Proiect la Probabilități și Statistică

Seria 24

Partea I

1. Fie două variabile aleatoare discrete X şi Y cu repartiţiile:

$$X:\begin{pmatrix} x_1 & x_2 & \dots x_n \\ p_1 & p_2 & \dots p_n \end{pmatrix} \qquad Y:\begin{pmatrix} y_1 & y_2 & \dots y_m \\ q_1 & q_2 & \dots q_m \end{pmatrix}$$

a) Construiţi o funcţie ***frepcomgen*** care primeşte ca parametri m şi n şi care generează un tabel cu repartiţia comună a v.a. X şi Y *incompletă*, dar într-o formă în care poate fi completată ulterior.

Observaţie: Se cere la a) să generaţi valorile lui X, valorile lui Y şi suficient de multe valori pentru p_i, q_j şi respectiv π_{ij} astfel încât să poată fi determinată repartiţia comună a celor două v.a.

Nota: În construirea algoritmului puteţi începe de la cazul particular m=2 si n=3. Dacă reuşiţi să oferiţi soluţia doar pentru acest caz particular, dar nu şi pentru cazul general veţi primi punctaj parţial.

b) Construiţi o funcţie ***fcomplrepcom*** care completează repartiţia comună generată la punctul anterior(pentru cazul particular sau pentru cazul general).

Nota: În cazul în care nu ştiţi să rezolvaţi punctul a) puteţi construi o funcţie care să determine repartiţia comună pornind de la un exemplu discutat la seminar.

c) Construiți o funcție ***frepmarginal*** care construiește repartițiile marginale pentru X și Y pornind de la repartiția lor comună.

d) Construiți o funcție ***fpropcov*** care aplică proprietățile covarianței pentru calculul acesteia pentru v.a. $Z = aX + bY$ și respectiv $T = cX + dY$ considerând că toate informațiile necesare despre X și Y sunt date de intrare.

e) Construiți o funcție ***fPcond*** care calculează probabilitatea condiționată pentru v.a. X și Y pornind de la repartiția comună.

f) Construiți o funcție ***fPcomun*** care calculează o probabilitate legată de perechea (X,Y) pornind de la repartiția comună.

g) Având la dispoziţie repartiţia comună a v.a. X şi Y de la punctul b) calculaţi:

1) Cov(5X+9,-3Y-2)
2) P(0<X<0.8|Y>0.3)
3) P(X>0.2,Y<1.7)

h) Pentru exemplul obţinut la punctul b) construiţi două funcţii ***fverind*** şi respectiv ***fvernecor*** cu ajutorul cărora să verificaţi dacă variabilele X şi Y sunt:

1) independente
2) necorelate

i) Adăugând încă o v.a. $Z : \begin{pmatrix} z_1 & z_2 & \dots z_k \\ r_1 & r_2 & \dots . r_k \end{pmatrix}$ propuneți o manieră vizuală de reprezentare a repartiției comune pentru v.a. X, Y și Z. Care ar fi interpretarea repartițiilor marginale în cazul acestei v.a. tridimensionale și cum ar putea fi obținute?