

Arbore partial de cost minim

Problema din viața reală:

Se dau n orașe precum și costul conectării anumitor perechi de orașe. Se cere să se aleaga o parte din muchii astfel încât să se asigure existența unui lanț între oricare două orașe și costul total să fie minim.

$G=(V, E)$ un graf neorientat, unde V are n elemente (n noduri) și E are m elemente (m muchii). Se cunosc costurile muchiilor. Prin eliminarea unor muchii se obține un graf parțial. Dacă acesta este arbore se va numi arbore parțial.

Costul unui arbore este egal cu suma costurilor muchiilor sale.

Arborele parțial de cost minim este un arbore pentru care costul este minim.

Problema. Fie un graf conex pentru care se cunosc costurile muchiilor. Să se determine arborele de cost minim asociat (costul arborelui și vectorul de tati).

Alg lui Prim

Intrare: Un graf conex ponderat cu nodurile V și muchiile E .

Initializare:

$V_{nou} = \{x\}$, unde x este un nod arbitrar (punct de plecare) din V ,

$E_{nou} = \{\}$

repetă până când $V_{nou}=V$:

- alege muchia (u,v) din E de cost minim astfel încât u este în V_{nou} și v nu e (dacă există mai multe astfel de muchii, se alege arbitrar)
- se adaugă v la V_{nou} , (u,v) la E_{nou}

Ieșire: V_{nou} și E_{nou} descriu arborele parțial de cost minim

Algoritmul lui Kruskal este un algoritm în teoria grafurilor care găsește arborele parțial de cost minim pentru un graf conex ponderat. Cu alte cuvinte, găsește submulțimea muchiilor care formează un arbore care include toate vârfurile și care este minimizat din punct de vedere al costului. Dacă graful nu este conex, atunci algoritmul găsește o pădure parțială de cost minim (un arbore parțial de cost minim pentru fiecare componentă conexă). Algoritmul lui Kruskal este un exemplu de algoritm greedy.

Algoritmul funcționează în felul următor:

- creează o pădure F (o mulțime de arbori), unde fiecare vârf din graf este un arbore separat
- creează o mulțime S care conține toate muchiile din graf

atât timp cât S este nevidă

- elimină o muchie de cost minim din S
- **dacă** acea muchie conectează doi arbori distincti,
 atunci adaugă muchia în pădure, combinând cei doi arbori
 într-unul singur
 altfel, ignoră muchia

La sfârșitul algoritmului, pădurea are doar o componentă care reprezintă un arbore parțial de cost minim al grafului.

Problema propusa:

Pentru graful de mai jos determinati arborele partial de cost minim prin aplicarea manuala a algoritmului lui Prim sau Kruskal.

