Lista de ejercicios

1. En una cierta región de Rusia, la probabilidad de que una persona viva por lo menos 80 años es de 0.75 y la probabilidad de que el o ella viva por lo menos 90 años es de 0.63. ¿ Cuál es la probabilidad de que una persona seleccionada al azar de 80 años de edad de esta región sobreviva hasta tener 90 años?.

2. Sacamos ocho cartas al azar de una baraja ordinaria de 52 cartas. Dado que tres de ellas son espadas. ¿Cuál es la probabilidad de que las cinco cartas restantes sean también espadas?.

3. En un pequeño lago, se estima que hay aproximadamente 105 peces, de los cuales 40 son truchas y 65 son salmones. Un pescador cogió ocho peces. ¿Cuál es la probabilidad de que exactamente dos de ellos sean truchas si sabemos que al menos tres de ellos no lo son?.

4. Prueba que si $\mathbb{P}(A) = a$ y $\mathbb{P}(B) = b$ entonces $\mathbb{P}(A|B) \geq (a + b - 1)/b$.

5. Se selecciona aleatoriamente un número del conjunto $\{1, 2, \ldots, 10.000\}$ y se observa que es impar. ¿Cuál es la probabilidad de que sea divisible por 3 y que no sea divisible por 3 y 5?.

6. Una persona elige al azar uno de los seis parques de su ciudad todos los días y va allí por excursionismo. Se nos dice que fue visto en uno de estos parques, Lima1, una vez durante los últimos 10 días. ¿Cuál es la probabilidad de que durante ese periodo haya caminado en ese parque dos o más veces?.

7. En una escuela internacional, 60 estudiantes, de los cuales 15 son coreanos, 20 son franceses, 8 son griegos y el resto son chinos, se dividen al azar en cuatro clases de 15 estudiantes cada una. Si hay un total de ocho estudiantes franceses y seis coreanos en las clases A y B. ¿Cuál es la probabilidad de que la clase C tenga 4 de los 12 restantes estudiantes franceses y 3 de los restantes 9 estudiantes coreanos?.

8. Supongamos que se han mezclado cinco fusibles buenos y dos defectuosos. Para encontrar los defectuosos, los probamos uno por uno al azar y sin reemplazo. ¿ Cuál es la probabilidad de que encontremos ambos fusibles defectuosos en exactamente tres pruebas?.

9. En un juicio, el juez está 65% seguro de que Susana ha cometido un crimen. Roberto es un testigo que sabe si Susan es inocente o culpable. Sin embargo, Robert es el amigo de Susan y mentiria con una probabilidad de 0.25 si Susan es culpable. El dirá la verdad si ella es inocente. ¿ Cuál es la probabilidad de que Roberto cometa perjurio?.

10. Hay 14 empresas de mercadotecnia que contratan a nuevos graduados. Jessica encontró al azar los anuncios de reclutamiento de seis de estas empresas y les envió su curriculum vitae. Si tres de estas empresas de mercadotecnia están en Lima. ¿Cuál es la probabilidad de que Kate no se aplicara a una empresa de marcadotecnia en Lima?.

11. En un juego de cartas, dos cartas del mismo color y denominación forman un `par`. Por ejemplo, 8 de corazones y 8 de diamantes es un par, un rey de espadas y rey de clubes es otro. Si se seleccionan seis cartas al azar y sin reemplazo.¿ Cuál es la probabilidad de que no haya pares?.

12. Supongamos que el 75% de todas las personas con un historial de crédito mejoraran sus calificaciones de crédito dentro de los tres años. Supongamos que el 18% de la población en general tiene registros de crédito deficientes y de ellos sólo el 30% mejorará su calificación crediticia dentro de tres años.

    ¿Qué porcentaje de las personas que mejorarán sus registros de crédito dentro de los próximos tres años son los que actualmente tienen buenas calificaciones crediticias?.

13. Una cartas se sacan al azar de una baraja ordinaria de 52, una por una y sin reemplazo. ¿Cuál es la probabilidad de que no se extraiga ningún corazón antes de que se saque un as de espadas?.

14. En una serie de juegos, el número ganador del n-ésimo juego $n = 1, 2, 3, \ldots$ es un número seleccionado al azar del conjunto de enteros $\{1, 2, \ldots, n+2\}$. Clau apuesta en 1 en cada juego y dice que el dejará de jugar tan pronto como gane. ¿ Cuál es la probabilidad de que tenga que jugar indefinidamente?.

15. Dos jugadores juegan `cara o sello` en el cual cada vez que una moneda es lanzada y cae cara, el jugador A gana 1 sol de B y cada vez que cae sello, el jugador B gana 1 sol de A. Supongamos que el jugador A tiene inicialmente un sol y el jugador B tiene b soleses. Si continúan jugando este juego sucesivamente. ¿Cuál es la probabilidad de que A se arruine y que el juego va para siempre con nadie ganando?,

16. Supongamos que el 80% de las estudiantes de último año, el 70% son jovenes, el 50% de los estudiantes de segundo año y el 30% de los estudiantes de primer año de una universidad usan frecuentemente la biblioteca de su campus. Si el 30% de todos los estudiantes son estudiantes de primer año, el 25% son estudiantes de segundo año, el 25% son jovenes y el 20% son estudiantes de último año, ¿ qué porcentaje de todos los estudiantes usan la biblioteca con frecuentemente?.

17. Una urna contiene 10 chips blancos y 12 chips rojas. Dos chips se sacan al azar y sin mirar sus colores, se descartan. ¿ Cuál es la probabilidad de que un tercer chip sacado sea rojo?.

18. Si el 5% de los hombres y el $0,25$% de las mujeres son daltónicos.¿ Cuál es la probabilidad que una persona seleccionada aleatoriamente sea daltónico?.

19. Supongamos que el 40% de los estudiantes de un campus universitario son mujeres. Si el 20% de las mujeres y el 16% de los hombres de este campus son estudiantes A, ¿ qué porcentaje de todos ellos son estudiantes A?.

20. Jessica tiene tres coches de diferentes modelos: A, B y C. Las probabilidades de que los modelos A, B y C usen más de 3 galones de gasolina de la casa de Jessica a su trabajo son $0.25, 0.32$ y 0.53, respectivamente. En un cierto dia, los tres coches de Jessica tienen 3 galones de gasolina cada uno. Jessica elige uno de sus carros al azar y sin prestar atención a la cantidad de gasolina en el coche lo conduce hacia su oficina. ¿ Cuál es la probabilidad de que llegue a la oficina?.

21. Supongamos que existen N familias en la tierra y que el número máximo de hijos de una familia es c. Sea $\alpha_j (0 \leq j \leq c, \sum_{j=0}^{c} \alpha_j = 1)$ la fracción de familias con j niños. Encuentra la fracción de todos los niños en el mundo que son los k-nacidos de sus familias ($k = 1, 2, \ldots, c$).

22. Sea B un evento del espacio muestral S con $\mathbb{P}(B) > 0$. Para un subconjunto A de S, definimos $Q(A) = \mathbb{P}(A|B)$. Prueba que Q es una función de probabilidad. Para eventos E y F de S con $\mathbb{P}(F \cap B) > 0$ prueba que $Q(E|F) = \mathbb{P}(E|F \cap B)$.

23. Supongamos que el 40% de los estudiantes de un campus, que están casados con estudiantes del mismo campus, son mujeres. Además, supongamos que el 30% de los que están casados, pero no con estudiantes de este campus, también son mujeres. Si un tercio de los estudiantes casados en este campus están casados con otros estudiantes en este campus. ¿ Cuál es la probabilidad de que un estudiante casado seleccionado aleatoriamente de esta escuela sea una mujer?.

24. De familias con tres hijos, un niño es seleccionado al azar y encontramos que es un niña. ¿ Cuál es la probabilidad de que tenga una hermana mayor?. Supongamos que en una familia de tres hijos todas las distribuciones de sexo son igualmente probables.

25. Una caja contiene siete bolas rojas y 13 azules. Se seleccionan dos bolas al azar y se descartan sin que se vean sus colores. Si una tercera pelota es escogida aleatoriamente y se observa que es roja. ¿ Cuál es la probabilidad de que las dos bolas descartadas sean azules?.

26. En una transmisión de señales de punto y guión, un sistema de comunicación cambia $1/4$ de los puntos a guiones y $1/3$ de los guiones a puntos. Si el 40% de las señales transmitidas son puntos y el 60% son guiones. ¿ Cuál es la probabilidad de que un punto recibido sea realmente un punto transmitido?.

27. Un cáncer determinado se encuentra en una persona en 5000. Si una persona tiene la enfermedad, en el 92% de los casos el procedimiento de diagnóstico mostrará que el o ella realmente lo tiene. Si una persona no tiene la enfermedad, el procedimiento de diagnóstico en uno de cada 500 casos da un resultado positivo falso. Determine la probabilidad de que una persona con un resultado positivo dado por el diagnóstico tenga cáncer.

28. Las urnas A, B y C contienen tres peniques y cuatro monedas de diez centavos, dos peniques y cinco monedas de diez centavos, tres peniques y una moneda de diez centavos, respectivamente. Una moneda se selecciona al azar de cada urna. Si dos de las tres monedas son monedas de diez centavos. ¿ Cuál es la probabilidad de que la moneda seleccionada de la urna A sea una moneda de diez centavos?.

29. En un estudio se descubrió que el 25% de las pinturas de cierta galeria no son originales. Un coleccionista en el 15% de los casos comete un error al juzgar si una pintura es auténtica o una copia. Si compra una pieza pensando que es original. ¿ Cuál es la probabilidad de que no lo sea?.

30. Hay tres tarjetas idénticas que difieren sólo en color. Ambos lados de la primera son negros, ambos lados de la segunda son rojos y un lado de la tercera tarjeta es negro y el otro lado es rojo. Estas cartas se mezclan y una de ellas se selecciona al azar. Si la parte superior de esta tarjeta es roja. ¿ Cuál es la probabilidad de que el otro lado sea negro?.

31. Con una probabilidad de $1/6$ hay i fusibles defectuosos entre 1000 fusibles ($i = 0, 1, 2, 3, 4, 5$). Si entre 100 fusibles seleccionados al azar, ninguno era defectuoso. ¿ Cuál es la probabilidad de que no existan fusibles defectuosos?.

32. Hay dos establos en una granja, uno que contiene 20 caballos y 13 mulas, el otro con 25 caballos y ocho mulas. Los animalitos de vez en cuando dejan sus establos y luego regresan a sus establos. Supongamos que durante un periodo en que todos los animales están en sus establos, un caballo sale de un establo y luego regresa. ¿ Cuál es la probabilidad de que el siguiente animalito que salga del mismo establo sea también un caballo?.

33. Una urna contiene cinco chips rojos y tres azules. Supongamos que cuatro de estos chips son seleccionados al azar y transferidos a una segunda urna, que originalmente estaba vacía. Si un chip aleatorio de esta segunda urna es azul. ¿Cuál es la probabilidad de que dos chips rojos y dos azules fueran transferidos de la primera urna a la segunda?.

34. La ventaja de un cierto análisis de sangre es que el 90% de veces es positivo para los pacientes que tienen una cierta enfermedad. Su desventaja es que el 25% de las veces también es positivo en personas sanas. En un cierto lugar el 30% de la gente tiene la enfermedad y cualquier persona con una prueba de sangre positiva se le da un medicamento que cure la enfermedad. Si el 20% de veces el medicamento produce escocedura. ¿Cuál es la probabilidad de que una persona de este lugar que tiene escocedura tuvo la enfermedad en primer lugar?.

35. Clau lanza una moneda $n+1$ veces, Checha lanza la misma moneda n veces. ¿Cuál es la probabilidad de que Clau tenga más caras que Checha?.

36. Un dado se lanza dos veces. Sea A el evento que la suma de los resultados es impar y B el evento en que sale un 2 en el primer lanzamiento. ¿ Son A y B independientes?.¿Por qué o por qué no?.

37. El matemático italiano Giordano Cardano escribió una vez que si las probabilidades en favor de un evento son de 3 a 1, entonces las probabilidades a favor de la ocurrencia de ese evento en dos experimentos independientes consecutivos son 9 a 1. ¿ Es correcto lo que dice Cardano?.

38. Encuentra un ejemplo en el cual $\mathbb{P}(A \cap B) < \mathbb{P}(A)\mathbb{P}(B)$.

39. En una comunidad de M hombres y w mujeres, m hombres y w mujeres fuman ($m \leq M, w \leq W$). Si una persona es seleccionada al azar y A y B son los eventos que indican que una persona es hombre y fuma, respectivamente.¿ Bajo que condiciones A y B son independientes?.

40. Una moneda se lanza n veces. Demuestra que los eventos `al menos dos caras` y `una o dos sellos` son independientes si $n = 3$ pero dependientes si $n = 4$.