Θεωρία Υπολογισμού

Δεύτερο σετ ασκήσεων

Σταυρόπουλος Αλέξανδρος Ανδρεας
2019030109

Διδάσκων:
Μιχαήλ Λαγουδάκης

ΗΜΜΥ
Πολυτεχνείο Κρήτης
Εαρινό εξάμηνο 2022-2023

Πίνακας Περιεχομένων

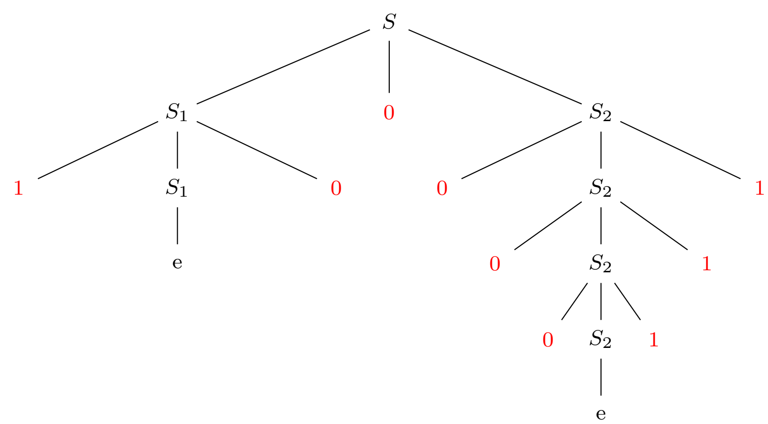
1 Γραμματικές Χωρίς Συμφραζόμενα

1.1 $L_1 = \{1^n 0^m 1^k : m > n + k\}$

Γραμματική αναπαράσταση της γλώσσας

$$
\begin{aligned}
&G = (V, \Sigma, R, S)\\
&\quad V = \{0, 1, S, S_1, S_2\}\\
&\quad \Sigma = \{0, 1\}\\
&\quad R = \{S \rightarrow S_1 0 S_2,\\
&\qquad S_1 \rightarrow 1 S_1 0\\
&\qquad S_1 \rightarrow S_1 0\\
&\qquad S_1 \rightarrow e\\
&\qquad S_2 \rightarrow 0 S_2 1\\
&\qquad S_2 \rightarrow 0 S_2\\
&\qquad S_2 \rightarrow e\}
\end{aligned}
$$

Συντακτικό δέντρο επίλυσης της συμβολοσειράς: 1000000111

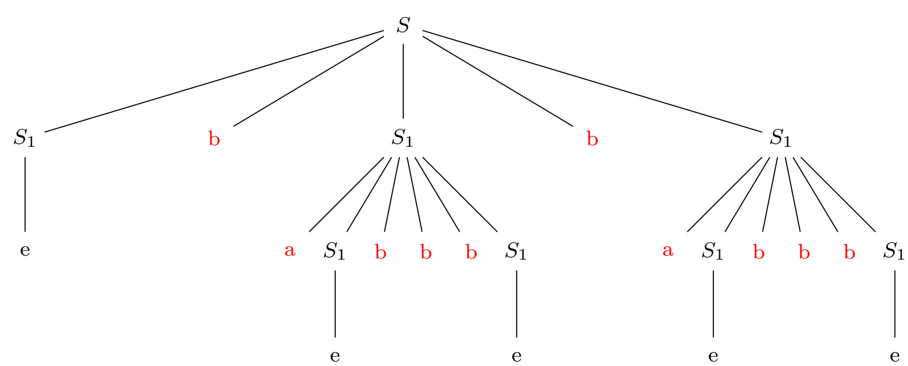


1.2 $L_2 = \{w \in a, b^* :$ **το πλήθος των β είναι 3k + 2, όπου k το πλήθος των a}**

Γραμματική αναπαράσταση της γλώσσας

$$
\begin{aligned}
&G = (V, \Sigma, R, S)\\
&\quad V = \{a, b, S, S_1\}\\
&\quad \Sigma = \{a, b\}\\
&\quad R = \{S \rightarrow S_1 b S_1 b S_1\\
&\qquad S_1 \rightarrow a S_1 bbb S_1\\
&\qquad S_1 \rightarrow ba S_1 bb S_1\\
&\qquad S_1 \rightarrow bba S_1 b S_1\\
&\qquad S_1 \rightarrow bbba S_1\\
&\qquad S_1 \rightarrow e\}
\end{aligned}
$$

Συντακτικό δέντρο επίλυσης της συμβολοσειράς: babbbbabbb



2 Γραμματικές Χωρίς Συμφραζόμενα

2.1 $L_1 = \{uw : u \in a, c^*, w \in a^*b^*a^*$ **και** $2|u| = |w|\}$

$$
\begin{aligned}
M = (K, \Sigma, &\Gamma, \Delta, s, F) \\
K &= \{s, q, d, f\} \\
\Sigma &= \{a, b, c\} \\
\Gamma &= \{0, 1\} \\
F &= \{f\} \\
\Delta &= \{\Delta_1 : \big((s, e, e), (q, 0)\big) \\
&\qquad \Delta_2 : \big((q, a, e), (q, 11)\big) \\
&\qquad \Delta_3 : \big((q, c, e), (q, 11)\big) \\
&\qquad \Delta_4 : \big((q, a, 1), (d, e)\big) \\
&\qquad \Delta_5 : \big((q, b, 1), (d, e)\big) \\
&\qquad \Delta_6 : \big((d, a, 1), (d, e)\big) \\
&\qquad \Delta_7 : \big((d, b, 1), (d, e)\big) \\
&\qquad \Delta_8 : \big((d, e, 0), (f, e)\big)\}
\end{aligned}
$$

Υπολογισμός αποδοχής συμβολοσειράς acaaabbba σύμφωνα με το παραπάνω αυτόματο:

$$(s, acaaabbba, e) \xrightarrow{\Delta_1} (q, acaaabbba, 0) \xrightarrow{\Delta_2} (q, caaabbba, 110) \xrightarrow{\Delta_3} (q, aaabbba, 11110) \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \begin{cases} \xrightarrow{\Delta 2} (q, aabbba, 1111110) \begin{cases} \xrightarrow{\Delta 2} (q, abbba, 111111110) \ (1) \\ \xrightarrow{\Delta 4} (d, abbba, 111110) \ (2) \end{cases} \\ \xrightarrow{\Delta 4} (d, aabbba, 1110) \xrightarrow{\Delta_6} (d, abbba, 110) \xrightarrow{\Delta 6} (d, bbba, 10) \xrightarrow{\Delta 7} (d, bba, 0) \rightarrow X \end{cases}$$

$$(1) \Rightarrow \begin{cases} \xrightarrow{\Delta 2} (q, bbba, 11111111110) \ (3) \\ \xrightarrow{\Delta 4} (d, bbba, 11111110) \xrightarrow{\Delta 7} (d, bba, 1111110) \xrightarrow{\Delta 7} (d, ba, 111110) \xrightarrow{\Delta 7} (d, a, 11110) \xrightarrow{\Delta 6} (d, e, 1110) \rightarrow X \end{cases}$$

$$(3) \Rightarrow \begin{cases} \xrightarrow{\Delta 3} (q, bba, 1111111111110) \ (6) \\ \xrightarrow{\Delta 4} (d, bba, 1111111110) \xrightarrow{\Delta 7} (d, ba, 111111110) \xrightarrow{\Delta 7} (d, a, 11111110) \xrightarrow{\Delta 4} (d, e, 1111110) \rightarrow X \end{cases}$$

$$(6) \Rightarrow \begin{cases} \xrightarrow{\Delta 3} (q, ba, 111111111111110) \begin{cases} \xrightarrow{\Delta 3} (q, a, 11111111111111110) \begin{cases} \xrightarrow{\Delta 2} (q, e, 1111111111111111110) \rightarrow X \\ \xrightarrow{\Delta 4} (d, e, 1111111111111110) \rightarrow X \end{cases} \\ \xrightarrow{\Delta 4} (d, a, 11111111111110) \xrightarrow{\Delta 6} (d, e, 1111111111110) \rightarrow X \end{cases} \\ \xrightarrow{\Delta 4} (d, ba, 111111111110) \xrightarrow{\Delta 7} (d, a, 11111111110) \xrightarrow{\Delta 6} (d, e, 11111111110) \rightarrow X \end{cases}$$

Εφόσον η σχέση (6) καταλήγει σε άτοπο, η σχέση (3) καταλήγει και αυτή σε άτοπο και ως άρα και η σχέση (1)

$$(2) \xrightarrow{\Delta 7} (q, bbba, 11110) \xrightarrow{\Delta 7} (q, bba, 1110) \xrightarrow{\Delta 7} (q, ba, 110) \xrightarrow{\Delta 7} (q, a, 10) \xrightarrow{\Delta 6} (q, e, 0) \xrightarrow{\Delta 8} (f, e, 0)$$

2.2 $L_2 = \{w \in a, b^*$: η w περιέχει ακριβώς 2 περισσότερα a από το τριπλάσιο πλήθος β$\}$

Για την κατασκευή του αυτόματου στοίβας, μπορεί να χρησιμοποιηθεί η μεθοδολογία κατασκευής αυτόματου στοίβας εφόσον είναι γνωστή η γραμματική.

Η γραμματική της γλώσσας είναι η ίδια γραμματική με αυτή που αναπτύχθηκε στην υποενότητα 1.2, αλλάζοντας τα σύμβολα a,b μεταξύ τους. Στην συνέχεια ακολουθώντας την αντίστοιχη μεθοδολογία όπως αυτή εμφανίζεται στην θεωρία, υπολογίζεται το αυτόματο στοίβας:

Γραμματική αναπαράσταση της γλώσσας

$$\begin{aligned}
&G = (V, \Sigma, R, S)\\
&\quad V = \{a, b, S, S_1\}\\
&\quad \Sigma = \{a, b\}\\
&\quad R = \{S \rightarrow S_1 a S_1 a S_1\\
&\qquad S_1 \rightarrow b S_1 aaa S_1\\
&\qquad S_1 \rightarrow ab S_1 aa S_1\\
&\qquad S_1 \rightarrow aab S_1 a S_1\\
&\qquad S_1 \rightarrow aaab S_1\\
&\qquad S_1 \rightarrow e\}
\end{aligned}$$

Αυτόματο στοίβας

$$\begin{aligned}
&M = (K, \Sigma, \Gamma, \Delta, \rho, F)\\
&\quad K = \{p, q\}\\
&\quad \Sigma = \{a, b\}\\
&\quad \Gamma = \{S, a, b\}\\
&\quad F = \{q\}\\
&\quad \Delta = \{\Delta_1 : \big((p, e, e), (q, S)\big)\\
&\qquad \Delta_2 : \big((q, e, S), (q, S_1 a S_1 a S_1)\big)\\
&\qquad \Delta_3 : \big((q, e, S_1), (q, b S_1 aaa S_1)\big)\\
&\qquad \Delta_4 : \big((q, e, S_1), (q, ab S_1 aa S_1)\big)\\
&\qquad \Delta_5 : \big((q, e, S_1), (q, aab S_1 a S_1)\big)\\
&\qquad \Delta_6 : \big((q, e, S_1), (q, aaab S_1)\big)\\
&\qquad \Delta_7 : \big((q, e, S_1), (q, e)\big)\\
&\qquad \Delta_8 : \big((q, a, a), (q, e)\big)\\
&\qquad \Delta_9 : \big((q, b, b), (q, e)\big)\}
\end{aligned}$$

Υπολογισμός αποδοχής συμβολοσειράς baaaaaaaab σύμφωνα με το παραπάνω αυτόματο:

$$(p, baaaaaaaab, e) \xrightarrow{\Delta_1} (q, baaaaaaaab, S) \xrightarrow{\Delta_2} (q, baaaaaaaab, S_1 a S_1 a S_1) \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \begin{cases}
\xrightarrow{\Delta_3} (q, baaaaaaaab, b S_1 aaa S_1 a S_1 a S_1) \xrightarrow{\Delta_9} (q, aaaaaaaab, S_1 aaa S_1 a S_1 a S_1) \Rightarrow\\
\xrightarrow{\Delta_4} (q, baaaaaaaab, ab S_1 aa S_1 a S_1 a S_1) \rightarrow X\\
\xrightarrow{\Delta_5} (q, baaaaaaaab, aab S_1 a S_1 a S_1 a S_1) \rightarrow X\\
\xrightarrow{\Delta_6} (q, baaaaaaaab, aaab S_1 a S_1 a S_1) \rightarrow X\\
\xrightarrow{\Delta_7} (q, baaaaaaaab, a S_1 a S_1) \rightarrow X
\end{cases}$$

$$\Rightarrow \begin{cases}
\xrightarrow{\Delta_3} (q, aaaaaaaab, b S_1 aaa S_1 aaa S_1 a S_1 a S_1) \rightarrow X\\
\xrightarrow{\Delta_4} (q, aaaaaaaab, ab S_1 aa S_1 aaa S_1 a S_1 a S_1) \xrightarrow{\Delta_8} (q, aaaaaaaab, b S_1 aa S_1 aaa S_1 a S_1 a S_1) \rightarrow X\\
\xrightarrow{\Delta_5} (q, aaaaaaaab, aab S_1 a S_1 aaa S_1 a S_1 a S_1) \Rightarrow \text{ Ομοίως καταλήγει σε άτοπο μετά από 2 βήματα}\\
\xrightarrow{\Delta_6} (q, aaaaaaaab, aaab S_1 aaa S_1 a S_1 a S_1) \Rightarrow \text{ Ομοίως καταλήγει σε άτοπο μετά από 3 βήματα}\\
\xrightarrow{\Delta_7} (q, aaaaaaaab, aaa S_1 a S_1 a S_1) \Rightarrow
\end{cases}$$

$$\xrightarrow{\Delta_8} (q, aaaaaaab, aa S_1 a S_1 a S_1) \xrightarrow{\Delta_8} (q, aaaaaab, a S_1 a S_1 a S_1) \xrightarrow{\Delta_8} (q, aaaaab, S_1 a S_1 a S_1) \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \begin{cases} \xrightarrow{\Delta_3} (q, aaaaab, bS_1aaaS_1aS_1aS_1) \rightarrow X \\ \xrightarrow{\Delta_4} (q, aaaaab, abS_1aaS_1aS_1aS_1) \xrightarrow{\Delta_8} (q, aaaab, bS_1aaS_1aS_1aS_1) \rightarrow X \\ \xrightarrow{\Delta_5} (q, aaaaab, aabS_1aS_1aS_1aS_1) \Rightarrow \text{ Ομοίως καταλήγει σε άτοπο μετά από 2 βήματα} \\ \xrightarrow{\Delta_6} (q, aaaaab, aaabS_1aS_1aS_1) \Rightarrow \text{ Ομοίως καταλήγει σε άτοπο μετά από 3 βήματα} \\ \xrightarrow{\Delta_7} (q, aaaaab, aS_1aS_1) \xrightarrow{\Delta_8} (q, aaaab, S_1aS_1) \Rightarrow \end{cases}$$

$$\Rightarrow \begin{cases} \xrightarrow{\Delta_3} (q, aaaab, bS_1aaaS_1aS_1) \rightarrow X \\ \xrightarrow{\Delta_4} (q, aaaab, abS_1aaS_1aS_1) \xrightarrow{\Delta_8} (q, aaab, bS_1aaS_1aS_1) \Rightarrow \\ \xrightarrow{\Delta_5} (q, aaaab, aabS_1aS_1aS_1) \Rightarrow \text{ Ομοίως καταλήγει σε άτοπο μετά από 2 βήματα} \\ \xrightarrow{\Delta_6} (q, aaaab, aaabS_1aS_1) \Rightarrow \text{ Ομοίως καταλήγει σε άτοπο μετά από 3 βήματα} \\ \xrightarrow{\Delta_7} (q, aaaab, aS_1) \xrightarrow{\Delta_8} (q, aaab, S_1) \Rightarrow \end{cases}$$

$$\Rightarrow \begin{cases} \xrightarrow{\Delta_3} (q, aaab, bS_1aaaS_1) \rightarrow X \\ \xrightarrow{\Delta_4} (q, aaab, abS_1aaS_1) \xrightarrow{\Delta_8} (q, aab, bS_1aaS_1) \rightarrow X \\ \xrightarrow{\Delta_5} (q, aaab, aabS_1aS_1) \Rightarrow \text{ Ομοίως καταλήγει σε άτοπο μετά από 2 βήματα} \\ \xrightarrow{\Delta_6} (q, aaab, aaabS_1) \xrightarrow{\Delta_8} (q, aab, aabS_1) \xrightarrow{\Delta_8} (q, ab, abS_1) \xrightarrow{\Delta_8} (q, b, bS_1) \xrightarrow{\Delta_7} (q, e, S_1) \Rightarrow \\ \xrightarrow{\Delta_7} (q, aaab, e) \rightarrow X \end{cases}$$

$$\Rightarrow \begin{cases} \xrightarrow{\Delta_3} (q, e, bS_1aaaS_1) \rightarrow X \\ \xrightarrow{\Delta_4} (q, e, abS_1aaS_1) \rightarrow X \\ \xrightarrow{\Delta_5} (q, aeaab, aabS_1aS_1) \rightarrow X \\ \xrightarrow{\Delta_6} (q, e, aaabS_1) \rightarrow X \\ \xrightarrow{\Delta_7} (q, e, e) \rightarrow \text{ Αποδεκτή κατάσταση} \end{cases}$$

3 Γλώσσες Χωρίς Συμφραζόμενα

4 Αναγνώριση Γλωσσών Χωρίς Συμφραζόμενα

4.1 Μετατροπή γραμματικής G σε κανονική μορφή Chomsky

Στην δεδομένη γραμματική οι "ΠΩΣ ΛΈΓΟΝΤΑΙ ΤΑ R" είναι οι εξής:

$$\begin{aligned} R = \{ & S \to A \\ & A \to M \\ & A \to bbAaT \\ & A \to MaT \\ & M \to a \\ & M \to e \\ & T \to bT \\ & T \to b \} \end{aligned}$$

Πρώτο βήμα) Αλλάζουμε οτι είναι μεγαλύτερο του 2 στα δεξια φαδφασδφασδξηφαλκσδξφηακσδξφλ!!!!!!!!!!!!!!!!

$$A \to bbAaT \Rightarrow \begin{cases} A \to bS_{11} \\ S_{11} \to bS_{12} \\ S_{12} \to AS_{13} \\ S_{13} \to aS_{14} \\ S_{14} \to T \end{cases} \qquad A \to MaT \Rightarrow \begin{cases} A \to MS_{21} \\ S_{21} \to aS_{22} \\ S_{22} \to T \end{cases}$$