**ПРИМЕР 4. В нижеследующей таблице представлены ранжирования 14-ю экспертами 5 (пяти) факторов-объектов (например, ранжирования программных продуктов по критериям-характеристикам потребительского качества и т.д.).**

**Требуется:**

**1) Рассчитать расстояния Кемени между 3-мя (тремя) ранжированиями (номера экспертов будут указаны в индивидуальном задании).**

**2) Выполнить преобразование матрицы расстояний Кемени в относительные единицы и, выбрав пороговое значение относительного расстояния, построить графы взаимосвязи между ранжированиями (упорядочениями) 3-х экспертов.**

**3) Сделать выводы по результатам расчетов, указав способы вычисления медианы Кемени (точном и приближенном)**

|  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| **Исх.**  **объекты** | **Э1** | **Э2** | **Э3** | **Э4** | **Э5** | **Э6** | **Э7** | **Э8** | **Э9** | **Э10** | **Э11** | **Э12** | **Э13** | **Э14** |
| **a** | **a** | **b** | **b** | **b** | **b** | **d** | **b** | **h** | **a** | **c** | **c** | **d** | **h** | **a** |
| **b** | **c** | **c** | **c** | **a** | **a** | **h** | **c** | **d** | **c** | **b** | **b** | **h** | **a** | **c** |
| **c** | **b** | **a** | **a** | **c** | **c** | **b** | **a** | **b** | **b** | **a** | **a** | **a** | **c** | **h** |
| **d** | **d** | **h** | **d** | **d** | **h** | **c** | **d** | **c** | **h** | **h** | **d** | **c** | **b** | **d** |
| **h** | **h** | **d** | **h** | **h** | **d** | **a** | **h** | **a** | **d** | **d** | **h** | **b** | **d** | **b** |

**Предположим, что Вам заданы ранжирования экспертов Э4, Э10, Э11.**

**Таблица 1**

|  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- |
| **Исх.**  **объекты** | **Э4** | **Э10** | **Э11** |
| **a** | **b** | **c** | **c** |
| **b** | **a** | **b** | **b** |
| **c** | **c** | **a** | **a** |
| **d** | **d** | **h** | **d** |
| **h** | **h** | **d** | **h** |

**Пусть каждый из объектов – это один из вариантов (Vi) интерфейса программного продукта (ПП) - ИС, веб-приложения и др., а экспертов-участников экспертного опроса обозначим английскими буквами E1, E2, E3.**

**Таблица 2**

|  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- |
| **Исх.**  **объекты** | **E1** | **E2** | **E3** |
| **V1a** | **b** | **c** | **c** |
| **V2b** | **a** | **b** | **b** |
| **V3c** | **c** | **a** | **a** |
| **V4d** | **d** | **h** | **d** |
| **V5h** | **h** | **d** | **h** |

**Начинается опрос - ПЕРВЫЙ ТУР (ШАГ) опроса экспертов (или будущих покупателей) по методу пошагового уточнения ранжирования объектов (ПУРО).**

**Всем участвующим в экспертизе потенциальным пользователям-экспертам показывают исходные объекты (см. Таблицу 3) и просят проранжировать (выполнить упорядочение по степени привлекательности или полезности, понятности, удобства использования и т.д.) все подготовленные варианты интерфейса ПП (в данном случае, всего 5 вариантов).**

**Таблица 3**

|  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- |
| **Исх.**  **объекты** | **E1** | **E2** | **E3** |
| **V1a** | **V2** | **V3** | **V3** |
| **V2b** | **V1** | **V2** | **V2** |
| **V3c** | **V3** | **V1** | **V1** |
| **V4d** | **V4** | **V5** | **V4** |
| **V5h** | **V5** | **V4** | **V5** |

**Представим каждое из ранжирований Ei в виде матрицы упорядочения в канонической форме: 1, если Vi предшествует Vj; -1, если Vj предшествует Vi, или 0, если Vi и Vj равноценны. Тогда ранжирования экспертов, представленные в таблице 3, примут вид:**

**Таблица 4**

|  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| **E1** | **V1** | **V2** | **V3** | **V4** | **V5** |
| **V1a** | **0** | **-1** | **1** | **1** | **1** |
| **V2b** | **1** | **0** | **1** | **1** | **1** |
| **V3c** | **-1** | **-1** | **0** | **1** | **1** |
| **V4d** | **--1** | **-1** | **-1** | **0** | **1** |
| **V5h** | **-1** | **-1** | **-1** | **-1** | **0** |

**Таблица 5**

|  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| **E2** | **V1** | **V2** | **V3** | **V4** | **V5** |
| **V1a** | **0** | **-1** | **-1** | **1** | **1** |
| **V2b** | **1** | **0** | **-1** | **1** | **1** |
| **V3c** | **1** | **1** | **0** | **1** | **1** |
| **V4d** | **-1** | **-1** | **-1** | **0** | **-1** |
| **V5h** | **-1** | **-1** | **-1** | **1** | **0** |

**Таблица 6**

|  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| **E3** | **V1** | **V2** | **V3** | **V4** | **V5** |
| **V1a** | **0** | **-1** | **-1** | **1** | **1** |
| **V2b** | **1** | **0** | **-1** | **1** | **1** |
| **V3c** | **1** | **1** | **0** | **1** | **1** |
| **V4d** | **-1** | **-1** | **-1** | **0** | **1** |
| **V5h** | **-1** | **-1** | **-1** | **-1** | **0** |

**Теперь необходимо рассчитать расстояния между ранжированиями E1-E3, используя формулу Кемени:**

**Dij=1/2∑∑l Fij - Rijl**

**Расстояния между ранжированиями, рассчитанные по формуле Кемени, представим в виде Таблицы 7.**

**Таблица 7**

|  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- |
| **Dij** | **E1** | **E2** | **E3** |
| **E1** | **0** | **6** | **4** |
| **E2** | **6** | **0** | **2** |
| **E3** | **4** | **2** | **0** |

**Определим общее расстояние между всеми участниками опроса-потенциальными пользователями, и медиану Кемени (почти точно, если экспертов ≥20):**

**Таблица 8**

|  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| **Dij** | **E1** | **E2** | **E3** | **Сумма расстояний**  **По строкам** | **Сумма квадратов расстояний**  **По строкам** | **Медиана, т.е. самое**  **согласованное со всеми**  **участниками ранжирование** |
| **E1** | **0** | **6** | **4** | **10** | **36+16=52** |  |
| **E2** | **6** | **0** | **2** | **8** | **36+4=40** |  |
| **E3** | **4** | **2** | **0** | **6** | **16+4=20** | **Медиана, т.к. сумма**  **квадратов расстояний**  **минимальна** |
|  | | | | **Общая сумма после**  **Первого тура (шага)**  **равна 24** |  | |

**Если обозначить буквой *m* количество вариантов интерфейса, то максимальное расстояние между ранжированиями будет равно: Dmax=m(m-1)=5\*4=20.**

**Для построения графа взаимосвязи между ранжированиями представим таблицу 7 в относительных единицах, разделив каждое из расстояний на Dmax:**

**Таблица 9**

|  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- |
| **Dij** | **E1** | **E2** | **E3** |
| **E1** | **0** | **0,3** | **0,2** |
| **E2** | **0,3** | **0** | **0,1** |
| **E3** | **0,2** | **0,1** | **0** |

**Выберем пороговое значение расстояния Кемени dporog равным 0,1. И построим матрицу, элементы которой равны 1, если di ≤ dporog, 0, если di=0. Оказалось, что при выбранном пороговом значении 0,1 *взаимосвязаны* только ранжирования экспертов E2 и E3.**

**Таблица 10**

|  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- |
| **Dij** | **E1** | **E2** | **E3** |
| **E1** | **0** | **0** | **0** |
| **E2** | **0** | **0** | **1** |
| **E3** | **0** | **1** | **0** |

**В том случае, если обнаружено несколько групп взаимосвязанных ранжирований, то определяют *медианы* для каждой из образовавшихся групп.**

**На этом ПЕРВЫЙ ТУР (ШАГ) завершен. Всех участников экспертного опроса информируют о том, как выглядит общая (для всех участников) МЕДИАНА, и просят при желании изменить свои ранжирования первого тура.**

**Определим теперь, при каком изменении (в %) общего (суммарного) рассогласования можно прекращать опросы. Установим пороговую величину рассогласования, например, в 5%.**

**Предположим теперь, что, *ознакомившись с результатами первого тура*, участник E1 изменил своё первоначальное ранжирование. Тогда исходная Таблица для ВТОРОГО ТУРА (ШАГА) примет вид:**

**Таблица 11**

|  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- |
| **Исх.**  **объекты** | **E1** | **E2** | **E3** |
| **V1a** | **V2** | **V3** | **V3** |
| **V2b** | **V1** | **V2** | **V2** |
| **V3c** | **V4** | **V1** | **V1** |
| **V4d** | **V3** | **V5** | **V4** |
| **V5h** | **V5** | **V4** | **V5** |

**Матрица упорядочения в канонической форме для E1 во ВТОРОМ ТУРЕ (ШАГЕ) имеет вид (для E2 и E3 матрицы упорядочения не изменились):**

**Таблица 12**

|  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| **E1** | **V1** | **V2** | **V3** | **V4** | **V5** |
| **V1a** | **0** | **-1** | **1** | **1** | **1** |
| **V2b** | **1** | **0** | **1** | **1** | **1** |
| **V3c** | **-1** | **-1** | **0** | **-1** | **1** |
| **V4d** | **--1** | **-1** | **1** | **0** | **1** |
| **V5h** | **-1** | **-1** | **-1** | **-1** | **0** |

**Матрица расстояний между ранжированиями имеет вид Таблицы 13.**

**Таблица 13**

|  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- |
| **Dij** | **E1** | **E2** | **E3** |
| **E1** | **0** | **8** | **6** |
| **E2** | **8** | **0** | **2** |
| **E3** | **6** | **2** | **0** |

**Определим после ВТОРОГО ТУРА (ШАГА) общее расстояние между всеми участниками опроса-потенциальными пользователями, и рассчитаем медиану Кемени (почти точно, если экспертов ≥20):**

**Таблица 14**

|  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| **Dij** | **E1** | **E2** | **E3** | **Сумма расстояний**  **По строкам** | **Сумма квадратов расстояний**  **По строкам** | **Медиана, т.е. самое**  **согласованное со всеми**  **участниками ранжирование** |
| **E1** | **0** | **8** | **6** | **14** | **64+36=100** |  |
| **E2** | **8** | **0** | **2** | **10** | **64+4=68** |  |
| **E3** | **6** | **2** | **0** | **8** | **36+4=40** | **Медиана, т.к. сумма**  **квадратов расстояний**  **минимальна** |
|  | | | | **Общая сумма после**  **ВТОРОГО тура (шага)**  **равна 32** |  | |

**Определим теперь, не пора ли завершать опросы. Для этого оценим, на сколько процентов изменилось суммарное рассогласование ОР:**

**ОР=(32-24)\*100/24=33,3%, что значительно больше, чем 5%.**

**Поэтому нужно проводить очередной ТРЕТИЙ Тур. И т.д.**