

Estudio de La Caída de Una Gota

Alberto García García (48718198-N) e-mail: agg180@alu.ua.es

Resumen—The abstract goes here.

I. INTRODUCCIÓN

En esta primera práctica de la asignatura Física I del Grado en Física (curso académico 2018-2019) estudiaremos la caída de una gota de agua. Para ello consideraremos que la gota cae desde una nube alta y aproximaremos su forma mediante una esfera, de esta forma emplearemos la Ley de Stokes para expresar el rozamiento de la gota con el aire.

Este problema será resuelto de dos formas diferentes. Por una parte, estudiaremos la caída de forma analítica. Por otro lado, estudiaremos dicha caída de manera numérica, siendo esta segunda forma el objetivo principal de esta práctica. Para ello, discretizaremos el tiempo y resolveremos la ecuación diferencial suponiendo que en cada tramo o instante temporal dt el movimiento transcurre con aceleración constante.

Una vez resuelto el problema tanto de forma numérica como analítica, calcularemos la velocidad con la que la gota impacta en el suelo y dispondremos en una gráfica la evolución de la velocidad y de la posición respecto al tiempo para comparar el resultado numérico con el analítico.

Además, obtendremos también la velocidad límite de la gota y experimentaremos con distintos tamaños y otros parámetros para comprobar la precisión de nuestra solución con las suposiciones anteriormente mencionadas respecto a las verdaderas velocidades alcanzadas por las gotas con modelos más cercanos a la realidad.

Por último, llevaremos a cabo una serie de experimentos cambiando la Ley de Stokes de forma que la velocidad v quede expresada con una potencia mayor que 1 con el objetivo de determinar qué ley o proporción es la más adecuada para representar la fricción de una gota de lluvia con el aire.

El código Python que implementa los modelos matemáticos así como las rutinas de visualización para la resolución de este ejercicio se adjunta con este informe y además puede ser consultado en el siguiente repositorio online (TODO: enlace a GitHub).

El resto del informe se estructura en las siguientes secciones: Sección 1 ..., Sección 2..., Sección 3...

II. HUNDIMIENTO DE UN CUERPO EN UN FLUIDO

CUANDO un fluido fluye en capas de manera uniforme y regular, se está en presencia de un flujo laminar. Cuando se aumenta la velocidad relativa entre el sólido y el fluido, se alcanza un punto en el que el flujo ya no es uniforme ni regular. Se dice entonces que es un flujo turbulento.

Todo fluido real presenta viscosidad. Esta viscosidad se manifiesta cuando un sólido se mueve en su seno.

El desarrollo de una capa límite en la que existe turbulencia depende de la forma del sólido (fundamentalmente de la superficie que presenta).

El resultado es la aparición de una fuerza de arrastre que se opone al movimiento. A velocidades muy bajas, la fuerza es proporcional a la velocidad, a velocidades moderadas $F = \frac{1}{2}C_d\rho Sv^2$.

$\sum \vec{F} = m\vec{a}$
 $m\vec{g} - \vec{F}_r - \vec{E} = m\vec{a}$
 $F_r = \rho Sv^2 f(Re)$ donde $f(Re)$ es el factor de Reynolds. Para una esfera y número de Reynolds bajo, se tiene $f(Re) = \frac{12}{Re}$

Si escribimos $Re = \frac{v\rho 2R}{\eta}$ por lo que $F = 6\pi\rho Rv$. Por lo tanto, si la velocidad va creciendo, la fuerza de arrastre va creciendo hasta que se llega a un equilibrio:

$$V_{lim} = \frac{2R^2(\rho_{cuerpo} - \rho_{fluido})g}{9\eta}$$

Como la fuerza es proporcional a la velocidad:

$$mg - bv = ma$$

$$mg - bv = m \frac{dv}{dt}$$

Integración de esta ecuación para obtener una solución analítica.

Por lo que la velocidad límite se alcanza en:

$$mg = bv$$

$$v = \frac{mg}{b}$$

III. LEY DE STOKES

$$F_d = 6\pi R\eta v$$

IV. SOLUCIÓN NUMÉRICA

V. SOLUCIÓN ANALÍTICA

VI. IMPLEMENTACIÓN EN PYTHON

VII. EXPERIMENTACIÓN

VII-A. Velocidad y Posición

VII-B. Velocidad Límite

VII-C. Variando el Tamaño de la Gota

VII-D. Variando la Potencia de la Velocidad

VIII. CONCLUSIÓN

REFERENCIAS

- [1] H. Kopka and P. W. Daly, *A Guide to L^AT_EX*, 3rd ed. Harlow, England: Addison-Wesley, 1999.