Controle de Robôs Móveis Utilizando o Modelo Cinemático

1. Introdução

O problema de controle de robôs móveis pode ser dividido em três vertentes: o controle considerando apenas o modelo cinemático, o controle considerando apenas o controle dinâmico, e controle utilizando tanto o modelo cinemático quanto o modelo dinâmico. Neste primeiro módulo, discutiremos apenas o modelo cinemático.

Em Kanayama et al. (1990) é proposta uma lei de controle para robôs móveis com prova de estabilidade local baseada no segundo método de Lyapunov (conteúdo que será explicado em detalhes mais a frente) e, através da linearização do modelo, é realizada a especificação dos ganhos do controlador.

Além disso, em alguns trabalhos, pode-se observar que o ponto de guiamento do robô é o ponto médio do eixo das rodas (vide Figura 1 para uma melhor compreensão). Em outras palavras, a distância entre o ponto de guiamento e o ponto médio dos eixos da roda, é nula. Assim, essas referências não permitem o tratamento do caso prático mais comum, no qual o ponto de guiamento difere do ponto médio do eixo das rodas.

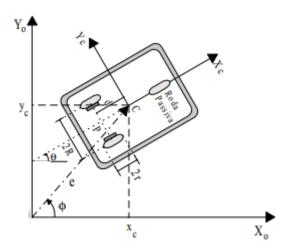


Figura 1: Robô móvel e sistema de coordenadas.

Este cenário, onde boa parte dos controladores existentes consideram apenas a situação em que o ponto de guiamento é o mesmo que o ponto médio do eixo das rodas, estimula a investigação de outras possibilidades para a posição do ponto de guiamento.

Pode-se empregar uma linearização entrada-saída é para casos onde é possível deslocar o ponto de guiamento do eixo das rodas. Desta forma, obtém-se um controlador para o modelo cinemático considerando a melhor solução no sentido quadrático.

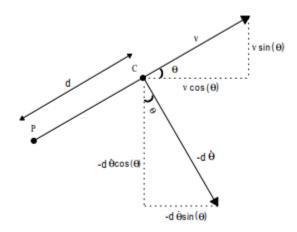


Figura 2: Representação das velocidades do robô móvel da Figura 1.

2. Nomenclatura

A seguinte nomenclatura é utilizada no estudo do robô móvel apresentado na Figura 1, bem como no restante deste material instrucional.

P: intersecção do eixo de simetria com o eixo das rodas;

C: centro de massa, que aqui também é o ponto de guiamento;

d: distância entre C e P, ou seja, distância entre o ponto de guiamento e o ponto médio do eixo das rodas;

r: raio das rodas;

R: distância entre as rodas de tração e o eixo de simetria, e

$$c:\frac{r}{2R}.$$

3. Modelo Cinemático

Considerando o robô móvel da Figura 1, o vetor de posição é caracterizado pela tripla (x_c, y_c, θ) , onde x_c e y_c são as coordenadas do ponto C (que também é o centro de massa) e θ é o ângulo de orientação do robô.

Uma representação mais detalhada da Figura 1 segue na Figura 2. Desta forma, pode-se escrever a velocidade do robô em termos de $\dot{x_c}$, $\dot{y_c}$ e $\dot{\theta}$, ou seja,

$$\begin{cases} \dot{x_c} = \cos(\theta) \, v - d \sin(\theta) \\ \dot{y_c} = \sin(\theta) \, v + d \cos(\theta) \, w \\ \dot{\theta} = w \end{cases} \tag{1}$$

ou, em notação matricial,

$$\begin{bmatrix} \dot{x}_c \\ \dot{y}_c \\ \dot{\theta} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \cos(\theta) & -d\sin(\theta) \\ \sin(\theta) & d\cos(\theta) \\ 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} v \\ w \end{bmatrix}$$
 (2)

onde v é a velocidade linear do robô móvel e w é a velocidade angular do mesmo.

A representação matricial apresentada acima é conhecida como modelo cinemático de posição. Este modelo também poderia ser obtido em coordenadas polares, onde o vetor de posição seria composto pela tripa (e, ϕ, α) (vide Figura 1), que pode ser relacionada com coordenadas cartesianas. Tal demonstração fica a cargo do leitor.

4. Controle em coordenadas cartesianas

Analisando a Equação (2), nota-se que os três componentes do vetor de posição $[x_c \ y_c \ \theta]^T$ devem ser controlados por apenas duas entradas, v_c e w_c . Uma abordagem relevante utilizando o segundo método de Lyapunov é apresentada em Kanayana et al. (1990) e utilizada em Fierro e Lewis (1997), Fierro e Lewis (1998) e Zhang et al. (1999). Seja a candidata a função de Lyapunov:

$$V(e_1, e_2, e_3) = \frac{1}{2}(e_1^2 + e_2^2) + \frac{1}{k_2}(1 - \cos(e_3))$$
 (3)

onde o parâmetro de projeto k_3 é positivo e

$$\begin{bmatrix} e_1 \\ e_2 \\ e_3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \cos(\theta) & \sin(\theta) & 0 \\ -\sin(\theta) & \cos(\theta) & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_r - x_c \\ y_r - y_c \\ \theta_r - \theta \end{bmatrix}$$
(4)

onde $[x_r \ y_r \ \theta]^T$ é o vetor de posição da referência.

Utilizando o modelo cinemático em coordenadas retangulares (Equação (2)) com d=0, obtém-se a lei de controle

$$V_c = \begin{cases} v_c = v_r \cos(e_3) + k_1 e_1 \\ w_c = w_r + k_2 v_r e_2 + k_3 v_r \sin(e_3) \end{cases}$$
 (5)

sendo v_r e w_r as velocidades lineares e angulares da trajetória de referência, respectivamente, e k_1 e k_2 são constantes positivas. Portanto, para $v_r > 0$, $V(e_1, e_2, e_3)$ é negativa semi-definida. Detalhes sobre esta lei de controle serão tratados no decorrer do treinamento.

5. Atividade de programação

Utilizando os conceitos vistos nas seções anteriores, a atividade proposta visa introduzi-los a uma aplicação de um controlador cinemático via MATLAB. Além disso, vocês devem modificar esse controle, criar um outro, mais especificamente, fazendo o uso da Equação (5).

Segue, junto a este arquivo, dois arquivos .m, sendo eles o controle cinemático a ser modificado, e um esboço de código onde vocês devem realizar a chamada de ambos os controles, o enviado e o aquele construído por você.

Feito isso, vocês devem comprovar a que o uso da lei de controle apresentada é eficiente e decidir, apresentando justificativas válidas, qual controle é superior, para isso, vocês devem plotar gráficos de erro de posição e velocidade.

6. Submissão

A submissão de seus trabalhos deve ser realizada até o dia 07/12/2020, os arquivos a serem enviados são:

- Controle Cinemático desenvolvido (lembrem-se de comentar seu código, facilitando a compreensão do revisor);
- Relatório de atividades (esse arquivo deve ser entregue em formato .pdf, contendo o passo a passo utilizado, gráficos de erro gerados, e quaisquer outras informações que considerarem relevantes).

Obs.: Recomendo pesquisarem sobre o overleaf e realizarem a edição deste relatório através desta plataforma, fazendo uso da linguagem látex, algo que será de grande importância para vocês futuramente.