

Кравцова Александра Николаевна, группа 12-1

Лабораторная работа № 3

Вариант № 8

Распознавание образов, описываемых гауссовскими случайными векторами с разными матрицами ковариаций

Цель работы

Синтезировать алгоритмы распознавания образов, описываемых гауссовскими случайными векторами с разными матрицами ковариаций. Исследовать синтезированные алгоритмы распознавания с точки зрения ожидаемых потерь и ошибок.

Задание

Реализовать алгоритм распознавания образов, описываемых гауссовскими случайными векторами с заданными параметрами. Получить матрицы ошибок на основе аналитических выражений и вычислительного эксперимента. Провести анализ полученных результатов и представить его в виде выводов по проделанной работе. Построить график зависимости ошибки второго рода в матрице Чернова (для первого класса) от расстояния между классами. Сравнить с теоретическим значением.

Предварительные данные:

$$\mu_1=[2 \ -3], \mu_2=[1 \ 10], C_1=[4 \ -2; \ -2 \ 4], C_2=[5 \ 1; \ 1 \ 5]$$

Код программы (Желтым выделены отличные от шаблона фрагменты):

```
%Файл pr53_rec_gaus_uneq. Синтез и анализ алгоритмов распознавания ГСВ с
%различными матрицами ковариации
% Построить график зависимости ошибки первого рода в матрице Чернова
% (для первого класса) от расстояния между классами. Сравнить с
% теоретическим значением.

DM = 0.5 : 5; % разные значения масштаба расстояний
err2c1 = zeros(size(DM)); % ошибка второго рода первого класса
% Теоретические значения ошибок
terr2c1 = zeros(size(DM)); % ошибка второго рода первого
класса

% Добавляется цикл по масштабам
for tt = 1: numel(DM) % цикл по расстояниям между классами (по масштабам)
    %1.Задание исходных данных
    n=2;M=2;%размерность признакового пространства и число классов
    K=1000;%количество статистических испытаний
    %Априорные вероятности, математические ожидания и матрицы ковариации
    классов
    dm=2.0;%расстояние между математическими ожиданиями классов по
    координатным осям
    C=zeros(n,n,M); C_=C;%матрица ковариации вектора признаков различных
    классов
    pw=[0.4 0.6];
    pw=pw/sum(pw);
    m=[2 -3; 1 10]';
    % ЗДЕСЬ добавляется строка
    m=m*DM(tt); % применение очередного масштаба
    C(:, :, 1)=[4 -2; -2 4];
    C(:, :, 2)=[5 1; 1 5];
```

```

for k=1:M
    C_(:, :, k)=C(:, :, k)^-1;
end
np=sum(pw); pw=pw/np; %исключение некорректного задания априорных
вероятностей
%2.Расчет матриц вероятностей ошибок распознавания
PIJ=zeros(M); PIJB=zeros(M); mg=zeros(M); Dg=zeros(M); l0_=zeros(M);
for i=1:M
    for j=i+1:M
        dmij=m(:, i)-m(:, j);
        l0_(i, j)=log(pw(j)/pw(i));
        dti=det(C(:, :, i)); dtj=det(C(:, :, j));
        trij=trace(C_(:, :, j)*C(:, :, i)-eye(n)); trji=trace(eye(n)-
C_(:, :, i)*C(:, :, j));
        mg1=0.5*(trij+dmij'*C_(:, :, j)*dmij-log(dti/dtj));
        Dg1=0.5*trij^2+dmij'*C_(:, :, j)*C(:, :, i)*C_(:, :, j)*dmij;
        mg2=0.5*(trji-dmij'*C_(:, :, i)*dmij+log(dtj/dti));
        Dg2=0.5*trji^2+dmij'*C_(:, :, i)*C(:, :, j)*C_(:, :, i)*dmij;
        sD1=sqrt(Dg1); sD2=sqrt(Dg2);
        PIJ(i, j)=normcdf(l0_(i, j), mg1, sD1); PIJ(j, i)=1-
normcdf(l0_(i, j), mg2, sD2);
        mu2=(1/8)*dmij'*((C(:, :, i)/2+C(:, :, j)/2)^-1)*dmij...
+0.5*log((dti+dtj)/(2*sqrt(dti*dtj))); %расстояние
Бхатачария
        PIJB(i, j)=sqrt(pw(j)/pw(i))*exp(-
mu2); PIJB(j, i)=sqrt(pw(i)/pw(j))*exp(-mu2); %границы Чернова
    end
    PIJB(i, i)=1-sum(PIJB(i, :));
    PIJ(i, i)=1-sum(PIJ(i, :)); %нижняя граница вероятности правильного
расознавания
end
%3.Тестирование алгоритма методом статистических испытаний
x=ones(n, 1); u=zeros(M, 1);
Pc_=zeros(M); %экспериментальная матрица вероятностей ошибок
for k=1:K%цикл по числу испытаний
    for i=1:M%цикл по классам
        [x, px]=randncor(n, 1, C(:, :, i)); x=x+m(:, i); %генерация образа i-го
класса
        for j=1:M%вычисление значения разделяющих функций
            u(j)=-0.5*(x-m(:, j))'*C_(:, :, j)*(x-m(:, j))-
0.5*log(det(C(:, :, j)))+log(pw(j));
        end
        [ui, iai]=max(u); %определение максимума
        Pc_(i, iai)=Pc_(i, iai)+1; %фиксация результата распознавания
    end
end
Pc_=Pc_/K;
% В конце шага цикла фиксируем значение ошибки по Чернову
err2c1(tt) = PIJB(2, 1); % первый класс второй род
% фиксируем значение теоретической ошибки
terr2c1(tt) = PIJ(2, 1); % первый класс второй род
fprintf('Расстояние между классами: %s\n', vpa(DM(tt), 3));
disp('Теоретическая матрица вероятностей ошибок'); disp(PIJ);
disp('Экспериментальная матрица вероятностей ошибок'); disp(PIJB);
end % конец цикла по расстояниям между классами
% ТЕПЕРЬ визуализация зависимостей ошибок от расстояния между классами
figure; hold on; % новое графическое окно + режим дорисовки
plot(DM, err2c1); % график экспериментальной ошибки
plot(DM, terr2c1, 'g'); % теоретическое значение ошибки (первый класс первый
род)
title('Зависимость ошибки 2-го рода от расстояния между классами (первый
класс)');
xlabel('Расстояние между классами', 'FontName', 'Courier');
ylabel('Значение ошибки 2-го рода', 'FontName', 'Courier');
legend('Экспериментальная ошибка', 'Теоретическое значение ошибки');
hold off;

```

Результат:

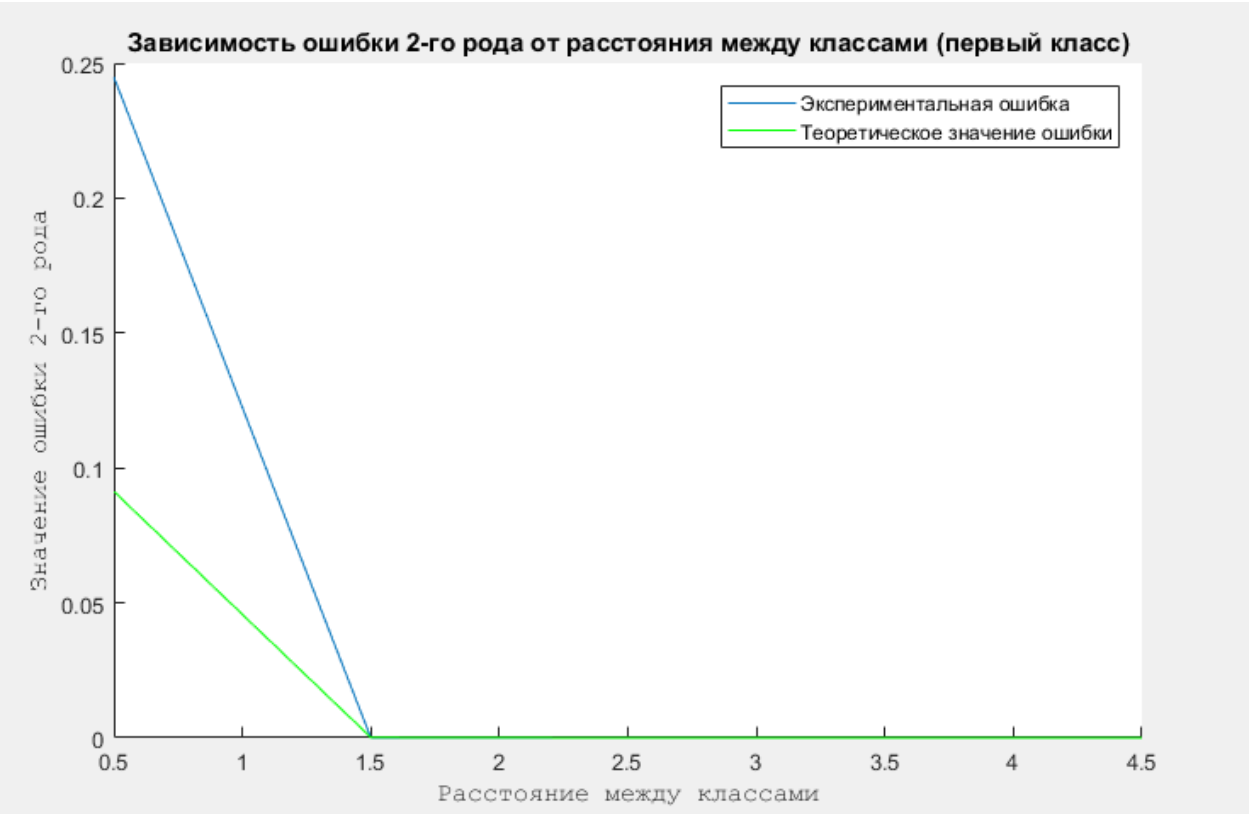


Рис.1

Command Window	
Расстояние между классами: 0.5	
Теоретическая матрица вероятностей ошибок	
0.9168	0.0832
0.0913	0.9087
Экспериментальная матрица вероятностей ошибок	
0.6328	0.3672
0.2448	0.7552
Расстояние между классами: 1.5	
Теоретическая матрица вероятностей ошибок	
1.0000	0.0000
0.0001	0.9999
Экспериментальная матрица вероятностей ошибок	
1.0000	0.0000
0.0000	1.0000
Расстояние между классами: 2.5	
Теоретическая матрица вероятностей ошибок	
1.0000	0.0000
0.0000	1.0000
Экспериментальная матрица вероятностей ошибок	
1.0000	0.0000
0.0000	1.0000
Расстояние между классами: 3.5	
Теоретическая матрица вероятностей ошибок	
1.0000	0.0000
0	1.0000
Экспериментальная матрица вероятностей ошибок	
1.0000	0.0000
0.0000	1.0000
Расстояние между классами: 4.5	
Теоретическая матрица вероятностей ошибок	
1.0000	0.0000
0	1.0000
Экспериментальная матрица вероятностей ошибок	
1.0000	0.0000
0.0000	1.0000

2.Анализ полученных данных

Вывод матриц вероятностей ошибок при очередном увеличении расстояния между классами представлен на рис.2. Зависимость вероятности ошибки 2-го рода от увеличения расстояния представлена на рис.1.

Анализируя график, сложно не заметить, что значение вероятности ошибки 2-го рода для первого класса стремится к нулю при увеличении расстояния между классами.

При расстоянии между классами, в полтора раза больше исходного, уже можно заметить, что вероятности ошибок равны нулю. При этом, когда расстояние между классами в половину меньше исходного, вероятность ошибки 2-го рода – ненулевое значение, что показывает вывод значений на рис.2.

Следовательно, при увеличении расстояния между классами, вероятность ошибки 2-го рода стремится к нулю.

Рис.2

Выводы:

В результате работы были синтезированы алгоритмы распознавания образов, описываемые гауссовскими случайными векторами с разными матрицами ковариаций, были исследованы синтезированные алгоритмы распознавания с точки зрения ожидаемых потерь и ошибок.