Física II (Grado en Física) Curso 2018-2019

Práctica de ordenador 2.

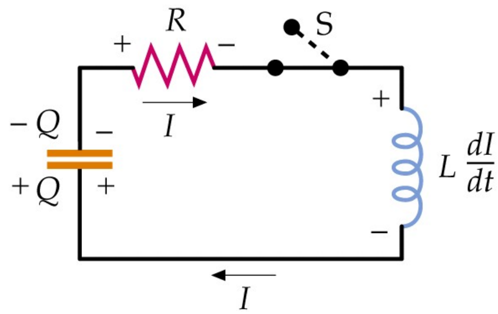
Circuitos de corriente alterna

En esta práctica de ordenador vamos a estudiar mediante el uso de programas en el lenguaje python la dinámica de circuitos RLC con o sin generador. Para ello resolveremos las ecuaciones diferenciales que regulan su dinámica mediante el uso de algoritmos. Los resultados los presentaremos mediante gráficas de algún parámetro en función del tiempo.

En el informe debe presentarse los cálculos, las gráficas y las comparaciones que se especifican en cada parte.

Parte 1) Circuito RLC en serie sin generador:

El sistema que estudiaremos es el mostrado en la figura. Un condensador inicialmente cargado, una resistencia, una bobina y un interruptor abierto. A tiempo cero se cierra el interruptor S y se estudia como evoluciona el sistema.



Puede deducirse que la carga Q del condensador satisface la siguiente ecuación diferencial

$$L\frac{d^2Q}{dt^2}+R\frac{dQ}{dt}+\frac{1}{C}Q=0$$

siendo además la corriente del circuito $I=\frac{dQ}{dt}$

Esta ecuación es completamente análoga a la ecuación de movimiento de un oscilador armónico amortiguado, por lo tanto presenta las mismas soluciones.

$$m\frac{d^2x}{dt^2}+b\frac{dx}{dt}+kx=0$$

El programa `RCL.py` utiliza la rutina odeint para resolver la ecuación diferencial del sistema.

1a) Oscilador no amortiguado

En el programa `RCL.py` pondremos un valor de R=0. Elegiremos valores aleatorios de C (entre entre 50 y 100 μF), L (entre 0.1 y 1 H) y Q_0 (entre 1 y 10 μC). Elegiremos un tiempo de simulación de manera que podamos visualizar varias oscilaciones. Con el programa representaremos Q=f(t) e I=f(t). Representaremos además como varía en el mismo intervalo de tiempo la energía magnética en la bobina U_m, la energía electrostática U_e y la suma de ambas.

Calcular a partir de las gráficas anteriores la frecuencia de la oscilación y comprobar que coincide $f=\frac{1}{2\pi\sqrt{LC}}$

1b) Oscilador amortiguado

1b1) Oscilación subamortiguada

Con los mismos valores de C, L y Q_0 usados en el apartado anterior, cambiaremos el valor de R poniendo un valor tal que $R^2<\frac{4L}{C}$.

Representaremos Q=f(t) , I=f(t) y U_m+U_e=f(t).

1b2) Oscilación sobreamortiguada

Con los mismos valores de C, L y Q_0 usados en el apartado anterior, cambiaremos el valor de R poniendo un valor tal que $R^2>\frac{4L}{C}$.

Representaremos Q=f(t) , I=f(t) y U_m+U_e=f(t)

* Opcional para el que quiera mejor nota

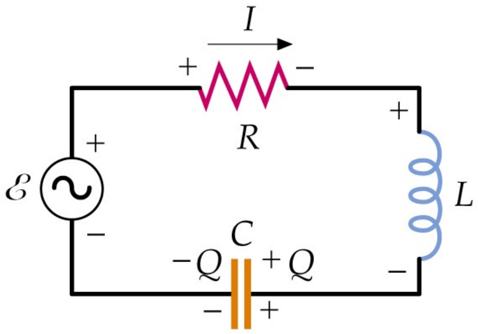
Conociendo I(t) podemos calcular la energía total disipada en la resistencia como

$$U_R=\int_0^\infty I^2(t)\,R\,dt$$

Graficar I(t) y calcular U_R de esta manera (eligiendo como intervalo superior un tiempo largo de manera que I se haya hecho muy pequeña). Verificar que U_R es igual a la energía inicial del circuito que corresponde a la U_e que tenía el condensador inicialmente. Realizar todo esto tanto para la situación subamortiguada como para la sobreamortiguada.

Parte 2) Circuito RLC en serie con generador:

Estudiaremos ahora el caso de un generador de voltaje alterno conectado en serie con un condensador (inicialmente descargado), una resistencia y una bobina como indica la figura. El generador produce un voltaje alterno del tipo $V(t)=V_0\cos(\omega t)$



Ahora la ecuación diferencial que controla el sistema es equivalente a la de un oscilador armónico amortiguado y forzado.

$$L\frac{d^2Q}{dt^2}+R\frac{dQ}{dt}+\frac{1}{C}Q=V_0\cos(\omega t)$$

2a) Estudio teórico mediante el método de los fasores

Primero estudiaremos el problema teóricamente usando el método de los fasores y calcularemos tanto la corriente I eficaz que circulará por el circuito como el desfase δ entre la corriente y el voltaje aplicado (especificando si la corriente adelanta al voltaje o al revés). Para ello elegiremos valores aleatorios de R (entre 100 y 500 Ω), de C (entre 50 y 100 μF), de L (entre 0.1 y 0.5 H), de V_{ef} (entre 110 y 220 V) y de frecuencia f (entre 50 y 100 Hz). Recordar que los valores eficaces se relacionan con los valores máximos según $V_{ef}=\frac{V_0}{\sqrt{2}}$ Una vez calculados los valores teóricos de I y δ con el método de los fasores, usaremos el programa `RCL_congen.py` e introduciremos los valores de R, C, L, V_{ef} y f elegidos. Graficaremos con el programa el voltaje aplicado y la corriente en el circuito función del tiempo. (Nota: Fijaros que a tiempos pequeños las soluciones constan de un valor transitorio que disminuye con el tiempo y un valor oscilatorio que es independiente del tiempo; por lo tanto graficar el voltaje y la corriente a tiempos no tan pequeños para visualizar la solución oscilatoria). De la gráfica obtener la corriente eficaz del circuito y el desfasaje y verificar que coincide con los valores obtenidos con el método de los fasores.

2b) Estudio de resonancia.

Con los valores introducidos anteriormente (únicamente modificar el valor de la resistencia R a unos pocos Ω) ir variando la frecuencia del generador y de la misma manera que en el apartado anterior obtener la corriente que circula en el circuito. Realizar la gráfica de I en función de la frecuencia con unos cuantos puntos. Comprobar que el máximo de I se obtiene para la frecuencia de resonancia $f_{res}=\frac{1}{2\pi\sqrt{LC}}$.

Graficar el voltaje aplicado y la corriente en función del tiempo para el valor de frecuencia resonancia y comprobar que en este caso $\delta=0$ y $I=\frac{V}{R}$.

Nota: relacionándolo con el caso del oscilador armónico esto equivale a las amplitudes grandes de oscilación que se obtienen si uno aplica una fuerza oscilatoria con la frecuencia propia del oscilador $\omega = \frac{k}{m}$ (resonancia).