

# Circuitos de Corriente Alterna

Alberto García García  
(48718198-N)  
agg180@alu.ua.es

**Resumen**—En esta primera práctica de la asignatura Física II del Grado en Física (curso académico 2018-2019) estudiaremos el movimiento de cargas en campos electromagnéticos. Para ello consideraremos diferentes partículas (iones de hidrógeno, electrones y protones) en diversos instrumentos típicos y estudiados en la parte teórica de la asignatura: el espectrómetro de masas, el selector de velocidades y el ciclotrón. Para cada caso desarrollaremos las ecuaciones analíticas que nos permitan resolver el movimiento de dichas partículas de forma teórica para posteriormente ejecutar los programas de simulación proporcionados con el objetivo de contrastar los resultados teóricos con los generados numéricamente. Además, exploraremos el efecto de variar ciertos parámetros en cada uno de los instrumentos también tanto de forma teórica como simulada.

El código Python que implementa esta práctica así las modificaciones realizadas a sus rutinas de visualización y las fuentes L<sup>A</sup>T<sub>E</sub>X de este informe se encuentran disponibles online en el repositorio [https://github.com/Blitzman/physics/tree/master/fisica\\_2/practica\\_2](https://github.com/Blitzman/physics/tree/master/fisica_2/practica_2).

## I. Introducción

EN esta práctica estudiaremos mediante el uso de programas en el lenguaje Python la dinámica de circuitos RLC tanto con generador como sin él. Para ello, resolveremos las ecuaciones diferenciales que regulan dicha dinámica mediante el uso de algoritmos. Así pues, en la Sección II estudiaremos el caso sin generador mientras que en la Sección III abordaremos la situación con generador.

## II. Circuito RLC en Serie sin Generador

El sistema que estudiaremos en esta primera sección es el mostrado en la Figura 1. En este caso disponemos de: un condensador inicialmente cargado  $C$ , una resistencia  $R$ , una bobina  $L$  y un interruptor abierto. A tiempo cero se cierra el interruptor y se estudia cómo evoluciona el sistema.

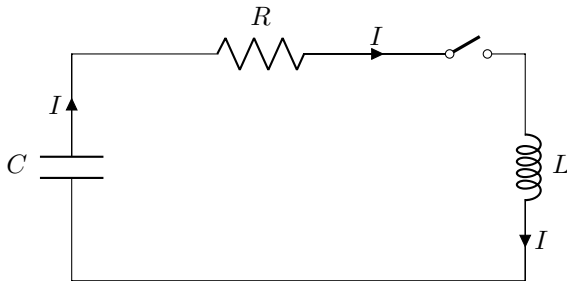


Figura 1: Circuito RLC en serie sin generador.

De forma teórica, podemos afirmar que la carga  $Q$  del condensador obedece a la siguiente ecuación diferencial:

$$L \frac{d^2 Q}{dt^2} + R \frac{dQ}{dt} + \frac{Q}{C} = 0, \quad (1)$$

siendo esta ecuación totalmente análoga a la de un oscilador armónico amortiguado y que presenta las mismas soluciones. En el caso de la práctica, el programa RCL.py hace uso de la rutina odeint para resolver dicha ecuación diferencial para tres casos diferentes: amortiguado, subamortiguado y sobreamortiguado.

La frecuencia de oscilación en cada uno de los casos se puede calcular como:

$$f = \frac{1}{2\pi\sqrt{LC}} [Hz] \quad (2)$$

A continuación analizaremos la dinámica de dichos circuitos en los tres casos usando el programa de integración proporcionado. Para ello emplearemos los siguientes valores para el condensador  $C$  [F], la bobina  $L$  [H] y el tiempo de simulación tal como se muestra en el Código 1.

```
C=75.0e-6 # Condensador
L=0.15 # Bobina
tf=1.0e-1 # Tiempo de simulación
```

Código 1: Datos de simulación para estudio de dinámica de circuito RLC sin generador.

Por otro lado, la resistencia  $R$  tendrá valores diferentes dependiendo de si el caso es amortiguado ( $R = 0$  [Ω]), subamortiguado ( $R^2 < 4L/C$  [Ω]) y sobreamortiguado ( $R^2 > 4L/C$  [Ω]).

Para todos los casos representaremos la carga y la intensidad en función del tiempo  $Q = f(t)$  [C] e  $I = (f)$  [A] respectivamente. Además, también representaremos la variación de la energía magnética  $U_m$  [J], la energía electrostática  $U_e$  [J] y la suma de las dos  $U$  [J].

También comprobaremos, a partir de las gráficas planteadas, que la frecuencia de oscilación teórica anteriormente expuesta coincide con la frecuencia de oscilación de las mismas.

### II-A. Oscilador Amortiguado

En esta sección estudiaremos el caso amortiguado, para el cual hemos elegido una resistencia de  $R = 0$  [Ω] y hemos ejecutado el programa RCL.py modificado para obtener las gráficas de evolución de la carga (ver Figura 2), de la intensidad (Figura 3) y de las energías (Figura 4).

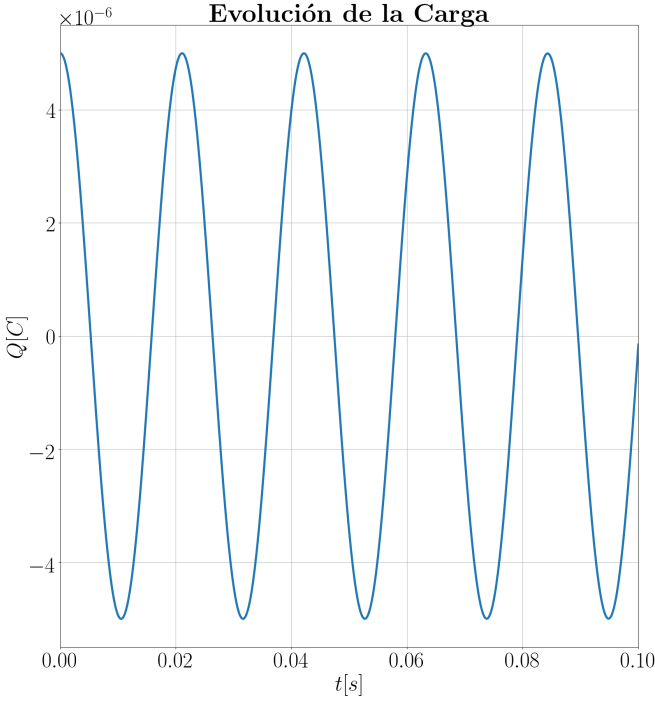


Figura 2: Evolución temporal de la carga  $Q$  [C] en el caso del circuito  $RLC$  amortiguado para  $R = 0$  [ $\Omega$ ] y con  $tf = 10,0$  [s].

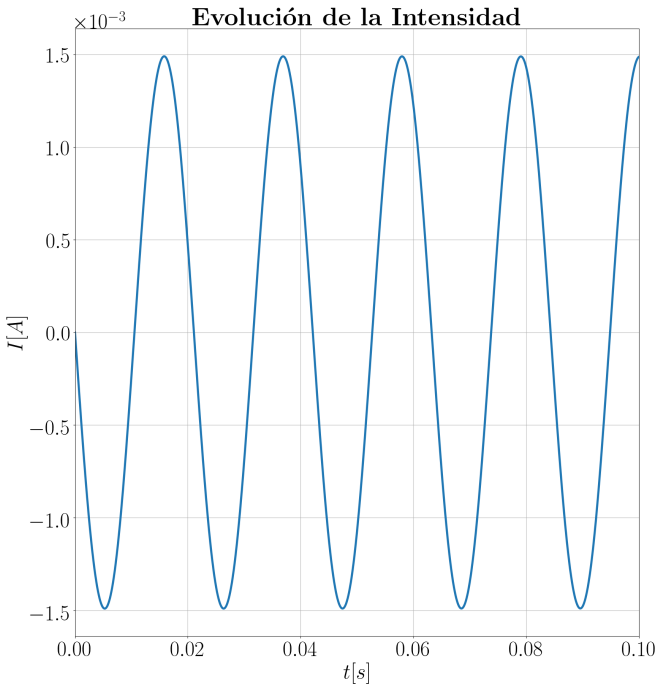


Figura 3: Evolución temporal de la intensidad  $I$  [A] en el caso del circuito  $RLC$  amortiguado para  $R = 0$  [ $\Omega$ ] y con  $tf = 10,0$  [s].

Como podemos observar, en el caso amortiguado la evolución tanto de la carga como de la intensidad presentan el comportamiento de oscilación armónica amortiguada (una analogía típica es el péndulo sometido a rozamiento debido a la resistencia del aire). Así pues, la carga y la intensidad van a oscilar debido a la inversión de la carga en las placas del condensador.

La Figura 4 muestra la evolución tanto de la energía magnética como electrostática y la suma de ambas. En ella podemos comprobar cómo cuando la carga  $Q$  es nula toda la energía es magnética y está almacenada en el inductor (por ejemplo, en el instante  $t = 0,03$ ). De la misma forma, cuando la carga es máxima (instantes  $t = 0,02$  y  $t = 0,01$  aproximadamente), toda la energía es electrostática y está almacenada en el condensador.

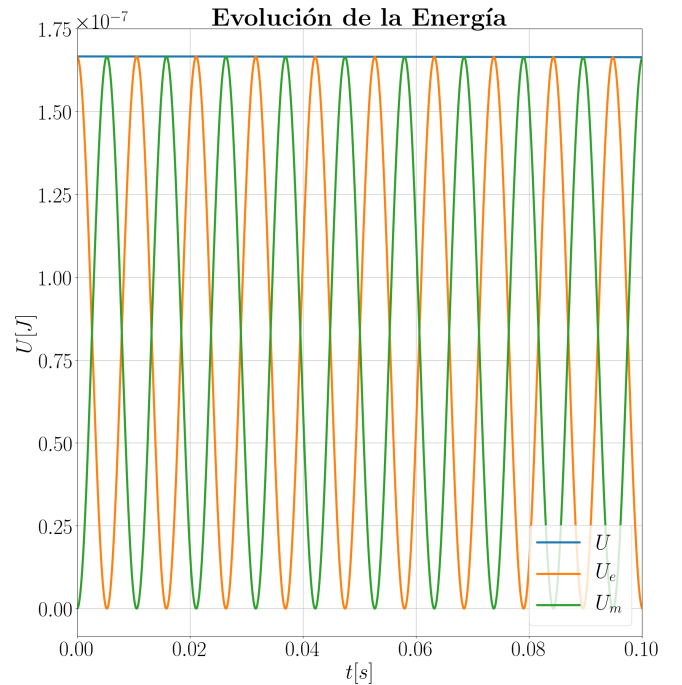


Figura 4: Evolución de las energías magnética  $U_m$ , electrostática  $U_e$  y total  $U$  en el caso amortiguado para  $R = 0$  [ $\Omega$ ].

De forma teórica, la frecuencia de oscilación es:

$$f = \frac{1}{2\pi\sqrt{LC}} = \frac{1}{2\pi\sqrt{(0,15 \cdot 75,0 \cdot 10^{-6})}} = 47,45 \text{ [Hz]} \quad (3)$$

Atendiendo a la gráfica de la evolución de la carga  $Q$  [C] mostrada en la Figura 2, podemos determinar que el período de oscilación (tiempo transcurrido entre dos máximos) es aproximadamente de  $T = 0,021$  [s] ya que el primer máximo lo encontramos en  $t = 0,000$  [s] y el siguiente en  $t \simeq 0,021$  [s]. Dado que la frecuencia es la inversa del período  $f = 1/T$ , la frecuencia obtenida a partir de la gráfica es  $f = 1/0,021 = 47,62$ , la cual, apreciando los errores de precisión al seleccionar los valores de la gráfica, coincide con la frecuencia teórica calculada.

## II-B. Oscilador Subamortiguado

Analizado el caso del oscilador amortiguado, procedemos a estudiar la situación subamortiguada. Para ello, mantendremos los mismos valores de  $C$ ,  $L$  y  $Q_0$  mientras que cambiaremos el valor para la resistencia  $R$ . Para darse la situación subamortiguada necesitamos la siguiente condición

$$R^2 < \frac{4L}{C} [\Omega] . \quad (4)$$

Así pues, elegimos un valor para  $R$

$$R = 0,1 \cdot \sqrt{\frac{4L}{C}} = 0,1 \cdot \sqrt{\frac{4 \cdot 0,15}{75,00 \cdot 10^{-6}}} = 8,94 [\Omega] . \quad (5)$$

Una vez determinado un valor necesario de  $R [\Omega]$  para producir la subamortiguación, ejecutamos de nuevo el programa RLC.py y obtenemos las gráficas de evolución de la carga  $Q [C]$  (Figura 5), de la intensidad (Figura 6) y de energía (Figura 7).

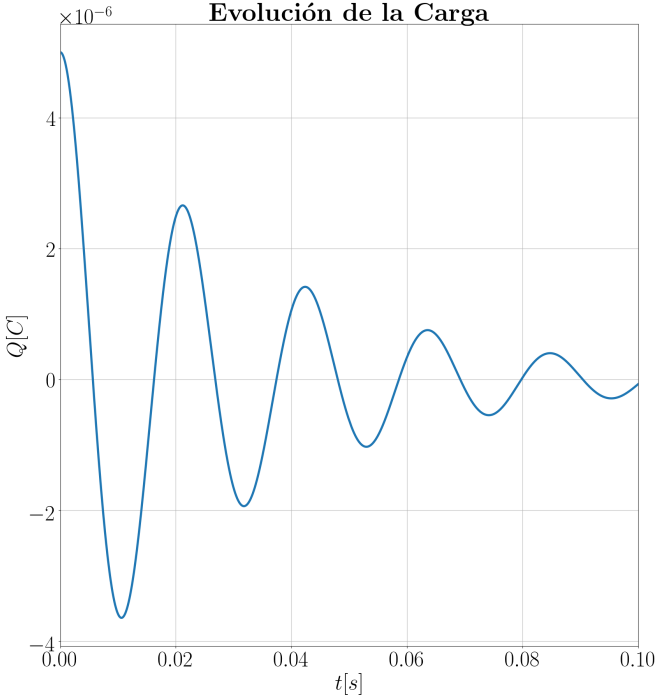


Figura 5: Evolución de la carga  $Q [C]$  en el caso subamortiguado para  $R = 0,1 \cdot \sqrt{\frac{4L}{C}} [\Omega]$ .

En este caso podemos observar cómo, aunque se sigue produciendo oscilación con el mismo comportamiento que en el caso anterior, la amplitud de la misma disminuye con el tiempo lo cual provoca una disminución progresiva del valor absoluto de la carga, de la intensidad y por lo tanto una disminución de la energía del sistema a medida que transcurre el tiempo. Dicha energía se pierde progresivamente a causa principalmente de la resistencia.

En este caso, la frecuencia de oscilación no cambia respecto al caso anterior ( $f = 47,45 [Hz]$ ) dado que la misma únicamente depende de  $L$  y de  $C$ . Como se puede

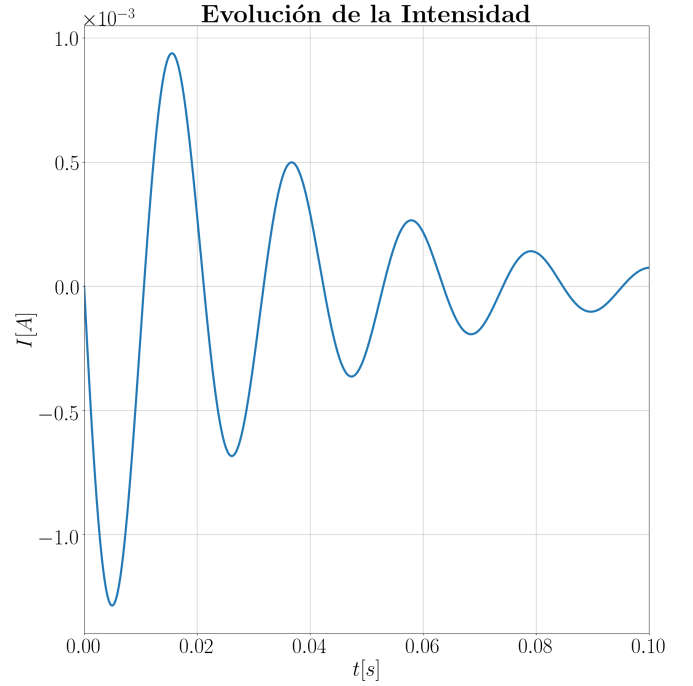


Figura 6: Evolución de la intensidad  $I [A]$  en el caso subamortiguado para  $R = 0,1 \cdot \sqrt{\frac{4L}{C}} [\Omega]$ .

comprobar en la Figura 2, de la misma forma que en la Figura 2, el período de oscilación entre los primeros dos máximos ( $t = 0,000 [s]$  y  $t \simeq 0,021 [s]$ ) es  $T = 0,021 [s]$ . Por lo tanto, la frecuencia es  $f = 1/0,021 = 47,62 [Hz]$ .

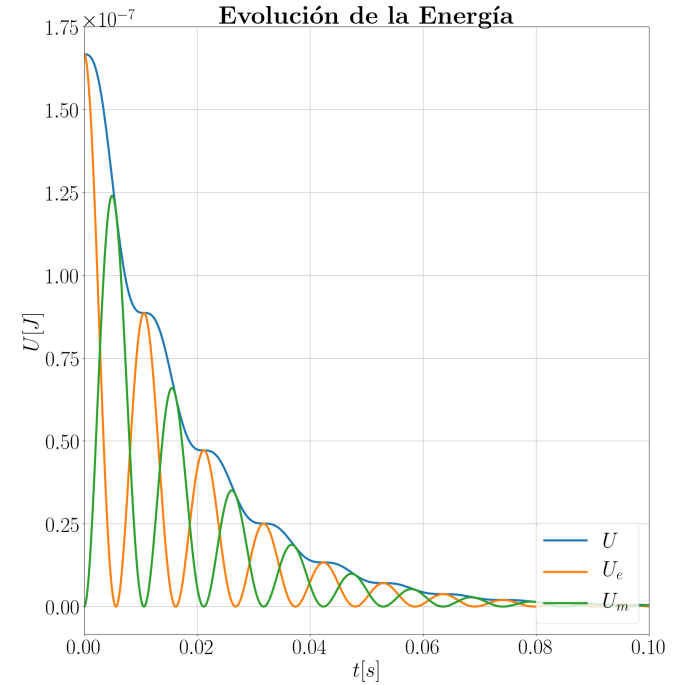


Figura 7: Evolución de las energías magnética  $U_m$ , electrostática  $U_e$  y total  $U$  en el caso subamortiguado para  $R = 0,1 \cdot \sqrt{\frac{4L}{C}} [\Omega]$ .

### II-C. Oscilador Sobreamortiguado

Por último, simularemos el caso sobreamortiguado. De nuevo, mantenemos los mismos valores para el condensador  $C$ , la bobina  $L$  y para la carga inicial  $Q_0$  y cambiaremos el valor de la resistencia  $R$ . Para conseguir una situación de sobreamortiguación debe cumplirse que

$$R^2 > \frac{4L}{C} [\Omega], \quad (6)$$

por lo que daremos un valor arbitrario a  $R$  de

$$R = 10 \cdot \sqrt{\frac{4L}{C}} = 0,1 \cdot \sqrt{\frac{4 \cdot 0,15}{75,00 \cdot 10^{-6}}} = 894,43 [\Omega]. \quad (7)$$

Determinado un valor necesario de  $R$  [ $\Omega$ ] para producir la sobreamortiguación, ejecutamos de nuevo el programa RLC.py y obtenemos las gráficas de evolución de la carga  $Q$  [ $C$ ] (Figura 8), de la intensidad (Figura 9) y de energía (Figura 10).

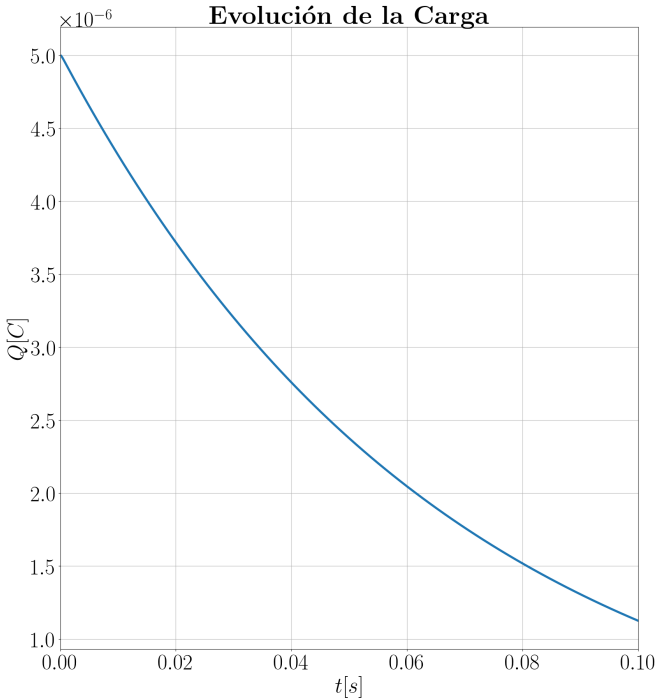


Figura 8: Evolución de la carga  $Q$  [ $C$ ] en el caso sobreamortiguado para  $R = 10 \cdot \sqrt{\frac{4L}{C}} [\Omega]$ .

En esta situación podemos comprobar cómo una excesiva resistencia provoca pérdida de energía tal que ni tan siquiera se puede producir oscilación por lo que se produce una respuesta sobreamortiguada. La pérdida de energía debido a la resistencia provoca que la carga en el condensador no pueda oscilar e invertir la intensidad de la corriente. La solución a la ecuación característica del circuito  $RLC$  en este caso da lugar a una corriente resultado de la superposición de dos exponenciales reales que decrecen hasta cero por lo que eventualmente dejará de existir corriente en el circuito y su energía será nula.

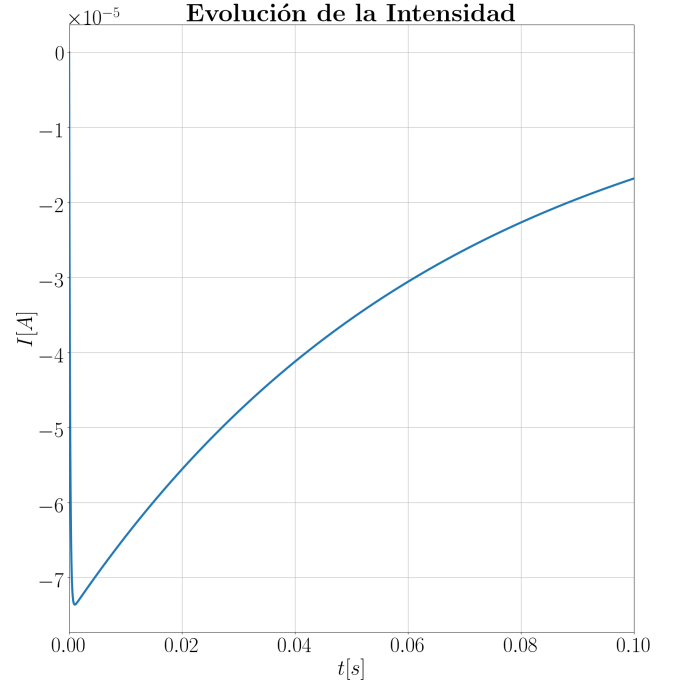


Figura 9: Evolución de la intensidad  $I$  [ $A$ ] en el caso sobreamortiguado para  $R = 10 \cdot \sqrt{\frac{4L}{C}} [\Omega]$ .

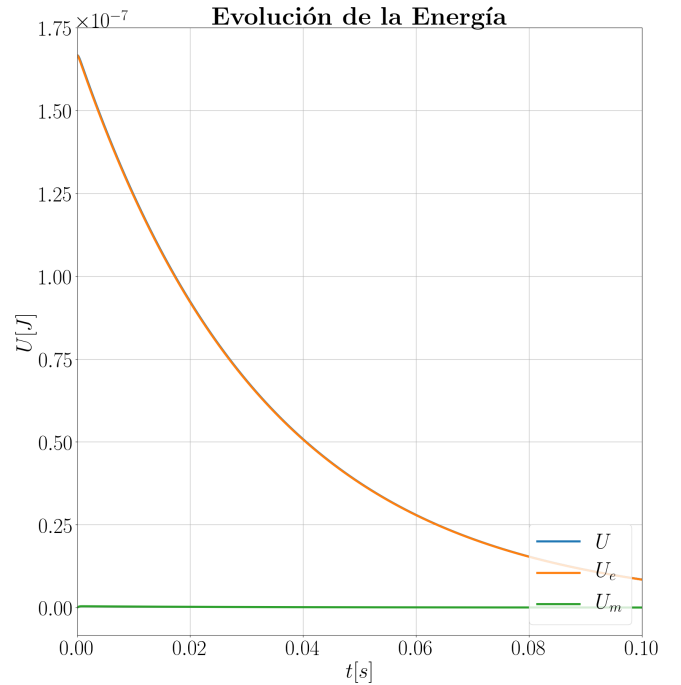


Figura 10: Evolución de las energías magnética  $U_m$ , electrostática  $U_e$  y total  $U$  en el caso sobreamortiguado para  $R = 10 \cdot \sqrt{\frac{4L}{C}} [\Omega]$ . Nota: la energía total  $U$  coincide con la energía electrostática  $U_e$ .

III. Circuito RLC en Serie con Generador

III-A. Estudio Teórico Mediante Método de Fasores

III-B. Estudio de Resonancia

IV. Conclusión

El código Python que implementa esta práctica así como las fuentes  $\text{\LaTeX}$  de este informe se encuentran disponibles online en el repositorio [https://github.com/Blitzman/physics/tree/master/fisica\\_2/practica\\_1](https://github.com/Blitzman/physics/tree/master/fisica_2/practica_1).