

Национальный исследовательский университет ИТМО
Факультет программной инженерии и компьютерной техники

Лабораторная работа №7
Работа с системой компьютерной вёрстки T_EX

Выполнил: Щербаков Александр Валерьевич

Группа Р3110

Преподаватель: Балакшин Павел Валерьевич

Вариант: 39

Год выпуска: 1974

Номер выпуска: 9

Санкт-Петербург
2020г.



что она обязана повторить вызов. Кроме того, жюри имеет право часть очков не распределять между командами вообще.

Расписание ролей команд надо составлять так, чтобы каждая команда могла вызвать каждую другую. Если бой ведется по 6 (или 12) задачам, то в 6 турах как раз получаются все перестановки 3 команд ($3! = 6$): ABC, BCA, CAB, ACB, CBA, BAC.

Задачи математического боя в Челябинске на Всесоюзной математической олимпиаде*)

1. Дана последовательность $\{a_n\}$ и функция f такая, что $f(n+1) - f(n) \geq n+1$. Известно, что $a_n \leq a_{n+1} + a_{f(n)}$. Докажите, что можно указать такие члены a_{i_1}, \dots, a_{i_k} , что $a_{i_1} + a_{i_2} + \dots + a_{i_k} > 100$.
 2. В сыре, имеющем форму куба $n \times n \times n$ вырезана сферическая дырка диаметра 1. Найти минимальное число плоских разрезов, позволяющих наверняка ее обнаружить.
 3. Каждая страна на плоскости состоит из одного или двух кусков. Докажите, что карту можно правильно раскрасить 12 цветами.
- *) Эту часть статьи подготовил к печати председатель жюри математического боя Л.Г. Лиманов.

4. В треугольнике ABC построены внутренним образом равнобедренные треугольники ABC' , BCA' , ACB' . Доказать, что прямые CC_1 , BB_1 и AA_1 , перпендикулярные $A'B'$, $A'C'$ и $B'C'$ соответственно, пересекаются в одной точке.

5. Для всякого n можно указать такое m , что из m человек можно выбрать n попарно знакомых или n попарно незнакомых.

6. даны числа $a_0, a_1, a_2, \dots, a_n$, причем $a_0 = a_n = 0, a_i > 0$ при $i \neq 0, n$ и $\frac{a_{s-1} + a_{s+1}}{2} \geq a_s \cos \frac{\pi}{k}$. Доказать, что $n \geq k$.

7. Дана функция f на отрезке $[ab]$, причем $f + f'' > 0, f(a) = f(b) = 0, f(x) > 0$ на (ab) . Доказать, что $b - a \geq \pi$.

8. Пусть a и n - натуральные числа, больше 1. Доказать, что

$$a^n - a \neq \sum_d \frac{a^n - n}{a^d - 1}$$

где суммирование ведется по некоторым делителям d числа n .

*) f'' - это вторая производная функции g . Считается что она существует во всех точках отрезка $[a, b]$.

В "Кванте" №6 следующие опечатки:

стр			напечатано	должно быть
75	правая колонка	14 строка снизу	$5a \pm \sqrt{a^2 + 4a}$	$5a - \sqrt{a^2 + 4a}$
77	левая колонка	8 строка снизу	$20\sqrt{21}, 20\sqrt{21}$	$10\sqrt{21}, 10\sqrt{21}$
77	правая колонка	7 строка сверху	S	2S