

Лекции по дискретной математике.

Титилин Александр

1 Вычислительная геометрия.

Задача 1 *Есть два вектора $p_1 p_2$ с началом в точке $(0, 0)$. Найти направление поворота вектора p_1 по отношению к p_2*

$$\vec{p}_1 = (x_1, y_1).$$

$$\vec{p}_2 = (x_2, y_2).$$

Ищем их векторное произведение

$$\begin{vmatrix} x_1 & x_2 \\ y_1 & y_2 \end{vmatrix} = x_1 y_2 - x_2 y_1.$$

Знак показывает направление (отрицательный по часовой, иначе против) Если определитель равен нулю, то векторы коллинеарны

Задача 2 *Ломанная $\overline{p_1 p_2 p_3}$ составлена из двух отрезков $\overline{p_1 p_2}$ и $\overline{p_2 p_3}$. В каком направлении осуществляется поворот при переходе через точку p_2 ?*

Считаем векторное произведение $p_1 \vec{p}_2$ и $p_1 \vec{p}_3$ Далее как в прошлой задаче

Задача 3 *Найти выпуклую оболочку заданную множества точек. (Выпуклый многоугольник внутри которого все точки)*

1.1 Алгоритм Грэхема

1. Сначала найдем самую нижнюю точку (если таких несколько, то самую левую из них)
2. Все оставшиеся точки отсортируем по возрастанию полярного угла
3. Рассматриваем точки по очереди, начиная с четвертой. Если поворот от предыдущей точки происходил направо, то предыдущую точку исключаем и повторяем проверку.

Алгоритм находит выпуклую оболочку за $O(n \log n)$

1.2 Алгоритм Джарвиса

1. тоже самое что в прошлом алгоритме
2. На каждом следующем шаге, выбираем из еще не вошедших в оболочку, точку, лежащую в направлении, имеющем минимальный положительный угол по сравнению с предыдущим направлением

Алгоритм Джарвиса становится лучше Грэхема, если количество точек оболочки меньше $\log n$