



**ESCUELA POLITÉCNICA NACIONAL**  
**FACULTAD DE CIENCIAS**  
**MODELOS LINEALES Y DISEÑO DE**  
**EXPERIMENTOS**  
**PRUEBA 01a**



Duración: 1.75 horas

**PROBLEMAS**

1. Sea  $X$  un vector aleatorio de ley normal de parámetros  $\mu, \Sigma$ :

$$X = \begin{pmatrix} X_1 \\ X_2 \\ X_3 \end{pmatrix}, \mu = \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \\ -1 \end{pmatrix}, \Sigma = \begin{pmatrix} 2 & 2 & -1 \\ 2 & 7 & 1 \\ -1 & 1 & 5 \end{pmatrix}$$

- a. Demuestre que  $\Sigma$  es simétrica definida positiva.
- b. Escriba la función de densidad de  $X$ .
- c. Escriba la función característica de  $X$ .
- d. ¿Cuál es la ley de  $X_1 - 5X_3 + 4$ ?
- e. ¿Cuál es la ley del vector  $U$ ?

$$U = \begin{pmatrix} 2X_1 - X_3 + 1 \\ 5X_2 - 3X_3 \end{pmatrix}$$

- f. Encuentre la ley condicional de  $X_2$  dado  $(X_1, X_3) = (x_1, x_3)$
  - g. Encuentre la función de regresión lineal de  $X_2$  en  $x_1, x_3$ , los coeficientes de regresión y la varianza parcial.
2. Sea  $X$  un vector aleatorio de ley normal de parámetros  $\mu, \Sigma$ :

$$X = \begin{pmatrix} X_1 \\ X_2 \\ X_3 \end{pmatrix}, \mu = \begin{pmatrix} -1 \\ 1 \\ 2 \end{pmatrix}, \Sigma = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 5 & 1 \\ 0 & 1 & 2 \end{pmatrix}$$

¿Son independientes las siguientes variables (o vectores) aleatorias?

- a.  $X_1$  y  $X_3$ . ¿Qué distribución sigue  $X_1 + X_3$ ?

- b.  $X_1$  y  $(X_2, X_3)$ .
  - c.  $\frac{X_1+X_2}{3}$  y  $X_3$ .
  - d.  $X_1$  y  $X_2 - \frac{1}{3}X_1 + 2X_3$ .
3. Si  $X \rightsquigarrow N(\mu, \sigma)$ , demuestre que la integral de la función de densidad de  $X$  en el intervalo  $(-\infty, \infty)$  es igual a 1.
4. Sean  $X \rightsquigarrow N_n(\mu, \Sigma)$ ,  $A$  una matriz  $rxn$ ,  $c$  un vector de  $r$  componentes, entonces:

$$AX + c \rightsquigarrow N_r(A\mu + c, A\Sigma A^t)$$