Lista de ejercicios

1. Una moneda muestra cara con una probabilidad p, o un sello con probabilidad $1-p$. Se lanza repetidamente hasta que aparezca la primera cara. Halla $\mathbb{P}(E)$, la probabilidad del evento E de que la primera cara aparezca en un número par de lanzamientos.

2. Se lanza un un dado repetidamente. ¿Cuál es la probabilidad de encontrar un seis por primera vez en un número impar de lanzamientos?.

3. Dos monedas, A y B, que muestran caras con probabilidades respectivas α y β, se distribuyen alternativamente, dando $ABABAB\ldots$. Encuentra la probabilidad del evento E en que A es la primera moneda en mostrar una cara.

4. Erika y Jessica están jugando un partido de tenis y el juego está en deuce. Erika gana cualquier punto con probabilidad p, independientemente de cualquier otro punto. ¿Cuál es la probabilidad de que gane el juego?.

5. Una mujer está embarazada de gemelos. Los gemelos pueden ser idénticos o mellizos (no idénticos). En general, $1/3$ de los gemelos nacidos son idénticos. Obviamente, los gemelos idénticos deben ser del mismo sexo, los gemelos fraternos (mellizos) pueden o no ser. Supongamos que los gemelos idénticos tienen la misma probabilidad de ser ambos niños o ambas niñas, mientras que para los mellizos todas las posibilidades son igualmente probables. Dada la información anterior, ¿cuál es la probabilidad de que los gemelos de la mujer sean idénticos?.

6. Una familia tiene 3 hijos, creativamente llamados A, B y C.
   - Discute intuitivamente (pero claramente) si el evento `A es mayor que B` es independiente del evento `A es mayor que C`.
   - Halla la probabilidad de que A sea mayor que B, dado que A es mayor que C.

7. ¿Es posible que un evento sea independiente de sí mismo? Si es así, ¿cuál es el caso?.

8. - Considere la siguiente versión de 7 puertas del problema de Monty Hall. Hay 7 puertas, detrás de una de las cuales hay un coche (que quieres) y detrás de las otras puertas hay cabras (que no quieres). Inicialmente, todas las posibilidades son igualmente probables de donde está el coche. Eliges una puerta. Monty Hall a continuación, abre 3 puertas con cabras y le ofrece la opción de cambiar a cualquiera de las 3 puertas restantes.

     Si Monty Hall sabe qué puerta tiene el coche, siempre abrirá 3 puertas con cabras y ofrecerá la opción de cambiar, además que Monty elige con igual probabilidades de todas sus opciones las puertas con cabras para abrir. ¿Deberías cambiar?. ¿Cuál es la probabilidad de éxito si se cambia a una de las 3 puertas restantes?.
   - Generalizamos al problema de Monty Hall donde hay $n \geq 3$ puertas, de las cuales Monty abre m puertas de cabra, con $1 \leq m \leq n-2$.

9. Es posible tener eventos A, B, C tales que $\mathbb{P}(A|C) < \mathbb{P}(B|C)$ y $\mathbb{P}(A|C^c) < \mathbb{P}(B|C^c)$, sin embargo $\mathbb{P}(A) > \mathbb{P}(B)$?. Es decir, A es menos probable que B dado que C es verdadera y también es menos probable que B dado que C es falso, sin embargo, A es más probable que B si no se nos da ninguna información sobre C. Muestra que esto es imposible o encuentra un contraejemplo con A, B y C.