

# **Отчёт по лабораторной работе 3**

**дисциплина: Математическое моделирование**

Никитаева Александра Семеновна, НПИбд-02-18

# Содержание

1	Цель работы	5
2	Задание	6
3	Выполнение лабораторной работы	7
4	Выводы	13

## List of Tables

# List of Figures

3.1	Боевые действия между регулярными войсками . . . . .	12
3.2	Боевые действия с участием регулярных войск и партизанских отрядов . . . . .	12

# 1 Цель работы

Построить упрощенную модель боевых действий с помощью Python.

## 2 Задание

**Вариант 18** Между страной X и страной Y идет война. Численности состава войск исчисляются от начала войны и являются временными функциями  $x(t)$  и  $y(t)$ . В начальный момент времени страна X имеет армию численностью 105 000 человек, а в распоряжении страны Y армия численностью в 95 000 человек. Для упрощения модели считаем, что коэффициенты  $a, b, c, h$  постоянны. Также считаем  $P(t)$  и  $Q(t)$  непрерывными функциями.

Постройте графики изменения численности войск армии X и армии Y для следующих случаев:

1. Модель боевых действий между регулярными войсками

$$\frac{\partial x}{\partial t} = -0,35x(t) - 0,45y(t) + 2\sin(t)$$

$$\frac{\partial y}{\partial t} = -0,69x(t) - 0,61y(t) + \cos(t) + 1$$

2. Модель ведение боевых действий с участием регулярных войск и партизанских отрядов

$$\frac{\partial x}{\partial t} = -0,35x(t) - 0,73y(t) + 2\sin(2t)$$

$$\frac{\partial y}{\partial t} = -0,45x(t)y(t) - 0,41y(t) + \cos(t) + 1$$

### 3 Выполнение лабораторной работы

#### 1. Боевые действия между регулярными войсками

1.1. Изучила начальные условия. Коэффициент смертности, не связанный с боевыми действиями, у первой армии 0,35, а у второй – 0,45. Коэффициент эффективности первой и второй армии 0,69 и 0,61 соответственно. Функция, описывающая подход подкрепление первой армии,  $P(t) = 2\sin(t)$ , подкрепление второй армии описывается функцией  $Q(t) = \cos(t) + 1$ .  $x_0 = 105000$  – численность 1-ой армии,  $y_0 = 95000$  – численность 2-ой армии.

1.2. Оформила начальные условия в код на Python:

```
x0 = 105000
```

```
y0 = 95000
```

```
a1 = 0.35
```

```
b1 = 0.45
```

```
c1 = 0.69
```

```
h1 = 0.61
```

```
def P1(t):
```

```
    p1 = 2*np.sin(t)
```

```
    return p1
```

```
def Q1(t):
```

```
    q1 = np.cos(t)+1
```

```
    return q1
```

1.3. Для времени задала следующие условия:  $t_0 = 0$  – начальный момент времени,  $t_{max} = 1$  – предельный момент времени,  $dt = 0,05$  – шаг изменения времени.

1.4. Добавила в программу условия, описывающие время:

```
t0 = 0
tmax = 1
dt = 0.05
t = np.arange(t0, tmax, dt)
```

1.5. Запрограммировала заданную систему дифференциальных уравнений, описывающих изменение численности армий:

```
def S1(f, t):
    s11 = -a1*f[0] - b1*f[1] + P1(t)
    s12 = -c1*f[0] - h1*f[1] + Q1(t)
    return s11, s12
```

1.6. Создала вектор начальной численности армий:

```
v = np.array([x0, y0])
```

1.7. Запрограммировала решение системы уравнений:

```
f1 = odeint(S1, v, t)
```

1.8. Описала построение графика изменения численности армий:

```
plt.plot(t, f1)
```

## **2. Боевые действия с участием регулярных войск и партизанских отрядов**

2.1. Изучила начальные условия. Коэффициент смертности, не связанный с боевыми действиями, у первой армии 0,35, а у второй – 0,73. Коэффициент эффективности первой и второй армии 0,45 и 0,41 соответственно. Функция, описывающая



подход подкрепление первой армии,  $P(t) = 2\sin(2t)$ , подкрепление второй армии описывается функцией  $Q(t) = \cos(t) + 1$ . Изначальная численность армий такая же, как и в п. 1.1.

2.2. Дополнила начальные условия в коде на Python:

```
a2 = 0.35
b2 = 0.73
c2 = 0.45
h2 = 0.41

def P2(t):
    p2 = 2*np.sin(2*t)
    return p2
def Q2(t):
    q2 = np.cos(t)+1
    return q2
```

2.3. Условия для времени оставила такие же, как и в п. 1.3, соответственно, не дублировала их в программе.

2.4. Запрограммировала заданную систему дифференциальных уравнений, описывающих изменение численности армий:

```
def S2(f, t):
    s21 = -a2*f[0] - b2*f[1] + P2(t)
    s22 = -c2*f[0]*f[1] - h2*f[1] + Q2(t)
    return s21, s22
```

2.5. Т. к. начальная численность армий не изменилась, вектор начальных условий тоже не меняла.

2.6. Запрограммировала решение системы уравнений:

```
f2 = odeint(S2, v, t)
```

2.7. Описала построение графика изменения численности армий:

```
plt.plot(t, f2)
```

### **3. Сборка программы**

3.1. Собрала код программы воедино:

```
import math
import numpy as np
from scipy.integrate import odeint
import matplotlib.pyplot as plt
```

```
x0 = 105000
```

```
y0 = 95000
```

```
a1 = 0.35
```

```
b1 = 0.45
```

```
c1 = 0.69
```

```
h1 = 0.61
```

```
a2 = 0.35
```

```
b2 = 0.73
```

```
c2 = 0.45
```

```
h2 = 0.41
```

```
t0 = 0
```

```
tmax = 1
```

```
dt = 0.05
```

```
t = np.arange(t0, tmax, dt)
```

```
def P1(t):
```

```

    p1 = 2*np.sin(t)
    return p1
def Q1(t):
    q1 = np.cos(t)+1
    return q1

def P2(t):
    p2 = 2*np.sin(2*t)
    return p2
def Q2(t):
    q2 = np.cos(t)+1
    return q2

def S1(f, t):
    s11 = -a1*f[0] - b1*f[1] + P1(t)
    s12 = -c1*f[0] - h1*f[1] + Q1(t)
    return s11, s12

def S2(f, t):
    s21 = -a2*f[0] - b2*f[1] + P2(t)
    s22 = -c2*f[0]*f[1] - h2*f[1] + Q2(t)
    return s21, s22

v = np.array([x0, y0])

f1 = odeint(S1, v, t)
f2 = odeint(S2, v, t)

plt.plot(t, f1)

```

```
plt.ylabel('Численность армии')
plt.xlabel('Время')
```

```
plt.plot(t, f2)
plt.ylabel('Численность армии')
plt.xlabel('Время')
```

3.2. Получила графики изменения численностей армий (см. рис. 3.1 и 3.2):

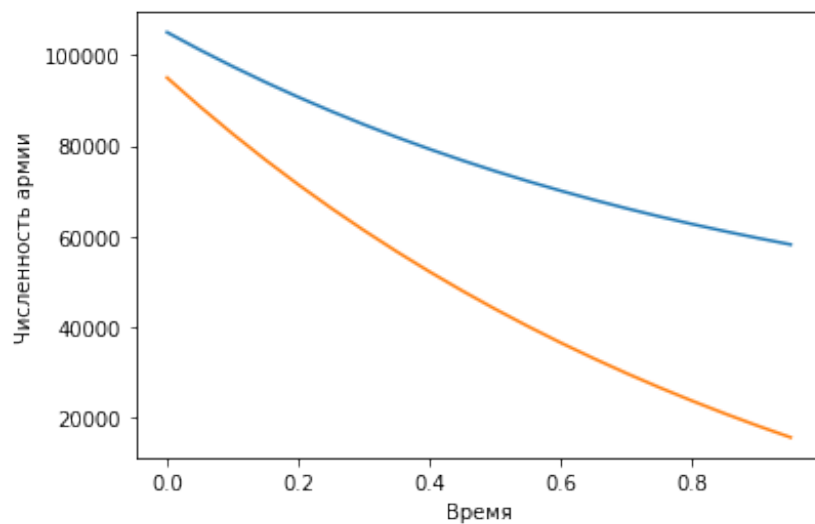


Figure 3.1: Боевые действия между регулярными войсками

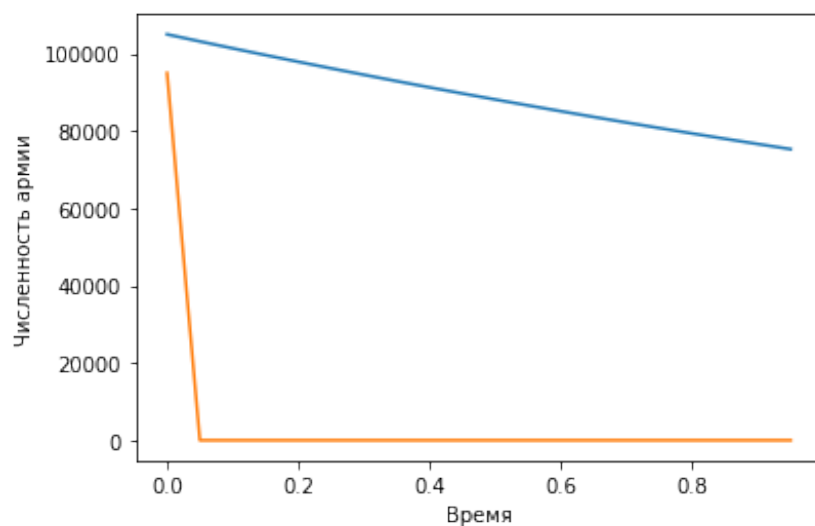


Figure 3.2: Боевые действия с участием регулярных войск и партизанских отрядов

## 4 Выводы

Построила упрощенную модель боевых действий с помощью Python.

В боевых действиях между регулярными войсками победит армия X, причем ей на это потребуется довольно много времени (видим по графику, что численность армии Y будет на исходе практически в предельный момент времени).

В боевых действиях с участием регулярных войск и партизанских отрядов также победит армия X, но уже намного быстрее, чем в 1-ом случае (видим по графику, что армия Y потеряла всех бойцов практически сразу после начала войны).