

# Estudio de La Oscilación de un Péndulo

Alberto García García  
(48718198-N)  
agg180@alu.ua.es

**Resumen**—En esta segunda práctica de la asignatura Física I del Grado en Física (curso académico 2018-2019) estudiaremos la oscilación de un péndulo. Para ello consideraremos que el péndulo posee una masa y longitud preestablecidas y que se deja caer desde el reposo al apartarlo de su posición de equilibrio en cierta medida. En primer lugar, obtendremos las ecuaciones diferenciales que permiten calcular los diferentes componentes del péndulo. Seguidamente resolveremos dichas ecuaciones con un módulo de integración numérica para calcular la amplitud, la velocidad angular y la tensión de la cuerda. Con tal resolución, estudiaremos la dependencia entre el período de oscilación y la amplitud inicial. También compararemos los resultados numéricos obtenidos anteriormente con la solución analítica. Por último, introduciremos un término de rozamiento y estudiaremos su efecto sobre el péndulo y su período.

El código Python que implementa los modelos matemáticos así como las rutinas de visualización para la resolución de este ejercicio se adjunta con este informe y además puede ser consultado en el siguiente repositorio online <sup>1</sup>.

## I. INTRODUCCIÓN

EL péndulo es un cuerpo suspendido por una cuerda de un punto alrededor del cual oscila por acción de la fuerza gravitatoria. Podemos hablar de péndulo ideal cuando se asume que la cuerda no tiene masa y que el cuerpo carece de fricción o rozamiento con el medio. Es decir, que el péndulo oscilará indefinidamente.

En esta práctica consideraremos un péndulo de longitud  $l$  y masa  $m$  que se aparta de su posición de equilibrio un ángulo  $\theta_0$  y se deja caer desde el reposo (tal y como se muestra en la Figura 1). Inicialmente supondremos un péndulo ideal para posteriormente introducir fuerzas amortiguadoras y estudiar el efecto de las mismas.

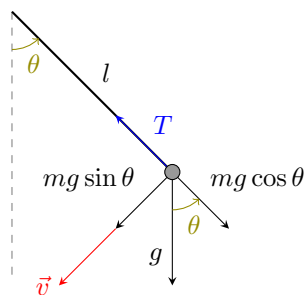


Figura 1: Diagrama de cuerpo libre de un péndulo de masa  $m$  y cuerda de longitud  $l$  apartado un ángulo  $\theta$  de la vertical.

## II. ECUACIONES DIFERENCIALES DEL PÉNDULO

## III. ÁNGULO, VELOCIDAD ANGULAR Y PERÍODO

## IV. ESTUDIO DEL PERÍODO CON LA AMPLITUD

En este primer conjunto de experimentos trataremos de determinar cómo depende el período de la oscilación del péndulo  $T$  con la amplitud inicial del mismo  $\theta_0$ . Para ello hemos solucionado las ecuaciones diferenciales expuestas anteriormente con la rutina `odeint` con el propósito de obtener la amplitud  $\theta(t)$  en cada instante de tiempo y así poder comprobar la evolución de la misma.

Para estos experimentos hemos elegido un tiempo inicial  $t_0 = 0$  [s], un tiempo final  $t = 10$  [s], un intervalo de tiempo  $dt = 0,01$  [s], masa del péndulo  $m = 1,0$  [kg], longitud del mismo  $l = 5,0$  [m] y siete posibles valores para la amplitud inicial  $\theta_0 = \{5, 10, 15, 30, 45, 60, 90\}$  [deg].

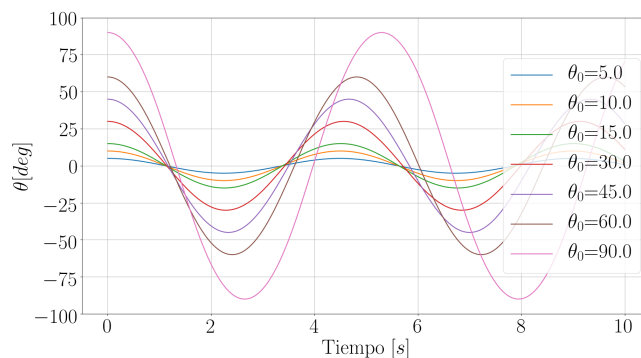


Figura 2: Evolución de la amplitud  $\theta$  con el tiempo  $t$  para diferentes amplitudes iniciales  $\theta_0$ . Valores calculados empleando la rutina de integración `odeint`.

La Figura 2 muestra las soluciones obtenidas a medida que incrementamos el valor del ángulo inicial  $\theta_0$ . Como podemos observar, para ángulos iniciales pequeños podemos realizar la aproximación  $\sin(\theta) \sim \theta$  y calcular su período como  $T \sim 2\pi\sqrt{l/g}$ . Para el caso que nos ocupa  $T \sim 2\pi\sqrt{5/9.8} = 4,48$  [s] y vemos que esta aproximación se cumple para los valores  $\theta_0 = \{5, 10, 15\}$ . A partir de  $\theta_0 = 30$  se comienza a producir una desviación significativa respecto a ese período.

Así pues, podemos concluir con que existe una relación entre la amplitud inicial y el período del péndulo de manera que a medida que la amplitud aumenta también lo hace el propio período  $T \propto \theta_0$ .

<sup>1</sup><https://github.com/Blitzman/physics>

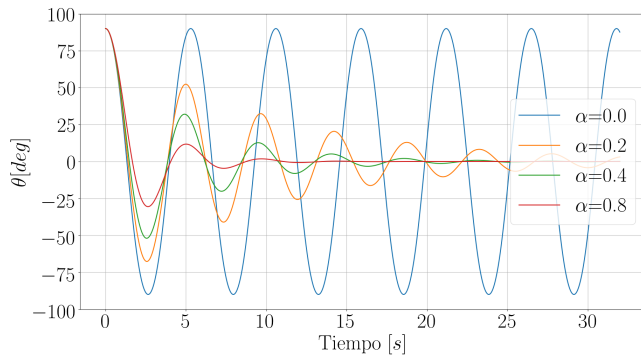


Figura 3: Evolución de la amplitud  $\theta$  con el tiempo  $t$  para diferentes valores del término de rozamiento  $\alpha$  con amplitud inicial  $\theta_0 = 90$  [deg]. Valores calculados empleando la rutina de integración `odeint`.

## V. COMPARACIÓN CON SOLUCIÓN ANALÍTICA

## VI. INTRODUCCIÓN DE ROZAMIENTO

## VII. CONCLUSIÓN

## REFERENCIAS

- [1] H. Kopka and P. W. Daly, *A Guide to L<sup>A</sup>T<sub>E</sub>X*, 3rd ed. Harlow, England: Addison-Wesley, 1999.