

Задача:

Период полураспада (время, за которое разрушается половина изотопов) изотопа иттрия-90 составляет 64 часа.

- 1) За какое время распадется $\frac{1}{4}$ всех изотопов?
- 2) Взяли 4 изотопа. С какой вероятностью через 128 часов не распадется ни одного изотопа? А ровно 2 изотопа?

Решение:

Из определения периода полураспада ($\tau_{1/2}$) количество нераспавшихся изотопов через время t будет определяться по формуле

$$N_{\text{ост}}/N_{\text{исх}} = (1/2)^{t/\tau_{1/2}}$$

Видно, что за 32 часа останется всего лишь

$$N_{\text{ост}}/N_{\text{исх}} = 1/2^{1/2} = 0,71$$

от исходного количества изотопов, что уже меньше, чем требуется по условию. Чтобы рассчитать время, за которое распадется $\frac{1}{4}$ (а останется $\frac{3}{4}$) изотопов, придется провести дополнительные преобразования:

$$t = \tau_{1/2} \cdot \frac{\ln \frac{N_{\text{исх}}}{N_{\text{ост}}}}{\ln 2} = 64 \text{ ч} \cdot \frac{\ln \frac{4}{3}}{\ln 2} = 26,6 \text{ ч}$$

Для ответа на вторую часть задачи потребуется переформулировать понятие периода полураспада. Для отдельных частиц его можно рассматривать как время, за которое каждый отдельный изотоп распадается с вероятностью $\frac{1}{2}$. Т.е. вероятность выжить через 2 периода полураспада (128 часов) для каждого отдельного изотопа составляет $\frac{1}{4}$. Чтобы определить вероятность сохранения всех 4 изотопов, нужно перемножить вероятности не распасться для каждого из них, т.е. суммарная вероятность составит $(\frac{1}{4})^4 = 0,39\%$.

В случае распада ровно двух изотопов потребуется рассмотреть все варианты. Пронумеруем частицы цифрами от 1 до 4.

Условию соответствуют следующие варианты: распались 1 и 2, остались 3 и 4; распались 1 и 3, остались 2 и 4; распались 1 и 4, остались 2 и 3; распались 2 и 3, остались 1 и 4; распались 2 и 4, остались 1 и 3; распались 3 и 4, остались 1 и 2.

Вероятность всех этих 6 вариантов будет одинаковой и равной произведению вероятности для 2 изотопов распасться ($\frac{3}{4}$ для каждого), а для 2 сохраниться ($\frac{1}{4}$ для каждого).

Т.е. суммарная вероятность составит $6 \cdot (\frac{3}{4})^2 \cdot (\frac{1}{4})^2 = 21,1\%$.