

## Лабораторная работы 1.2.1

Старостин Александр, Б01-401

26 Ноября, 2024 год

## Определение скорости полета пули при помощи баллистического маятника

### 1 Аннотация

**Цель работы:** Определить скорость полёта пули применяя законы сохранения и используя баллистические маятники.

**В работе используются:** Духовое ружьё на штативе, осветитель, оптическая система для измерения отклонений маятника, измерительная линейка, пули и весы для их взвешивания, баллистические маятники.

### 2 Теоретические сведения

#### 2.1 Поступательное движение баллистического маятника

При контакте пули с цилиндром можно записать ЗСИ:

$$mu = (M + m)V \quad (1)$$

где  $m$  – масса пули,  $u$  – скорость пули перед ударом,  $V$  – скорость цилиндра вместе с пулей после удара.

$$u = \frac{M + m}{m}V \approx \frac{M}{m}V \quad V^2 = 2gh \quad h = L(1 - \cos\varphi) = 2L^2 \sin^2 \frac{\varphi}{2} \quad \varphi \approx \frac{\Delta x}{L} \quad (2)$$

где  $\varphi$  – угол отклонения маятника от вертикали,  $\Delta x$  – отклонение маятника

Тогда скорость пули можно выразить как

$$u = \frac{M}{m} \sqrt{\frac{g}{L}} \Delta x \quad (3)$$

#### 2.2 Крутильный баллистический маятник

Считая удар неупругим, можно записать уравнение

$$mur = I\Omega$$

$r$  – расстояние от линии полёта пули до оси вращения,  $I$  – момент инерции относительно этой оси,  $\Omega$  – угловая скорость маятника сразу после удара.

Можно пренебречь затуханием колебаний и потерями энергии и записать ЗСЭ:

$$k \frac{\varphi^2}{2} = I \frac{\Omega^2}{2}$$

где  $k$  – модуль кручения проволоки,  $\varphi$  – максимальный угол поворота маятника, тогда:

$$u = \varphi \frac{\sqrt{kI}}{mr} \quad (4)$$

$$\varphi \approx \frac{x}{d} \quad (5)$$

где  $x$  – смещение изображения нити осветителя на шкале.

Периоды колебаний маятника с грузами и без можно выразить как

$$T_1 = 2\pi \sqrt{\frac{I - 2MR^2}{k}} \quad T_2 = 2\pi \sqrt{\frac{I}{k}}$$

Тогда  $\sqrt{kI}$  можно найти как:

$$\sqrt{kI} = \frac{4\pi MR^2 T_2}{T_2^2 - T_1^2} \quad (6)$$

$R$  – расстояние от оси вращения до центров грузиков,  $M$  – масса грузиков.

### 3 Ход работы

#### 3.1 Поступательное движение баллистического маятника

##### 3.1.1 Знакомство с устройством установки

Мы ознакомились с устройством баллистического маятника и измерительной установки, научились пользоваться духовым ружьём.

### 3.1.2 Измерение масс пуль

Измерим массу каждой пули с помощью точных весов:

Таблица 1: Массы пуль

Номер пули	Масса пули $m \pm 0.005$ г
1	0.512
2	0.512
3	0.511
4	0.510
5	0.513

Масса маятника  $M = 2925 \pm 5$ , г

### 3.1.3 Измерение высоты подвеса баллистического маятника

Измерим высоту подвеса баллистического маятника  $L$ :

Таблица 2: Измерение расстояния  $L$

Номер измерения	$L \pm 0.1$ см
1	221.4
2	219.9
3	222.1
4	221.1

Среднее расстояние  $\bar{L} = 221.1 \pm 0.2$  см

### 3.1.4 Установка оптической системы

Мы собрали оптическую систему, предназначенную для измерения перемещения маятника, включили осветитель и добились чёткого изображения шкалы на экране.

### 3.1.5 Производство холостых выстрелов

Мы произвели несколько холостых выстрелов по маятнику и убедились в том, что он практически не реагирует на удар воздушной струи из ружья.

### 3.1.6 Проверка малости затухания колебания

Мы убедились в малом затухании колебаний: за десять колебаний колебаний их амплитуда уменьшалась меньше, чем наполовину. Ниже приведены результаты измерений:

Таблица 3: Проверка малости затухания колебания

Количество колебаний	Амплитуда в начале $A_1$ , см	Амплитуда в конце $A_2$ , см
10	$2.1 \pm 0.1$	$1.9 \pm 0.1$

$\frac{A_1}{A_2} = \frac{2.1}{1.9} = 1.105 < 2$ , значит затухание колебаний малое.

### 3.1.7 Производство выстрелов

Мы произвели 5 выстрелов и определили по формуле (3) скорость пули при каждом выстреле. Результаты измерений приведены в таблице:

Таблица 4: Результаты выстрелов

Номер пули	Отклонение до выстрела $x_1$ , мм	Отклонение после выстрела $x_2$ , мм	Скорость полёта пули $u$ , м/с
1	$0.1 \pm 0.1$	$11.8 \pm 0.1$	$142.13 \pm 2.21$
2	$0.1 \pm 0.1$	$11.9 \pm 0.1$	$142.79 \pm 2.21$
3	$0.1 \pm 0.1$	$11.8 \pm 0.1$	$144.97 \pm 2.27$
4	$0.1 \pm 0.1$	$11.3 \pm 0.1$	$135.01 \pm 2.15$
5	$0.1 \pm 0.1$	$11.8 \pm 0.1$	$141.31 \pm 2.19$

Приборная погрешность скорости полёта пули  $\sigma_u^{\text{приб}} = u \sqrt{(\frac{\sigma_M}{M})^2 + (\frac{\sigma_m}{m})^2 + (\frac{\sigma_L}{2L})^2 + (\frac{\sqrt{\sigma_{x_1}^2 + \sigma_{x_2}^2}}{x_2 - x_1})^2}$

### 3.1.8 Определение погрешности скорости пули в каждом выстреле

Погрешность скорости каждой пули при выстреле рассчитаны в предыдущем пункте.

### 3.1.9 Определение средней скорости полёта пули

Из таблицы получаем, что:

Средняя скорость полёта пули  $\bar{u} = 141.24 \pm 2.77$ , м/с

Погрешность измерения средней скорости полёта пули  $\sigma_u = \sqrt{(\sigma_u^{\text{приб}})^2 + (\sigma_u^{\text{случ}})^2}$

$\sigma_u^{\text{приб}}$  смотреть в пункте 3.1.7

$$\sigma_u^{\text{случ}} = \sqrt{\frac{1}{N(N-1)} \sum_{i=1}^N (u_i - \bar{u})^2}$$

$N = 5$

## 3.2 Крутильный баллистический маятник

### 3.2.1 Знакомство с устройством установки

Мы ознакомились с конструкцией установки и научились пользоваться духовым ружьём.

### 3.2.2 Измерение масс пуль

Измерим массу каждой пули с помощью точных весов:

Таблица 5: Массы пуль

Номер пули	Масса пули $m \pm 0.005$ г
1	0.512
2	0.514
3	0.502
4	0.516
5	0.515

Масса каждого груза  $M = 735.5 \pm 0.3$ , г

### 3.2.3 Измерение размеров установки

Измерим размеры установки:

Расстояние от оси вращения до центра масс одного из грузов  $R = 33.5 \pm 0.1$  см

Расстояние от оси вращения до центра одной из мишеней  $r = 22.0 \pm 0.1$  см

Расстояние от оси вращения до шкалы  $d = 137.0 \pm 0.2$  см

### 3.2.4 Установка оптической системы

Мы собрали оптическую систему, предназначенную для измерения поворота маятника, включили лазер и добились его отметки на нуле шкалы.

### 3.2.5 Произведение холостых выстрелов

Мы произвели несколько холостых выстрелов по маятнику и убедились в том, что он практически не реагирует на удар воздушной струи из ружья.

### 3.2.6 Проверка малости затухания колебания

Мы убедились в малом затухании колебаний: за десять колебаний колебаний их амплитуда уменьшалась меньше, чем наполовину. Ниже приведены результаты измерений:

Таблица 6: Проверка малости затухания колебания

Количество колебаний	Амплитуда в начале $A_1$ , см	Амплитуда в конце $A_2$ , см
10	$12.1 \pm 0.1$	$10.6 \pm 0.1$

$\frac{A_1}{A_2} = \frac{12.1}{10.6} = 1.142 < 2$ , значит затухание колебаний малое.

### 3.2.7 Измерение периодов

Результаты измерений периодов приведены в таблице:

Таблица 7: Измерение периодов колебаний

Количество колебаний	Время с грузами $t_1$ , с	Время без грузов $t_2$ , с
10	$67.0 \pm 0.3$	-
10	$67.1 \pm 0.3$	-
10	$67.1 \pm 0.3$	-
10	-	$50.1 \pm 0.3$
10	-	$50.2 \pm 0.3$
10	-	$50.1 \pm 0.3$

Средний период с грузами  $\overline{T}_1 = 6.71 \pm 0.03$ , с

Средний период без грузов  $\overline{T}_2 = 5.01 \pm 0.03$ , с

Погрешность периода  $\sigma_T = \sqrt{(\sigma_T^{\text{приб}})^2 + (\sigma_T^{\text{случ}})^2}$

$$\sigma_T^{\text{приб}} = T \frac{\sigma_t}{t}$$

$$\sigma_T^{\text{случ}} = \sqrt{\frac{1}{N(N-1)} \sum_{i=1}^N (T_i - \overline{T})^2}$$

$N = 3$

По формуле (6) найдём:

$$\sqrt{kI} = 0.35 \pm 0.1, \text{ м}^2 \cdot \text{кг}/\text{с}^2$$

Погрешность измеренной величины  $\sigma_{\sqrt{kI}} = \sqrt{kI} \sqrt{(\frac{\sigma_M}{M})^2 + (\frac{4\sigma_R}{R})^2 + (\frac{\sigma_{T_2}}{T_2})^2 + (\frac{\sqrt{(2\sigma_{T_2})^2 + (2\sigma_{T_1})^2}}{T_2^2 - T_1^2})^2}$

### 3.2.8 Производство выстрелов

Мы произвели 5 выстрелов и определили по формуле (4) скорость пули при каждом выстреле. Результаты измерений приведены в таблице:

Таблица 8: Результаты выстрелов

Номер пули	Отклонение до выстрела $x_1$ , мм	Отклонение после выстрела $x_2$ , мм	Скорость полёта пули $u$ , м/с
1	$0.9 \pm 0.1$	$4.3 \pm 0.1$	$77.19 \pm 11.74$
2	$0.3 \pm 0.1$	$4.1 \pm 0.1$	$86.27 \pm 12.98$
3	$0.2 \pm 0.1$	$4.4 \pm 0.1$	$95.54 \pm 14.25$
4	$0.2 \pm 0.1$	$4.0 \pm 0.1$	$86.61 \pm 13.03$
5	$0.1 \pm 0.1$	$4.2 \pm 0.1$	$92.90 \pm 13.85$

Приборная погрешность скорости полёта пули  $\sigma_u^{\text{приб}} = u \sqrt{(\frac{\sigma_{\sqrt{kI}}}{2\sqrt{kI}})^2 + (\frac{\sigma_m}{m})^2 + (\frac{\sigma_r}{r})^2 + (\frac{\sigma_d}{d})^2 + (\frac{\sqrt{\sigma_{x_1}^2 + \sigma_{x_2}^2}}{x_2 - x_1})^2}$

### 3.2.9 Определение погрешности скорости пули в каждом выстреле

Погрешность скорости каждой пули при выстреле рассчитаны в предыдущем пункте.

### 3.2.10 Определение средней скорости полёта пули

Из таблицы получаем, что:

Средняя скорость полёта пули  $\overline{u} = 87.70 \pm 13.55$ , м/с

Погрешность измерения средней скорости полёта пули  $\sigma_u = \sqrt{(\sigma_u^{\text{приб}})^2 + (\sigma_u^{\text{случ}})^2}$

$\sigma_u^{\text{приб}}$  смотреть в пункте 3.2.8

$$\sigma_u^{\text{случ}} = \sqrt{\frac{1}{N(N-1)} \sum_{i=1}^N (u_i - \overline{u})^2}$$

$N = 5$

## 4 Вывод

Мы определили средние скорости полёта пуль из разных ружей, применяя законы сохранения и используя баллистические маятники.