

# Лекции по дискретной математике.

Титилин Александр

## 1 Вычислительная геометрия.

Есть два вектора из начала координат,  $A = (x_1, y_1), B = (x_2, y_2)$ . Их векторное

произведение  $\begin{vmatrix} x_1 & x_2 & i \\ y_1 & y_2 & j \\ 0 & 0 & k \end{vmatrix}$

**Задача 1** В какую сторону повернуть вектор  $p_1$  на минимальный угол, чтоб он совпал по направлению с  $p_2$

Вычисляем векторное произведение, определяем его знак. Знак определяет направление поворота. Если определитель ноль

**Задача 2** Ломанная  $\overline{p_1 p_2 p_3}$  составлена из двух отрезков  $\overline{p_1 p_2}$  и  $\overline{p_2 p_3}$ . В каком направлении осуществляется поворот при переходе через точку  $p_2$

**Задача 3** Два отрезка заданы координатами своих концов. Пересекаются ли они?

Определяем для каждого из отрезков ограничивающий прямоугольник. Если они не пересекаются то и отрезки не пересекаются. Продолжаем отрезки для прямых и точки концов кадного отрезка должны лежать по обе стороны прямой.

**Задача 4** Есть множество отрезков, пересекаются ли хотя бы два???

Будем считать, то нет вертикальных и нет трех отрезков, которые пересекаются в одной точке. Мы будем двигать вертикальную прямую слева направо, отмечаем моменты когда меняется ситуация (она начинает пересекать новый отрезок или переставать пересекать). После перехода, через точку пересечения отрезков ровно две ординаты меняются местами.

**Задача 5** Найти выпуклую оболочку заданную множества точек. (Выпуклый многоугольник внутри которого все точки)

### 1.1 Алгоритм Грэхема

1. Сначала найдем самую нижнюю точку (если таких несколько, то самую левую из них)
2. Все оставшиеся точки отсортируем по возрастанию полярного угла
3. Рассматриваем точки по очереди, начиная с четвертой. Если поворот от предыдущей точки происходил направо, то предыдущую точку исключаем и повторяем проверку.

Алгоритм находит выпуклую оболочку за  $O(n \log n)$

### 1.2 Алгоритм Джарвиса

1. тоже самое что в прошлом алгоритме
2. На каждом следующем шаге, выбираем из еще не вошедших в оболочку, точку, лежащую в направлении, имеющем минимальный положительный угол по сравнению с предыдущим направлением

Алгоритм Джарвиса становится лучше Грэхема, если количество точек оболочки меньше  $\log n$