 2 ακριβώς σύμβολα. Οι κανόνες προς αλλαγή είναι οι εξής:

$$A \to bbAaT \Rightarrow \begin{cases} A \to bS_{11} \\ S_{11} \to bS_{12} \\ S_{12} \to AS_{13} \\ S_{13} \to aT \end{cases} \qquad A \to MaT \Rightarrow \begin{cases} A \to MS_{21} \\ S_{21} \to aT \end{cases}$$

Παρατηρείται πως οι κανόνες $S_{13} \to aT$ και $S_{21} \to aT$ οδηγούν στα ίδια σύμβολα, οπότε μπορούν να αντικατασταθούν με έναν, οπότε η νέα γραμματική $G' = (V', \Sigma, R', S)$ είναι η εξής:

$$\begin{aligned} V' &= \{S, A, S_{11}, S_{12}, S_{13}, M, T, a, b\} \\ R' &= \{S \to A \\ &\quad A \to M \\ &\quad A \to bS_{11} \\ &\quad S_{11} \to bS_{12} \\ &\quad S_{12} \to AS_{13} \\ &\quad A \to MS_{13} \\ &\quad S_{13} \to aT \\ &\quad M \to a \\ &\quad M \to e \\ &\quad T \to bT \\ &\quad T \to b\} \end{aligned}$$

Δεύτερο Βήμα) Απαλοιφή κενών κανόνων

Υπολογίζεται το διάνυσμα $\mathcal{E}$ στο οποίο τοποθετούνται όλα τα σύμβολα για τα οποία υπάρχει κενός κανόνας (κανόνας που οδηγεί σε e) ή κανόνες που μπορούν να οδηγήσουν σε κενό κανόνα.

Έτσι το διάνυσμα $\mathcal{E}$ περιέχει τα εξής σύμβολα:

$$\mathcal{E} = \{S, A, M\} \text{ εφόσον } \begin{cases} S \to A \to M \to e \\ A \to M \to e \\ M \to e \end{cases}$$

Ο κενός κανόνας ($M \to e$) απαλείφεται ενώ ο ελέγχονται όλοι οι κανόνες που περιέχουν ένα από τα τρία σύμβολα και για κάθε έναν από αυτούς, δημιουργούνται οι αντίστοιχοι νέοι:

$$S \to A \Rightarrow \text{ Μένει όπως έχει}$$

$$A \to M \Rightarrow \text{ Μένει όπως έχει}$$

$$S_{12} \to AS_{13} \Rightarrow \begin{cases} S_{12} \to AS_{13} \\ S_{12} \to S_{13} \end{cases}$$

$$A \to MS_{13} \Rightarrow \begin{cases} S_{12} \to MS_{13} \\ S_{12} \to S_{13} \end{cases}$$

Έτσι η νέα γραμματική $G'' = (V'', \Sigma, R'', S)$ είναι η εξής:

$$\begin{aligned} V'' &= \{S, A, S_{11}, S_{12}, S_{13}, M, T, a, b\} \\ R'' &= \{S \to A \\ &\quad A \to M \\ &\quad A \to bS_{11} \\ &\quad A \to MS_{13} \\ &\quad A \to S_{13} \\ &\quad S_{11} \to bS_{12} \\ &\quad S_{12} \to AS_{13} \\ &\quad S_{12} \to S_{13} \\ &\quad S_{13} \to aT \\ &\quad M \to a \\ &\quad T \to bT \\ &\quad T \to b\} \end{aligned}$$

Τρίτο βήμα) Απαλοιφή μικρών κανόνων

Για την απαλοιφή κανόνων που οδηγούν σε ένα μόνο σύμβολο, απαιτείται ο υπολογισμός των διανυσμάτων $\mathcal{D}$ για κάθε ένα από τα μη τερματικά σύμβολα (Τα τερματικά περιέχουν μόνο το εαυτό τους).

Στο διάνυσμα $\mathcal{D}$ τοποθετούνται, πέραν του ίδιου του συμβόλου, όλα τα μονά σύμβολα στα οποία μπορεί να καταλήξει σύμφωνα με τους κανόνες γραμματικής. Τα διανύσματα $\mathcal{D}$ υπολογίζονται ως εξής:

$$\begin{aligned} \mathcal{D}(S) &= \{S, A, M, a, S_{21}\} \\ \mathcal{D}(A) &= \{A, M, a, S_{21}\} \\ \mathcal{D}(S_{11}) &= \{S_{11}\} \\ \mathcal{D}(S_{12}) &= \{S_{12}, S_{13}\} \\ \mathcal{D}(S_{13}) &= \{S_{13}\} \\ \mathcal{D}(M) &= \{M, a\} \\ \mathcal{D}(T) &= \{T, b\} \end{aligned}$$

Σύμφωνα με τα παραπάνω διανύσματα, τα σύμβολα S, A, S_{12}, M, T έχουν κανόνες οι οποίοι οδηγούν σε ένα μόνο σύμβολο. Έτσι, ομοίως με το προηγούμενο ερώτημα, θα γίνει απαλοιφή αυτών και δημιουργία νέων.

Κανόνας $A \rightarrow MS_{13}$: προστίθεται ο εξής κανόνας $A \rightarrow aS_{13}$

Κανόνας $S_{11} \rightarrow bS_{12}$: προστίθεται ο κανόνας $S_{11} \rightarrow bS_{13}$

Κανόνας $S_{12} \rightarrow AS_{13}$: προστίθενται οι εξής κανόνες $\begin{cases} S_{12} \rightarrow MS_{13} \\ S_{12} \rightarrow aS_{13} \\ S_{12} \rightarrow S_{13}S_{13} \end{cases}$

Κανόνας $S_{13} \rightarrow aT$: προστίθεται ο εξής κανόνας $S_{13} \rightarrow ab$

Κανόνας $T \rightarrow bT$: προστίθεται ο εξής κανόνας $T \rightarrow bb$

Εφόσον, απαλείφεται ο κανόνας $M \rightarrow a$, όλοι οι κανόνες που έχουν το σύμβολο M στο δεξί τους χέρι απαλείφονται.

Εφόσον απαλείφεται ο κανόνας $S \rightarrow A$ είναι απαραίτητο να δημιουργηθούν νέοι ώστε το αυτόματο να μπορεί να εκκινήσει. Οι κανόνες αυτοί προκύπτουν μέσω σύγκρισης του διανύσματος $\mathcal{D}(S)$ και των ήδη υπάρχοντων κανόνων. Στην περίπτωση που κάποιο από τα σύμβολα του $\mathcal{D}$ (S) υπάρχει στο αριστερό μέρος κάποιου κανόνα, δημιουργείται νέος κανόνας ο οποίος έχει αριστερά την τιμή S.

$$S \rightarrow A \Rightarrow \begin{cases} S \rightarrow bS_{11} & (A \rightarrow bS_{11}) \\ S \rightarrow aS_{13} & (A \rightarrow aS_{13}) \\ S \rightarrow aT & (S_{13} \rightarrow aT) \\ S \rightarrow ab & (S_{13} \rightarrow ab) \end{cases}$$

Έτσι η νέα γραμματική $G''' = (V''', \Sigma, R''', S)$ είναι η εξής:

$$\begin{aligned} V''' &= \{S, A, S_{11}, S_{12}, S_{13}, T, a, b\} \\ R''' &= \{S \rightarrow bS_{11} \\ &\quad S \rightarrow aS_{13} \\ &\quad S \rightarrow aT \\ &\quad S \rightarrow ab \\ &\quad A \rightarrow bS_{11} \\ &\quad A \rightarrow aS_{13} \\ &\quad S_{11} \rightarrow bS_{12} \\ &\quad S_{11} \rightarrow bS_{13} \\ &\quad S_{12} \rightarrow AS_{13} \\ &\quad S_{12} \rightarrow aS_{13} \\ &\quad S_{12} \rightarrow S_{13}S_{13} \\ &\quad S_{13} \rightarrow aT \\ &\quad S_{13} \rightarrow ab \\ &\quad T \rightarrow bT \\ &\quad T \rightarrow bb\} \end{aligned}$$

Η τελική γραμματική σε μορφή Chomsky είναι η $G''' = (V''', \Sigma, R''', S)$ είναι η εξής:

$$
\begin{aligned}
V''' &= \{S, A, S_{11}, S_{12}, S_{13}, T, a, b\} \\
\Sigma &= \{a, b\} \\
R''' &= \{S \to bS_{11} && [1] \\
&\quad S \to aS_{13} && [2] \\
&\quad S \to aT && [3] \\
&\quad S \to ab && [4] \\
&\quad A \to bS_{11} && [5] \\
&\quad A \to aS_{13} && [6] \\
&\quad S_{11} \to bS_{12} && [7] \\
&\quad S_{11} \to bS_{13} && [8] \\
&\quad S_{12} \to AS_{13} && [9] \\
&\quad S_{12} \to aS_{13} && [10] \\
&\quad S_{12} \to S_{13}S_{13} && [11] \\
&\quad S_{13} \to aT && [12] \\
&\quad S_{13} \to ab && [13] \\
&\quad T \to bT && [14] \\
&\quad T \to bb && [15]\}
\end{aligned}
$$

4.1.1 πίνακας Συντακτικής Ανάλυσης και Συντακτικό Δένδρο

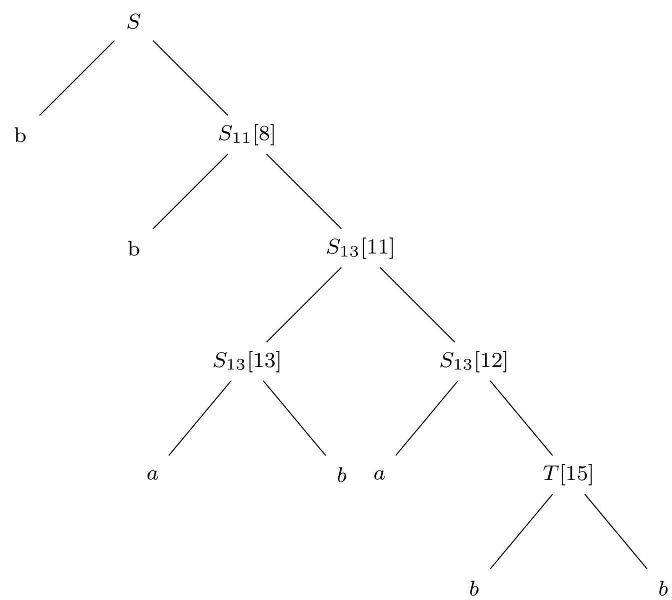
Αρχικά είναι απαραίτητο να ελεγχθεί αν η συμβολοσειρά εισόδου $w = bbababb$ παράγεται από την αρχική γραμματική:

$$S \vdash A \vdash bbAaT \vdash bbMaTaT \vdash bbaTaT \vdash bbabaT \vdash bbababT \vdash bbababb$$

Εφόσον η είσοδος παράγεται από την αρχική γραμματική θα πρέπει να παράγεται και από την τελική γραμματική σε μορφή Chomsky.

Ο πίνακας της συντακτικής ανάλυσης και το συντακτικό δένδρο φαίνονται παρακάτω ενώ σε τετράγωνες αγκύλες φαίνεται ο αριθμός του κανόνα:

						b
					b	T [15]
				a	S_{13} [13] S [4]	S_{13} [12] S [3]
			b	0	S_{11} [8]	S_{11} [8]
		a	S_{13} [13] S [4]	0	S_{13} [11]	S_{13}[11]
	b	0	S_{11} [8]	0	S_{11} [7]	S_{11} [8]
b	T [15]	0	A [5] S [1]	0	A [5] S[1]	S [1]


S
b
$S_{11}[8]$
b
$S_{13}[11]$
$S_{13}[13]$
$S_{13}[12]$
a
b
a
$T[15]$
b
b