Lista de ejercicios

1. Una variable aleatoria discreta X toma el valor 1 si el número 6 aparece en un solo lanzamiento de un dado y toma el valor 0 de lo contrario. Encuentra la función generadora de probabilidad.

2. Halla la función generadora de probabilidad de una variable aleatoria discreta con función de masa de probabilidad dada por

$$p_X(k) = q^{k-1}p, \qquad k = 1, 2, \ldots$$

donde p y q son probabilidades tal que $p + q = 1$.

3. Considere una variable aleatoria discreta X cuya función generadora de probabilidad es dada por

$$\mathbb{G}_X(z) = e^z - e + 2 - z.$$

Encuentra las probabilidades $p_X(0), p_X(1), p_X(2), p_X(3)$ y $p_X(4)$. Generaliza el resultado. Encuentra la esperanza y varianza de X.

4. Un dado se lanza dos veces, con resultados X para el primer lanzamiento y Y para el segundo lanzamiento. Encuentra la función generadora de momentos $\mathbb{M}_{X+Y}(t)$ de $X + Y$ (tu respuesta debe ser una función de t y puede contener sumas finitas no simplificadas).

5. Sea $U_1, U_2, \ldots, U_{60}$ uniformemente distribuidad en el intervalo $(0, 1)$, independientes, idénticamente distribuidas y $X = U_1 + U_2 + \cdots + U_{60}$. Encuentra la funcón generadora de momentos de X.

6. Sea $X_n \sim \text{Binomial}(n.p_n)$ para todo $n \geq 1$, donde np_n es una constante $\lambda > 0$ para todo n (así $p_n = \lambda/n$). Sea $X \sim \text{Poisson}(\lambda)$. Muestra que la función generadora de momentos de X_n converge a la función generadora de momentos de X.

7. La función densidad de probabilidad de una variable aleatoria de X es dado por

$$f_X(x) = \frac{\alpha}{2}e^{-\alpha|x|}, \qquad -\infty < x < \infty,$$

para $\alpha > 0$. Prueba que $f_X(x)$ es una función densidad. Encuentra la función generadora de momentos de X y luego calcula la esperanza de X. (La variable X que tiene esta función densidad es conocida como Laplace.)