

Pode-se empregar uma linearização entrada-saída é para casos onde é possível deslocar o ponto de guiamento do eixo das rodas. Desta forma, obtém-se um controlador para o modelo cinemático considerando a melhor solução no sentido quadrático.

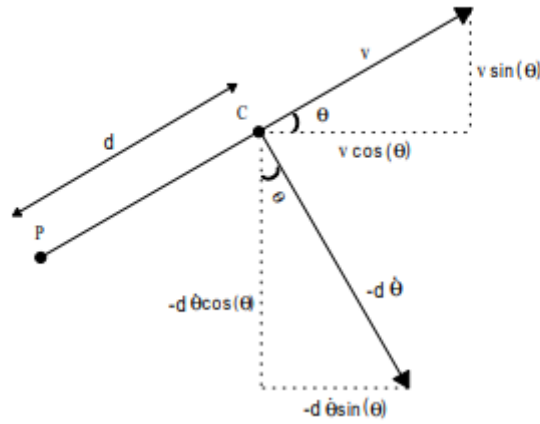


Figura 2: Representação das velocidades do robô móvel da Figura 1.

## 2. Nomenclatura

A seguinte nomenclatura é utilizada no estudo do robô móvel apresentado na Figura 1, bem como no restante deste material instrucional.

$P$ : intersecção do eixo de simetria com o eixo das rodas;

$C$ : centro de massa, que aqui também é o ponto de guiamento;

$d$ : distância entre  $C$  e  $P$ , ou seja, distância entre o ponto de guiamento e o ponto médio do eixo das rodas;

$r$ : raio das rodas;

$R$ : distância entre as rodas de tração e o eixo de simetria, e

$c: \frac{r}{2R}$ .

## 3. Modelo Cinemático

Considerando o robô móvel da Figura 1, o vetor de posição é caracterizado pela tripla  $(x_c, y_c, \theta)$ , onde  $x_c$  e  $y_c$  são as coordenadas do ponto  $C$  (que também é o centro de massa) e  $\theta$  é o ângulo de orientação do robô.

Uma representação mais detalhada da Figura 1 segue na Figura 2. Desta forma, pode-se escrever a velocidade do robô em termos de  $\dot{x}_c, \dot{y}_c$  e  $\dot{\theta}$ , ou seja,

$$\begin{cases} \dot{x}_c = \cos(\theta) v - d \sin(\theta) \dot{\theta} \\ \dot{y}_c = \sin(\theta) v + d \cos(\theta) \dot{\theta} \\ \dot{\theta} = w \end{cases} \quad (1)$$

ou, em notação matricial,

$$\begin{bmatrix} \dot{x}_c \\ \dot{y}_c \\ \dot{\theta} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \cos(\theta) & -d \sin(\theta) \\ \sin(\theta) & d \cos(\theta) \\ 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} v \\ w \end{bmatrix} \quad (2)$$

onde  $v$  é a velocidade linear do robô móvel e  $w$  é a velocidade angular do mesmo.

A representação matricial apresentada acima é conhecida como modelo cinemático de posição. Este modelo também poderia ser obtido em coordenadas polares, onde o vetor de posição seria composto pela tripla  $(e, \phi, \alpha)$  (vide Figura 1), que pode ser relacionada com coordenadas cartesianas. Tal demonstração fica a cargo do leitor.

#### 4. Controle em coordenadas cartesianas

Analisando a Equação (2), nota-se que os três componentes do vetor de posição  $[x_c \ y_c \ \theta]^T$  devem ser controlados por apenas duas entradas,  $v_c$  e  $w_c$ . Uma abordagem relevante utilizando o segundo método de Lyapunov é apresentada em Kanayana et al. (1990) e utilizada em Fierro e Lewis (1997), Fierro e Lewis (1998) e Zhang et al. (1999). Seja a candidata a função de Lyapunov:

$$V(e_1, e_2, e_3) = \frac{1}{2}(e_1^2 + e_2^2) + \frac{1}{k_3}(1 - \cos(e_3)) \quad (3)$$

onde o parâmetro de projeto  $k_3$  é positivo e

$$\begin{bmatrix} e_1 \\ e_2 \\ e_3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \cos(\theta) & \sin(\theta) & 0 \\ -\sin(\theta) & \cos(\theta) & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_r - x_c \\ y_r - y_c \\ \theta_r - \theta \end{bmatrix} \quad (4)$$

onde  $[x_r \ y_r \ \theta]^T$  é o vetor de posição da referência.

Utilizando o modelo cinemático em coordenadas retangulares (Equação (2)) com  $d = 0$ , obtém-se a lei de controle

$$V_c = \begin{cases} v_c = v_r \cos(e_3) + k_1 e_1 \\ w_c = w_r + k_2 v_r e_2 + k_3 v_r \sin(e_3) \end{cases} \quad (5)$$

sendo  $v_r$  e  $w_r$  as velocidades lineares e angulares da trajetória de referência, respectivamente, e  $k_1$  e  $k_2$  são constantes positivas. Portanto, para  $v_r > 0$ ,  $V(e_1, e_2, e_3)$  é negativa semi-definida. Detalhes sobre esta lei de controle serão tratados no decorrer do treinamento.

#### 5. Atividade de programação

Utilizando os conceitos vistos nas seções anteriores, a atividade proposta visa introduzi-los a uma aplicação de um controlador cinemático via MATLAB. Além disso, vocês devem modificar esse controle, criar um outro, mais especificamente, fazendo o uso da Equação (5).

Segue, junto a este arquivo, dois arquivos .m, sendo eles o controle cinemático a ser modificado, e um esboço de código onde vocês devem realizar a chamada de ambos os controles, o enviado e o aquele construído por você.

Feito isso, vocês devem comprovar a que o uso da lei de controle apresentada é eficiente e decidir, apresentando justificativas válidas, qual controle é superior, para isso, vocês devem plotar gráficos de erro de posição e velocidade.

## 6. Submissão

A submissão de seus trabalhos deve ser realizada até o dia 07/12/2020, os arquivos a serem enviados são:

- Controle Cinemático desenvolvido (lembrem-se de comentar seu código, facilitando a compreensão do revisor);
- Relatório de atividades (esse arquivo deve ser entregue em formato .pdf, contendo o passo a passo utilizado, gráficos de erro gerados, e quaisquer outras informações que considerarem relevantes).

*Obs.: Recomendo pesquisarem sobre o overleaf e realizarem a edição deste relatório através desta plataforma, fazendo uso da linguagem látex, algo que será de grande importância para vocês futuramente.*