

Лабораторная работы 2.2.6

Старостин Александр, Б01-401

11 февраля, 2025 год

1 Аннотация

Цель работы: 1) измерение скорости падения шариков при разной температуре жидкости; 2) вычисление вязкости жидкости по закону Стокса и расчёт энергии активации.

В работе используются: стеклянный цилиндр с исследуемой жидкостью (глицерин); термостат; секундомер; горизонтальный компаратор; микроскоп; мелкие шарики (диаметром около 1 мм).

2 Теоретическая часть

2.1 Энергия активации

Для того чтобы перейти в новое состояние, молекула жидкости должна преодолеть участки с большой потенциальной энергией, превышающей среднюю тепловую энергию молекул. Для этого тепловая энергия молекул должна — вследствие флуктуации — увеличиться на некоторую величину W , называемую энергией активации. Температурная зависимость вязкости жидкости при достаточно грубых предположениях можно описать формулой

$$\eta = Ae^{W/kT} \quad (1)$$

Из формулы (1) следует, что существует линейная зависимость между величинами $\ln\eta$ и $1/T$, и энергию активации можно найти по формуле

$$W = k \frac{d(\ln\eta)}{d(1/T)} \quad (2)$$

2.2 Измерение вязкости

По формуле Стокса, если шарик радиусом r и со скоростью v движется в среде с вязкостью η , и при этом не наблюдается турбулентных явлений, тормозящую силу можно найти по формуле (3)

$$F = 6\pi\eta \frac{d}{2} v \quad (3)$$

Для измерения вязкости жидкости рассмотрим свободное падение шарика в жидкости. При медленных скоростях на шарик действуют силы Архимеда и Стокса, выражения для которых мы знаем. Отсюда находим выражения для установившейся скорости шарика и вязкости жидкости

$$v = \frac{2}{9} g \frac{d^2}{4} \frac{\rho - \rho}{\eta} \quad (4)$$

$$\eta = \frac{2}{9} g \frac{d^2}{4} \frac{\rho - \rho}{v} \quad (5)$$

Как видим, измерив установившуюся скорость шарика и параметры системы можно получить вязкость по формуле (5).

2.3 Экспериментальная установка

Для измерений используется стеклянный цилиндрический сосуд В, наполненный исследуемой жидкостью (глицерин). Диаметр сосуда ≈ 3 см, длина ≈ 25 см. На стенках сосуда нанесены две метки на некотором расстоянии друг от друга. Верхняя метка должна располагаться ниже уровня жидкости с таким расчетом, чтобы скорость шарика к моменту прохождения этой метки успевала установиться. Измеряя расстояние между метками, h время падения определяют установившуюся скорость шарика v . Сам сосуд В помещен в рубашку D, омываемую водой из термостата. При работающем термостате температура воды в рубашке D, а потому и температура жидкости 12 равна температуре воды в термостате. Схема прибора (в разрезе) показана на рис. 1.

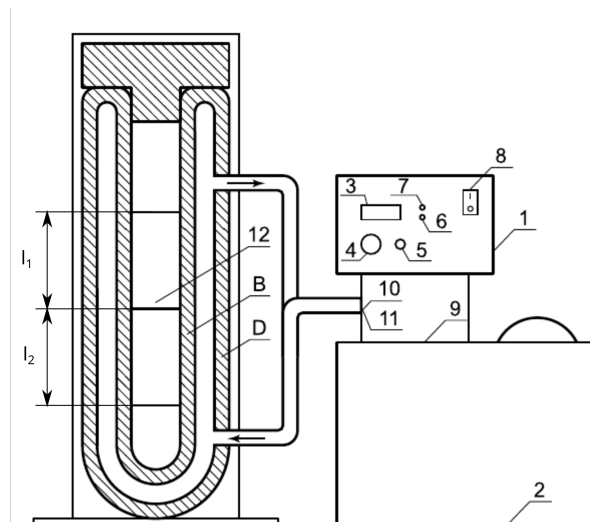


Рисунок 1: Установка для определения коэффициента вязкости жидкости.

2.4 Другие формулы

Время релаксации:

$$\tau = \frac{2d^2\rho}{9 * 4\eta} \quad (6)$$

Путь релаксации:

$$S = v\tau \quad (7)$$

3 Ход работы

3.1 Измерение диаметра шариков

Отберём 10 стальных и 10 стеклянных шариков различного размера и с помощью микроскопа измерим их средние размеры. Данные измерений приведены в таблице 1. Приборная погрешность измерений $\sigma_d \text{ приб} = 0.02 \text{ мм}$.

№	Материал	Диаметр, мм	№	Материал	Диаметр, мм
1	Стекло	1,94	1	Сталь	0,76
2	Стекло	2,02	2	Сталь	0,72
3	Стекло	1,78	3	Сталь	0,76
4	Стекло	1,98	4	Сталь	0,80
5	Стекло	1,96	5	Сталь	0,68
6	Стекло	1,92	6	Сталь	0,72
7	Стекло	1,96	7	Сталь	0,72
8	Стекло	1,96	8	Сталь	0,76
9	Стекло	1,98	9	Сталь	0,72
10	Стекло	1,94	10	Сталь	0,76

Таблица 1: Измеренные диаметры шариков

Плотности шариков равны: $\rho_{\text{стекло}} = (2.5 \pm 0.1) \text{ г/см}^3$ и $\rho_{\text{сталь}} = (7.8 \pm 0.1) \text{ г/см}^3$

Получаем, что: $\overline{d_{\text{стекло}}} = 1,94 \text{ мм}$ и $\overline{d_{\text{сталь}}} = 0,76 \text{ мм}$

Случайная погрешность: $\sigma_{\text{сл}} = \sqrt{\frac{\sum_i^n (d_i - \bar{d})^2}{n(n-1)}}$

$\sigma_{\text{сл стекло}} = 0,02 \text{ мм}$

$\sigma_{\text{сл сталь}} = 0,01 \text{ мм}$

Полная погрешность: $\sigma_d = \sqrt{\sigma_{\text{д случ}}^2 + \sigma_{\text{д приб}}^2}$

$\sigma_{\text{стекло}} = 0,03 \text{ мм}$

$\sigma_{\text{сталь}} = 0,02 \text{ мм}$

3.2 Измерение установившихся скоростей падения шариков

Измеренные длины цилиндра установки (см. рис. 1): $l_1 = l_2 = (10.0 \pm 0.1)$ см

Измерения произведём для 5 значений температуры от 25 до 50 °C. При помощи секундомера измерим время прохождения шариком участков l_1 ($\sigma_t = 0.3$ с). Вычисляем установившуюся скорость шариков в жидкости. По графику на рис. 2 определим плотность глицерина для каждой температуры. По формуле (5) рассчитываем вязкость глицерина. Примем $g = (9.81 \pm 0.01)$ м/с². Результаты представлены в таблице (2).

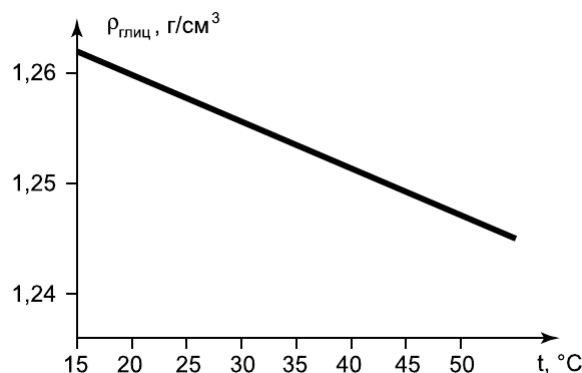


Рисунок 2: График плотности глицерина в зависимости от температуры.

№	темп, °C	T, К	$\rho_{\text{глиц}}$, г/см ³	материал	t, с	v, см/с	τ , с	S, см	η , Па*с
1	20	293	1,260	сталь	53,7	0,19	2,02	0,38	1,24
2				сталь	43,1	0,23	2,75	0,63	0,91
3				стекло	38,3	0,26	5,33	1,39	0,98
4				стекло	34,7	0,29	5,94	1,72	0,88
5	30	303	1,256	сталь	21,1	0,47	5,33	2,51	0,47
6				сталь	20,4	0,49	5,56	2,73	0,45
7				стекло	21,8	0,46	9,50	4,37	0,55
8				стекло	20,0	0,50	10,25	5,12	0,51
9	40	313	1,253	сталь	13,2	0,76	7,82	5,94	0,32
10				сталь	14,4	0,69	7,36	5,08	0,34
11				стекло	10,6	0,94	19,36	18,20	0,27
12				стекло	9,1	1,10	22,73	25,00	0,23
13	45	318	1,249	сталь	10,1	0,99	11,92	11,80	0,21
14				сталь	6,3	1,59	19,25	30,62	0,13
15				стекло	6,2	1,61	32,67	52,60	0,16
16				стекло	5,8	1,72	34,85	59,94	0,15
17	50	323	1,247	сталь	5,0	2,00	25,03	50,06	0,10
18				сталь	4,0	2,50	31,29	78,22	0,08
19				стекло	4,1	2,44	47,52	115,95	0,11
20				стекло	4,2	2,38	47,52	113,10	0,11

Таблица 2: Результаты измерений установившихся скоростей шариков и соответствующих плотностей глицерина

Погрешности:

$$\sigma_T = 0.3 \text{ К}$$

$$\sigma_\rho = 0.001 \text{ г/см}^3$$

$$\sigma_v = v \sqrt{\left(\frac{\sigma_t}{t}\right)^2 + \left(\frac{\sigma_l}{l}\right)^2}$$

$$\sigma_\eta = \eta \sqrt{\left(\frac{\sigma_g}{g}\right)^2 + \left(2\frac{\sigma_d}{d}\right)^2 + \left(\frac{\sigma_v}{v}\right)^2 + \frac{\sigma_\rho^2 + \sigma_\rho^2}{(\rho - \rho)^2}}$$

Средняя относительная погрешность измерений вязкости $\varepsilon_\eta = 9.5\%$

3.3 Оценка времени и пути релаксации. Анализ применимости формулы Стокса

Все результаты представлены в таблице (2).

$$\tau = \frac{2}{9} \frac{d^2}{4} \frac{\rho}{\eta}, \quad \varepsilon_\tau = \sqrt{\left(2 \frac{\sigma_d}{d}\right)^2 + \left(\frac{\sigma_\rho}{\rho}\right)^2 + \left(\frac{\sigma_\eta}{\eta}\right)^2} \quad (8)$$

$$S = v\tau, \quad \varepsilon_S = \sqrt{\left(\frac{\sigma_v}{v}\right)^2 + \left(\frac{\sigma_\tau}{\tau}\right)^2} \quad (9)$$

Тогда:

$$\langle \varepsilon_\tau \rangle = 10.8\%,$$

$$\langle \varepsilon_S \rangle = 6.2\%$$

Как видим, во всех экспериментах путь релаксации пренебрежимо мал. Следовательно формула Стокса применима.

3.4 График зависимости $\ln\eta$ от $1/T$

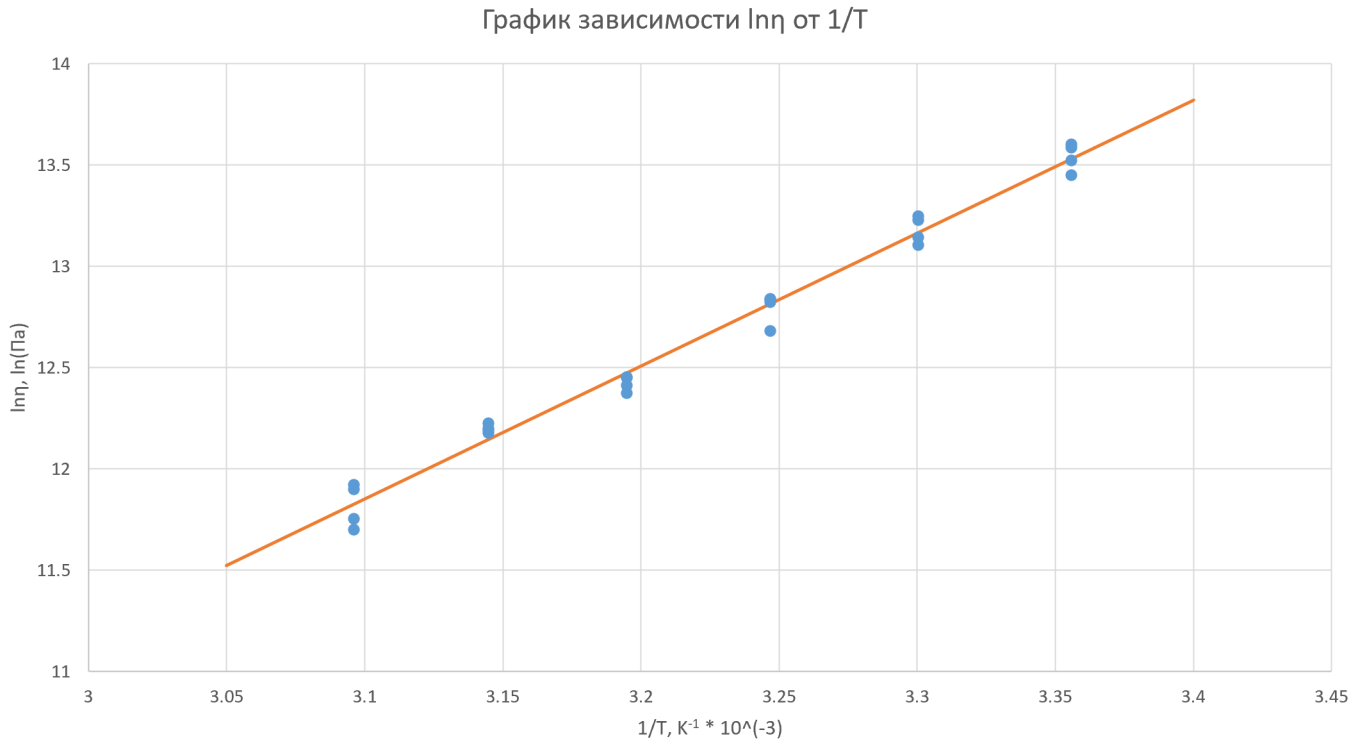


Рисунок 3: График зависимости $\ln\eta$ от $1/T$.

По методу наименьших квадратов вычислим угол наклона прямой.

$$k = \frac{\langle xy \rangle - \langle x \rangle \langle y \rangle}{\langle x^2 \rangle - \langle x \rangle^2} = (6570 \pm 160) \text{ K}$$

Прямая, полученная по МНК не проходит через 0. Это объясняется тем, что в формуле (1) есть константа A . Коэффициент b прямой соответственно равен $\ln A$.

3.5 Вычисление энергии активации

При помощи формулы (2) рассчитаем энергию активации:

$$W = k * k_{\text{накл}} = 1.38 * 10^{-23} \text{ Дж/К} * 6570 \text{ К} = 9.07 * 10^{-20} \text{ Дж}$$

3.6 Оценка погрешностей

Случайная погрешность энергии активации:

$$\sigma_k = \frac{1}{\sqrt{20}} \sqrt{\frac{\langle y^2 \rangle - \langle y \rangle^2}{\langle x^2 \rangle - \langle x \rangle^2} - k^2} = 160 \text{ K}$$
$$\sigma_W = W \frac{\sigma_k}{k} = 9.07 * 10^{-20} \text{ Дж} * 2.4\% = 0.218 * 10^{-20} \text{ Дж}$$

Приборная погрешность энергии активации:

$$\sigma_W = W \sqrt{\left(\frac{\sigma_T}{T}\right)^2 + \left(\frac{\sigma_\eta}{\eta \ln \frac{\eta}{A}}\right)^2} = 0.010 * 10^{-20} \text{ Дж}$$

Полная погрешность энергии активации:

$$\sigma_W = \sqrt{\sigma_W^2 + \sigma_W^2} = 0.037 * 10^{-20} \text{ Дж}$$
$$\varepsilon_W = 2.5\%$$

4 Вывод

$$W = (9.07 \pm 0.04) * 10^{-20} \text{ Дж}$$

Измерили скорости падения шариков при разной температуре жидкости, вычислили вязкость жидкости по закону Стокса и рассчитали энергию активации.