Математическое моделирование

1 Основные понятия

Определение 1 *Модель – образ или прообраз какого либо объекта или системы объектов, используется в качестве аналога реальной системы.*

Определение 2 *Математическая модель – описание объекта на языке математики.*

Определение 3 *Математическое моделирование– средство исследования сложных систем и объектов различной природы на основе математической моделей.*

2 Требования

1. адекватность
2. конечность
3. полнота (информативность)
4. упрощенность
5. гибкость
6. приемлемая трудоемкость разработки

3 Этапы построения модели

1. Определение цели процесса моделирования
2. Изучение предметной области, выявить причинно-следственные связи, построить концептуальную модель
3. переход к формальному описанию
4. проверка адекватности
5. корректировка модели
6. применение модели. Проведение исследований и практическое использование.
7. уточнение улучшение модели

4 Классификация

1. Статические, Динамические модели;
2. Линейные, нелинейные;
3. Детерминированные, стотахстические;

5 Подходы к моделированию

1. Аналитический
2. Аналитико-эксперементальный
3. Экспериментальный

6 Статические модели

Мы связывает входы системы (независимые переменные) с выходами. Хотим построить функцию, которая их связывает.

6.1 Статические модели макроэкономичесих систем

6.1.1 Модель Леонтьева

1. В экономике n отраслений
2. каждая отрасль производит 1 вид продукции потребляет другие подукты
3. разные отрасли производят разные виды продукции

1. x_{ij} объем продукции, произведенный в отрасли i и потребляемой отраслью j
2. X_i валовый продукт отрасли i
3. Y_i конечный продукт отрасли i

$$X_i = \sum_{j=1}^{n} x_{ij} + Y_i,\ i = 1 \dots n \tag{1}$$

$$a_{ij} = \frac{x_{ij}}{X_j} \implies X_i = \sum_{j=1}^{n} a_{ij} X_j + Y_i \tag{2}$$

$$X = A \cdot X + Y \tag{3}$$

$$X = (E - A)^{-1} \cdot Y \tag{4}$$

Определение 4 (Продуктивность) *Матрица $A > 0$ называется **продуктивной** если для любого вектора $Y > 0$ сущестыует решение $X > 0$ уравнения $(E - A)X = Y$ В этом случае и модель Леонтьева называется продуктивной*

1. Если хотя бы для одного положительного вектора Y уравнение $X = AX + Y$ имеет неотрицательное решение X, том атрица A продуктивна
2. Для продуктивности матрицы необходимо и достаточно существование и неотрицательности матрицы $(E - A)^{-1}$
3. Неотрицательная квадратная матрица A продуктивна тогда и только тогда когда максимальное по модулю собственное число < 1

4. Неотрицателая матрица A продуктивна тогда и только тогла когда матрица

Определение 5 *Обратная матрица Леонтьева* $B = (E - A)^{-1}$*– матрица полных затрат. Элементы этой матрицы* b_{ij} *– количество продукции отрасли* i *используемое для производства единицы конечного продукта отрасли* j