

Лабораторная работы 1.4.8

Старостин Александр, Б01-401

29 Октября, 2024 год

1 Аннотация

Цель работы: исследовать явление акустического резонанса в тонком стержне; измерить скорость распространения продольных звуковых колебаний в тонких стержнях из различных материалов и различных размеров; измерить модули Юнга различных материалов.

В работе используются: генератор звуковых частот, частотомер, осциллограф, электромагнитные излучатель и приёмник колебаний, набор стержней из различных материалов.

2 Теоретические сведения

Скорость u распространения продольной акустической волны в среде зависит от плотности среды ρ и модуля Юнга E , как:

$$u = \sqrt{\frac{E}{\rho}} \quad (1)$$

Зная номер гармоники n и соответствующую ей резонансную частоту f_n , на которой наблюдается усиление амплитуды колебаний, можно вычислить скорость распространения продольных волн в стержне длиной L :

$$u = \frac{2Lf_n}{n} \quad (2)$$

3 Ход работы

3.1 Настройка осциллографа и звукового генератора

В ходе работы был ознакомлен с основными органами управления электронного осциллографа. Провёл предварительную настройку осциллографа и звукового генератора.

3.2 Установка металлических стержней

Раздвинул датчики и поместил по очереди между ними исследуемые стержни: медный, стальной и дюралюминевый. Длина стержней составляет: $L = 60.0 \pm 0.1$ см.

3.3 Правильное размещение электромагнитов

Разместил электромагниты напротив торцов стержня так, чтобы торцы стержня совпали с центрами датчиков, а зазор между полюсами электромагнита и торцевой поверхностью стержней составлял 1–3 мм. Плоскость магнитов направил строго перпендикулярно оси стержня, не допустив соприкосновения электромагнита с торцами стержня.

3.4 Определение диапазонов частот первого резонанса

По формуле (2) посчитал первые резонансные частоты для стержней, используя табличные значения скоростей звука в металлах:

Таблица 1: Частоты первого резонанса

Величина	Медь	Сталь	Дюралюминий
Скорости звука u , м/с	3710	5170	5080
Частоты f_1 , Гц	3092	4308	4233

3.5 Поиск первого резонанса

Медленно перестроив звуковой генератор вблизи расчетной частоты f_1 нашёл первый резонанс, наблюдая за амплитудой колебаний на экране осциллографа. При приближении к резонансу амплитуда сигнала с регистрирующего датчика (канал СН2) резко возрастала, а амплитуда опорного сигнала (канал СН1) не изменялась.

3.6 Измерение первого резонанса и вычисление погрешности измерения

Определил значение первой резонансной частоты f_1 по индикатору частотомера..

Таблица 2: Измерения первой резонансной частоты

N	1	2	3	4	5
Медь, Гц	3249	3247	3255	3233	3255

Погрешность измерения резонансной частоты: $\sigma_f = \sqrt{\frac{1}{N(N-1)} \sum_1^N (f_i - \bar{f})^2} = 4$

3.7 Измерение резонансных частот

Получил резонансы на частотах, соответствующих следующим (кратным) гармоникам. Для этого, плавно перестроив генератор, добился резонанса вблизи частот $f_n = n f_1$, где $n = 2, 3, \dots, 7$.

Таблица 3: Частоты резонанса

N	Медь, Гц	Сталь, Гц	Дюралюминий, Гц
1	3249	4126	4255
2	6475	8241	8500
3	9762	12394	12761
4	12956	16524	17022
5	16213	20649	21275
6	19470	24770	25533
7	22772	28892	29785

3.8 Определение плотностей материалов

Таблица 4: Медь

N/Медь	Длина, см	Диаметр, см	Площадь, см ²	Масса, г	Плотность, кг/м ³
1	3.03 ± 0.01	1.246 ± 0.001	1.219 ± 0.002	30.115 ± 0.003	8155.2
2	2.97 ± 0.01	1.185 ± 0.001	1.102 ± 0.002	29.119 ± 0.003	8894.3
3	3.01 ± 0.01	1.184 ± 0.001	1.100 ± 0.002	29.459 ± 0.003	8893.6
4	4.14 ± 0.01	1.240 ± 0.001	1.207 ± 0.002	41.349 ± 0.003	8274.7
5	4.05 ± 0.01	1.242 ± 0.001	1.211 ± 0.002	40.361 ± 0.003	8229.9
6	4.00 ± 0.01	1.212 ± 0.001	1.153 ± 0.002	41.007 ± 0.003	8890.4
7	3.95 ± 0.01	1.242 ± 0.001	1.211 ± 0.002	39.391 ± 0.003	8235,4
8	4.03 ± 0.01	1.171 ± 0.001	1.076 ± 0.002	38.723 ± 0.003	8926,5

$\bar{\rho} = 8562.4 \text{ кг/м}^3$.

$$\varepsilon_p = \varepsilon_p^{\text{приб}} = \sqrt{\left(\frac{\sigma_m}{m}\right)^2 + \left(\frac{\sigma_l}{l_{\min}}\right)^2 + 4 \left(\frac{\sigma_D}{D_{\min}}\right)^2} \approx 3.9\%$$

Таблица 5: Сталь

N/Медь	Длина, см	Диаметр, см	Площадь, см ²	Масса, г	Плотность, кг/м ³
1	3.98 ± 0.01	1.198 ± 0.001	1.126 ± 0.002	35.200 ± 0.003	7850.1
2	2.96 ± 0.01	1.199 ± 0.001	1.129 ± 0.002	26.036 ± 0.003	7794.3
3	2.97 ± 0.01	1.197 ± 0.001	1.125 ± 0.002	26.163 ± 0.003	7832.0
4	3.13 ± 0.01	1.180 ± 0.001	1.093 ± 0.002	28.118 ± 0.003	8218.8
5	4.10 ± 0.01	1.224 ± 0.001	1.176 ± 0.002	36.927 ± 0.003	7658.2
6	4.00 ± 0.01	1.199 ± 0.001	1.129 ± 0.002	35.153 ± 0.003	7787.4
7	4.13 ± 0.01	1.203 ± 0.001	1.136 ± 0.002	37.102 ± 0.003	7907.6
8	3.97 ± 0.01	1.200 ± 0.001	1.130 ± 0.002	34.950 ± 0.003	7788.0

$\bar{\rho} = 7854.6 \text{ кг/м}^3$.

$$\varepsilon_p = \varepsilon_p^{\text{приб}} = \sqrt{\left(\frac{\sigma_m}{m}\right)^2 + \left(\frac{\sigma_l}{l_{\min}}\right)^2 + 4\left(\frac{\sigma_D}{D_{\min}}\right)^2} \approx 3.9\%$$

Таблица 6: Дюралюминий

N/Медь	Длина, см	Диаметр, см	Площадь, см ²	Масса, г	Плотность, кг/м ³
1	3.08 ± 0.01	1.174 ± 0.001	1.082 ± 0.002	9.267 ± 0.003	2779.5
2	3.02 ± 0.01	1.175 ± 0.001	1.084 ± 0.002	8.995 ± 0.003	2746.8
3	3.01 ± 0.01	1.205 ± 0.001	1.140 ± 0.002	9.491 ± 0.003	2764.9
4	3.02 ± 0.01	1.186 ± 0.001	1.104 ± 0.002	9.199 ± 0.003	2757.2
5	4.13 ± 0.01	1.174 ± 0.001	1.082 ± 0.002	12.459 ± 0.003	2786.8
6	4.00 ± 0.01	1.182 ± 0.001	1.097 ± 0.002	12.185 ± 0.003	2776.1
7	4.12 ± 0.01	1.218 ± 0.001	1.165 ± 0.002	13.236 ± 0.003	2757.2
8	4.15 ± 0.01	1.127 ± 0.001	0.997 ± 0.002	12.485 ± 0.003	3015.8

$$\bar{\rho} = 2798.0 \text{ кг/м}^3.$$

$$\varepsilon_p = \varepsilon_p^{\text{приб}} = \sqrt{\left(\frac{\sigma_m}{m}\right)^2 + \left(\frac{\sigma_l}{l_{\min}}\right)^2 + 4\left(\frac{\sigma_D}{D_{\min}}\right)^2} \approx 3.9\%$$

3.9 Проверка условия тонкого стержня

Медь:

$$\bar{d} = 1.215 \text{ см}$$

$$\varepsilon_d = \varepsilon_d^{\text{приб}} = \frac{\sigma_d}{\bar{d}} = 0.8\%$$

Сталь:

$$\bar{d} = 1.200 \text{ см}$$

$$\varepsilon_d = \varepsilon_d^{\text{приб}} = \frac{\sigma_d}{\bar{d}} = 0.8\%$$

Дюралюминий:

$$\bar{d} = 1.180 \text{ см}$$

$$\varepsilon_d = \varepsilon_d^{\text{приб}} = \frac{\sigma_d}{\bar{d}} = 0.8\%$$

Для всех \bar{d} выполняется, что $\frac{\bar{d}}{2\lambda} \ll 1$, где λ - длина звуковой волны в каждом стержне. Значит, приближение тонкого стержня выполняется.

3.10 Выполнение измерений и вычислений для стального и дюралюминиевого стержней

Смотреть все измерения и вычисления для стального и дюралюминиевого стержней в предыдущих пунктах.

3.11 Возникновение резонансных колебаний при половинной частоте первого резонанса

Для стержня из дюрала проведён дополнительный опыт: перестроив генератор, добился возбуждения первой гармоники f_1 резонансных колебаний в стержне при «половинной» частоте генератора $f = \frac{f_1}{2}$, пронаблюдал на экране осциллографа фигуру Лиссажу (в режиме работы «X-Y») и запечатлил её.

По моему мнению, возникновение резонансных колебаний при данной частоте связано тем, что при половинной частоте внутри стержня помещается ровно половина одной звуковой волны. Тк половина волны повторяет саму волну (вторая половина волны является зеркальным отражением первой), то половина волны заменяет основную волну и является резонансной.

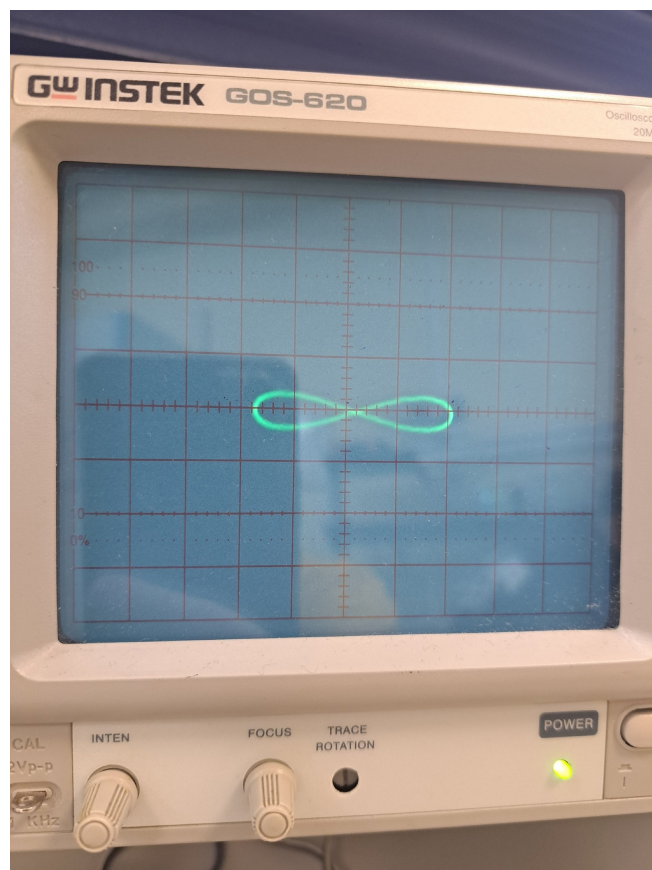


Рисунок 1: Фигура Лиссажу в виде бабочки

3.12 Определение добротности стержня как колебательной системы

Таблица 7

№ $N \uparrow$	$2A$, дел	f , кГц	№ $N \downarrow$	$2A$, дел	f , кГц
1	8.0	3.2551	1	8.0	3.2550
2	7.8	3.25518	2	7.8	3.2548
3	7.6	3.2552	3	7.4	3.2547
4	6.8	3.2553	4	6.6	3.2546
5	6.2	3.2554	5	6.0	3.2545
6	5.6	3.2555	6	5.6	3.2544
7	5.0	3.2556	7	4.8	3.2543
8	4.6	3.2557	8	4.4	3.2541
9	4.2	3.2558	9	3.8	3.2540
10	3.8	3.2559	10	3.4	3.2539
11	3.4	3.256	11	3.2	3.2538
12	3.2	3.2561	12	3.0	3.2538
13	3.0	3.2562	13	2.8	3.2536
14	2.8	3.2563	14	2.6	3.2535
15	2.6	3.2564	15	2.4	3.2534
16	2.4	3.2565	16	2.2	3.2534

Определим добротность стержня как колебательной системы, измерив амплитудно-частотную характеристику одного из стержней $A(f - f_1)$ вблизи первого резонанса. $Q = \frac{f_A}{f_1 - f_2}$, где f_1 и f_2 - частоты, соответствующие амплитуде равной $\frac{A}{\sqrt{2}}$. Из таблицы выбираем нужно нам значение f и считаем Δf . $A_{\max} \approx 5.6$ дел. Отсюда $f_1 - f_2 = 1.1$ Гц. Тогда $Q = 2959$.

3.13 Проведение опытов со стержнями меньшей длины и диаметра

Опыты со стержнями меньшей длины и диаметра не проводились.

3.14 Построение графиков зависимости резонансной частоты от номера гармоники

Построим график и зависимости частоты $f(n)$ от номера гармоники n :

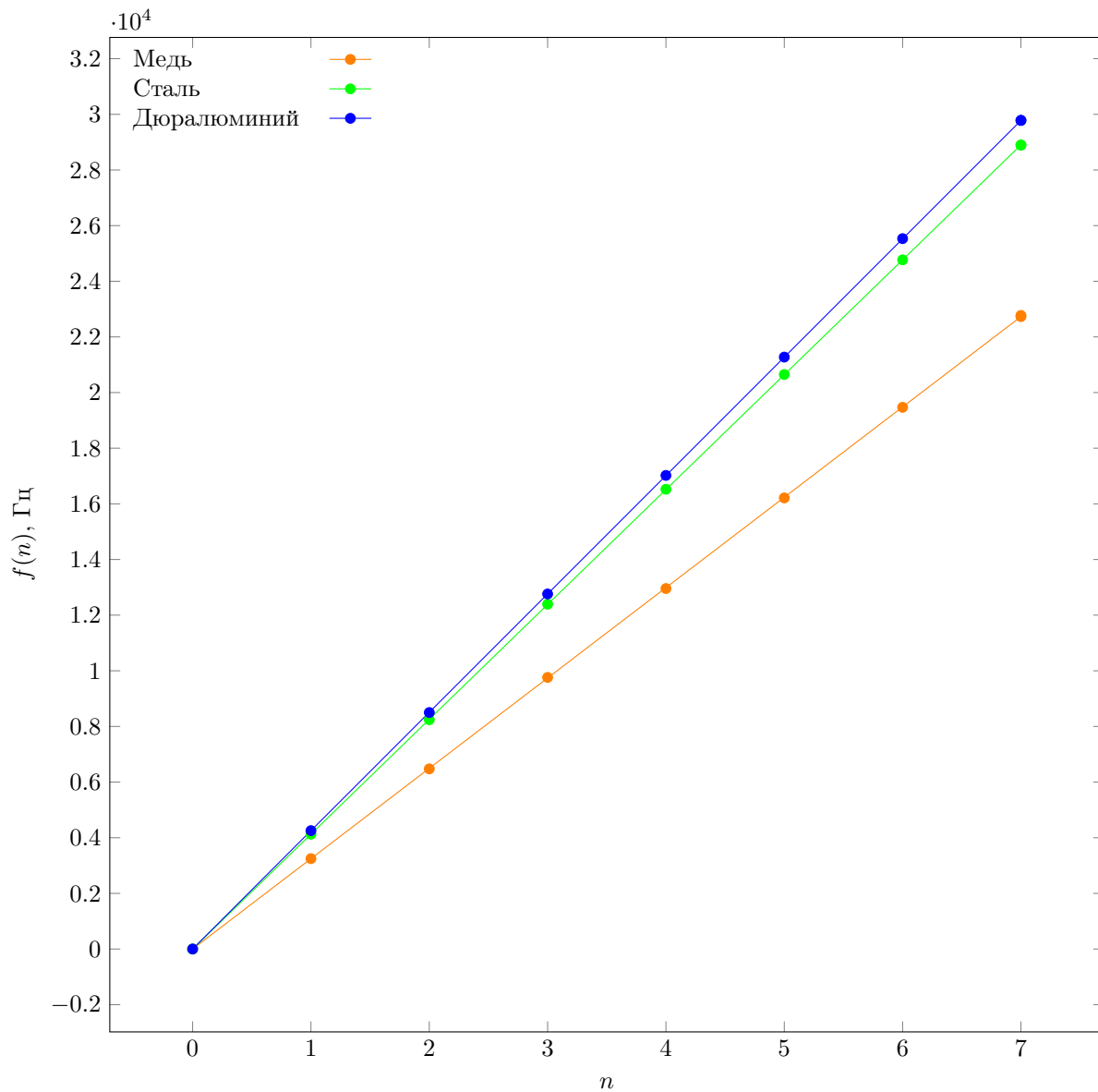


Рисунок 2: Зависимость резонансных частот от номеров гармоники

Построим наилучшие прямые по экспериментальным точкам и определи соответствующие значения скорости звука u :

По формулам МНК находим коэффициент наклона графика для прямой и его случайную погрешность.

Для коэффициента наклона графика имеем: $k = \frac{\langle n f(n) \rangle}{\langle n^2 \rangle}$

Из формулы (2): $k = \frac{u}{2L}$

Для приборной и случайной погрешности имеем: $\sigma_k^{\text{случ}} = \frac{1}{\sqrt{N}} \sqrt{\frac{\langle f^2(n) \rangle}{\langle n^2 \rangle} - k^2}$

Для меди:

$$k = 3247.1 \text{ Гц}$$

$$\varepsilon_k^{\text{случ}} = \frac{\sigma_k^{\text{случ}}}{k} \approx 0.9\%$$

$$\varepsilon_k = \sqrt{\varepsilon_{\text{сист}}^2 + \varepsilon_{\text{случ}}^2} \approx \varepsilon_{\text{случ}} \approx 0.9\%$$

Для стали:

$$k = 4128.5 \text{ Гц}$$

$$\varepsilon_k^{\text{случ}} = \frac{\sigma_k^{\text{случ}}}{k} \approx 0.9\%$$

$$\varepsilon_k = \sqrt{\varepsilon_{\text{сист}}^2 + \varepsilon_{\text{случ}}^2} \approx \varepsilon_{\text{случ}} \approx 1.0\%$$

Для дюралюминия:

$$k = 4254.2 \text{ Гц}$$

$$\varepsilon_k^{\text{случ}} = \frac{\sigma_k^{\text{случ}}}{k} \approx 1.2\%$$

$$\varepsilon_k = \sqrt{\varepsilon_{\text{сист}}^2 + \varepsilon_{\text{случ}}^2} \approx \varepsilon_{\text{случ}} \approx 1.2\%$$

3.15 Определение скоростей звука в стержнях

По формуле (1) нашёл значения скорости звука в исследуемых материалах, используя длины стержней L и коэффициенты k :

Таблица 8: Скорость звука в исследуемых материалах

N	Медь	Сталь	Дюралюминий
$u, \text{м/с}$	3896.5	4954.2	5105.0

Относительная погрешность вычисления скорости звука: $\varepsilon_u = \sqrt{\left(\frac{\sigma_k}{k}\right)^2 + \left(\frac{\sigma_L}{L}\right)^2}$

3.16 Определение модуля исследуемых материалов

Определил модули Юнга E исследуемых материалов: из формулы (2) получил, что $E = u^2 p$.

Погрешность вычисления модуля Юнга: $\varepsilon_E = \sqrt{4 \left(\frac{\sigma_u}{u}\right)^2 + \left(\frac{\sigma_p}{p}\right)^2}$

Таблица 9: Модуль Юнга

N	Медь	Сталь	Дюралюминий
$E, \text{ГПа}$	130.0	192.8	72.9
$\varepsilon_E \%$	2.2	1.8	2.5
$\sigma_E, \text{ГПа}$	3.0	3.4	2.0

4 Выводы

Исследовано явление акустического резонанса в тонком стержне; измерена скорость распространения продольных звуковых колебаний в тонких стержнях из различных материалов и различных размеров; измерены модули Юнга различных материалов. Точность измерений и вычислений нормальная, что позволяет с небольшими погрешностями измерить модуль Юнга различных металлов с помощью метода акустического резонанса.