НАЦИОНАЛЬНЫЙ ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ ИТМО
Факультет программной инженерии и компьютерной техники

Информатика
Лабораторная работа № 6

Выполнил студент:
Шадрухин Александр Сергеевич
Группа № P3125
Преподаватель: Болдырева Елена Александровна

г. Санкт-Петербург
2022

что она обязана повторить вызов. Кроме того, жюри имеет право часть очков не распределять между командами вообще.

Расписание ролей команд надо составлять так, чтобы каждая команда могла вызвать каждую другую. Если бой ведется по 6 (или 12) задачам, то в 6 турах как раз получаются все перестановки 3 команд (3!=6): ABC, BCA, CAB, ACB, CBA, BAC.

Задачи математического боя в Челябинске на Всесоюзной математической олимпиаде *)

1._Дана последовательность_ $\{a_n\}$ _и функция f такая, что .f (n+1) - - f (n)_ $\geq$ _n + 1. Известно, что_ $a_n \leq$ $\leq a_{n+1} + a_{f(n)}$. _Докажите, что можно указать такие члены_ a_i , ..., a_{i_k} , _что_ $a_{i_1}+a_{i_2} + \ldots + a_{i_k} > 100$.

2._В сыре, имеющем форму куба._ $n \times n \times n$, _вырезана сферическая дырка диаметра 1. Найти минимальное число плоских разрезов, позволяющих наверняка ее обнаружить._

3._Каждая страна на плоскости состоит из одного или двух кусков._

*)_Эту часть статьи подготовил к печати председатель жюри математического боя Л.Г. Лиманов._

Докажите, что карту можно правильно раскрасить 12 цветами.

4._В треугольнике ABC построены внутренним образом равнобедренные треугольники ABC', BCA', ACB'. Доказать, что прямые_ CC_1 , BB_1 _и_ AA_1 , _перпендикулярные A'B' , A'C' и B'C' соответственно, пересекаются в одной точке._

5._Для всякого n можно указать такое m, что из m человек можно выбрать n попарно знакомых или n попарно незнакомых._

6. _Даны числа_ a_0, a_1, a_2, ..., a_n, _причем_ $a_0 = a_n = 0$, $a_i > 0$ _при_ $i \neq 0$, _n и_ $\frac{a_{s-1}+a_{s+1}}{2} \geq a_s \cos\frac{\pi}{k}$. _Доказать, что_ $n \geq k$.

7._Дана функция f на отрезке_[ab], _причем_

$f + f > 0$, $f(a) = f(b) = 0$,

$f(x) > 0$ _на_ (ab).

Доказать, что $b - a \geq \pi$ *).

8. _Пусть a и n - наутральные числа, большие 1. Доказать, что_

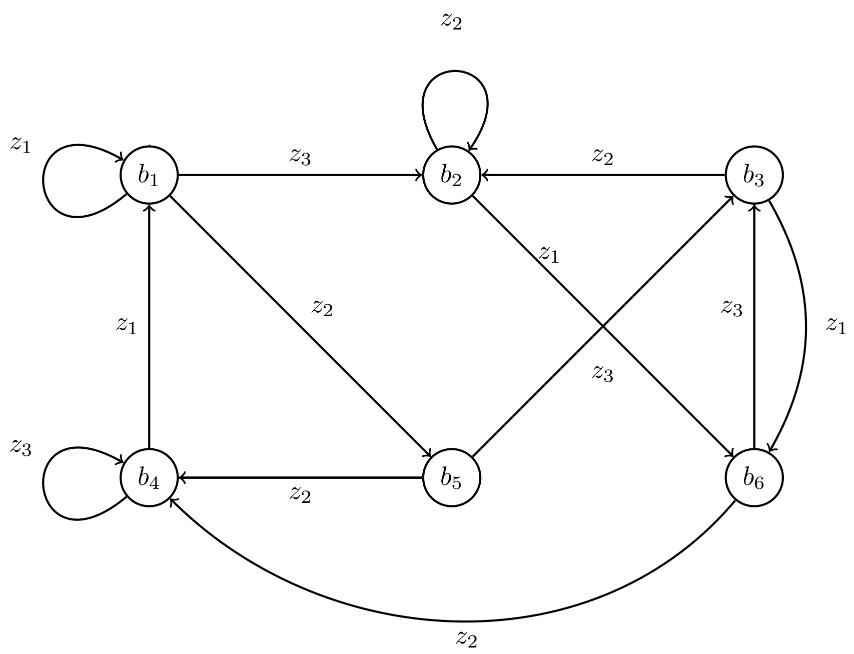
$$a^n - a \neq \sum_d \frac{a^n - 1}{a^d - 1} \,,$$

где суммирование ведется по некоторым делителям d числа n.

*)_f" - вторая производная функции f. Считается, что она существует во всех точках отрезка_ $[a, b]$.

В ≪Кванте≫ № 6 следующие опечатки:

стр.			напечатано	должно быть
75	правая колонка	14 строка снизу	5a $\pm\sqrt{a^2+4a}$	5a - $\sqrt{a^2+4a}$
77	левая колонка	8 строка снизу	$20\sqrt{21}$, $20\sqrt{21}$	$10\sqrt{21}$, $10\sqrt{21}$
77	правая колонка	7 строка сверху	S	$2S$


z_2
z_1
b_1
z_3
b_2
z_2
b_3
z_1
z_2
z_1
z_3
z_1
z_3
z_3
b_4
b_5
b_6
z_2
z_2