Algorithme Li et al. : ensemble dominant connexe glouton

Alexandre Fernandez & Sylvain Ung

15 octobre 2017

Rapport de Recherche

Table des matières

Algorithme Li et al. : ensemble dominant connexe glouton

Résumé : Il va s'agir dans ce rapport de recherche d'étudier une implémentation efficace d'un algorithme répondant au problème de l'ensemble dominant connexe qui est très largement utilisé pour modéliser un réseau sans-fil. L'algorithme étudié est celui de Li et al [2] qui propose une approche gloutonne de la solution. L'objectif étant de minimiser cet ensemble afin de réduire, en pratique, les coûts de maintenance par exemple.

Mots-clés : Théorie des graphes, ensemble dominant, ensemble stable maximum, connexe, NP-complet, algorithme glouton, Li et al.

1 Introduction

Étant donné un graphe $G = (V, E)$ avec V (respectivement E) l'ensemble des sommets (respectivement l'ensemble des arêtes), l'ensemble dominant connexe [1] de G est le sous-ensemble $D \subseteq V$ tel que $\forall v \in V, v \in D \vee v$ est un voisin d'un élément de D et tel que $G[D]$, le sous-graphe induit par D est connexe.

Cette définition nous indique que le CDS n'est pas unique pour un graphe donné (sauf cas dégénérés) et qu'il en existe plusieurs de tailles différentes. Cela nous amène au problème que nous allons traiter : la recherche du plus petit CDS. C'est un problème NP-difficile ce qui signifie que nous ne pourrons pas calculer le plus petit, autrement dit la meilleure solution, en un temps raisonnable. C'est pour cela que nous allons présenter dans ce rapport un algorithme donnant une solution qui s'en rapproche.

Ainsi, l'algorithme Li et al. propose une approche gloutonne à la résolution de ce problème dont le principe de résolution se fait étape par étape. En effet, à chaque étape un optimum local est choisi afin d'arriver à un optimum global à la fin. Cet algorithme peut être décomposé en 2 grandes étapes :

1. Construire l'ensemble stable maximal [2]
2. Connecter les points de l'ensemble précédemment construit entre eux par des points qui n'y appartiennent pas, ceux-ci sont appelés *nœuds de Steiner*

Dans notre démarche, nous présenterons tout d'abord les idées théoriques qui se trouvent derrière l'algorithme puis nous détaillerons l'implémentation que nous en avons fait, éventuellement des choix et des modifications pris par rapport l'algorithme original. Ensuite, nous présenterons les conditions et résultats des tests obtenus suivi d'une discussion sur la pertinence d'un tel algorithme.

Enfin, nous conclurons sur les enjeux et problématiques de l'ensemble dominant connexe dans les graphes géométriques, également appelés graphes de disques.

1. CDS (Connected Dominating Set)
2. MIS (Maximum Independent Set), nous en donnerons la définition dans la section 2.1

2 Algorithme

2.1 Construction de l'ensemble stable maximal

2.2 Construction de l'ensemble dominant connexe

3 Résultats

3.1 Tests

3.2 Discussion

4 Conclusion

Références

[1] Bo Gao, Yuhang Yang, and Huiye Ma. A new distributed approximation algorithm for constructing minimum connected dominating set in wireless ad hoc networks. *International Journal of Communication Systems*, 18(8) :743–762, 2005.

[2] Yingshu Li, My T Thai, Feng Wang, Chih-Wei Yi, Peng-Jun Wan, and Ding-Zhu Du. On greedy construction of connected dominating sets in wireless networks. *Wireless Communications and Mobile Computing*, 5(8) :927–932, 2005.

[3] Wikipedia. Graphe de disques — wikipedia, the free encyclopedia. `https://fr.wikipedia.org/wiki/Graphe_de_disques`. [consulté le 15-Oct-2017].

[4] Wikipedia. Maximal independent set — wikipedia, the free encyclopedia. `https://en.wikipedia.org/wiki/Maximal_independent_set`. [consulté le 15-Oct-2017].