Práctica 3

Métodos Numéricos y Computación

Ejercicio 1 *Genera, de forma aleatoria siete puntos en el plano, de forma que las abscisas estén en orden creciente y situadas en el intervalo* $[-2, 4]$ *y las ordenadas varíen entre -7 y 5. Aplica la función* `PolNewton` *para determinar el polinomio interpolador.*

Ejercicio 2 *En la siguiente tabla se recogen los datos de la población de EEUU desde 1940 hasta 1990:*

Año	*1940*	*1950*	*1960*	*1970*	*1980*	*1990*
Población (en miles)	*132165*	*151326*	*179323*	*203302*	*226542*	*249633*

Determina el polinomio de Lagrange de grado 5 que se ajusta a estos datos y utiliza este polinomio para estimar la población en los años 1930, 1965 y 2010. La población en 1930 era, aproximadamente, 123203000. Calcula el error cometido para la población estimada en 1930. ¿Es una "buena" aproximación? ¿Qué ha sucedido?

Ejercicio 3 *Dada la función* $f(x) = e^{-2x}(x^2 - 3x + 2)$*, en el intervalo* $[-4, 0]$*, y consideremos los puntos* $\{-3, -2.7, -1.8, -0.9, -0.3\}$*. Halla el polinomio interpolador de dicha función en esos puntos. Representa en una figura los puntos dados y la función y en otra figura, en la misma ventana gráfica, los puntos dados y el polinomio interpolante.*

Hasta ahora, en la mayoría de las ocasiones, hemos calculado el polinomio interpolador usando, o bien nodos equiespaciados, o bien un conjunto de nodos dados. Sin embargo, hay otras opciones que mejoran el resultado. Por ejemplo, los nodos de Chebyshev son las raíces del polinomio de Chebyshev en el intervalo considerado $[a, b]$ y se obtienen como:

$$x_i = \frac{a+b}{2} - \frac{b-a}{2} \cos\left(\frac{2i+1}{2(n+1)}\pi\right), i = 0, 1, \ldots, n.$$

Estos nodos no son más que las raíces del polinomio de Chebyshev correspondiente en $[-1, 1]$ trasladadas al intervalo $[a, b]$.

Ejercicio 4 *Implementa una función* `nodCheb` *que, dado el intervalo* $[a, b]$ *y un entero* n*, devuelva los* $n + 1$ *nodos de Chebyshev en* $[a, b]$*.*

Ejercicio 5 *Dada la función* $f(x) = e^{-2x}(x^2 - 3x + 2)$ *en el intervalo* $[-4, 0]$*, obtén el polinomio interpolador de grado cuatro de dicha función en los correspondientes nodos de Chebyshev. Representa en una misma figura los puntos dados por los nodos de Chebyshev, la función, el polinomio obtenido en el ejercicio 3 con los nodos dados y el polinomio obtenido con los nodos de Chebyshev.*