

Projet
Filtrage optimal (filtrage et lissage de Kalman)
BAC+5, Option I2SC, TSI et Master 2, 2022-2023
Eric Grivel et Adrien Gilliot

1 Introduction

1.1 Objectifs

Ce projet est consacré à l'usage du filtrage et du lissage de Kalman dans le cadre d'un pistage d'objets.

Pour évaluer la pertinence de la méthode et de sa dépendance à des choix de paramètres (sensibilité/robustesse de la méthode), on procède en général à un traitement sur des signaux synthétiques.

Remarque : du point de vue méthodologique, il est préférable d'avancer étape par étape dans un projet de traitement du signal. Pour commencer, on se place dans un cas d'école. Cela permet de valider une méthode en analysant ses limites, ses avantages et ses inconvénients. Une fois ce cas d'école abordé, les traiteurs du signal se placent dans des hypothèses de plus en plus réalistes jusqu'à traiter le cas où les données ne sont plus synthétiques, mais réelles.

Le bruit est supposé aléatoire de nature Gaussienne, centré, blanc et stationnaire. C'est le cas le plus « simple » du fait des propriétés de corrélation et spectrales.

1.2 Evaluation

Le travail mené sera évalué sur la base d'un rapport.

Le travail sera mené en binôme. Le rapport d'une dizaine de pages maximum doit être dactylographié (sous *word* ou *latex*).

Sous *word*, les équations doivent être générées avec l'éditeur d'équations et numérotées. Les commentaires doivent être pertinents et tout résultat justifié. Les programmes *matlab* peuvent être mis en annexe. Des références bibliographiques peuvent être introduites et seront regroupées dans une section en fin de rapport.

Le rapport devra également comporter un bilan de l'organisation et du déroulement du projet, qui inclura en particulier la liste des tâches entreprises, avec une évaluation du temps passé par chacun lors de chaque séance et entre les séances.

Des interfaces *matlab* peuvent être mises aussi en œuvre et seront comptées comme un bonus dans l'évaluation. Dans ce cas, l'envoi des codes sera nécessaire. La qualité du code produit et une bonne organisation seront des points pris en compte.

Une attention particulière devra être apportée à l'orthographe et à la rédaction de l'introduction et de la conclusion. L'introduction doit amener le sujet que vous abordez et poser le problème. Elle doit enfin présenter le plan de votre rapport. La conclusion doit dresser un bilan technique du travail mené.

Tout plagiat sera sanctionné, Cf. règlement pédagogique de l'école.

1.3 Contact

Ce projet est encadré par E. Grivel (eric.grivel@enseirb-matmeca.fr) pour les élèves d'I2SC et Master et par A. Gilliot (adrien.gilliot@fr.thalesgroup.com) pour les élèves de TSI.

La soumission du rapport pour les élèves I2SC et TSI se fera par *moodle* ; pour les étudiants de Master, le rapport sera transmis par mail.

2 Etapes du projet à mener

2.1 Partie 1 : mise en œuvre d'un générateur de trajectoires de type Singer

- ✓ Rédiger des fonctions sous *matlab* permettant de générer des trajectoires bruitées synthétiques de type Singer en vous appuyant sur les développements théoriques vus en cours relatifs à la représentation dans l'espace d'état.

Le vecteur « bruit de modèle » sera généré à partir de la fonction *randn*. Comme sa matrice de covariance n'est pas diagonale, une corrélation entre les composantes du vecteur devra être introduite. Pour cela, on exploitera la fonction *chol*. Expliquer comment combiner les fonctions *randn* et *chol* pour générer les propriétés statistiques attendues du vecteur « bruit de modèle ».

On optera pour des trajectoires où les coordonnées selon l'axe x et l'axe y sont indépendantes et de même type. On suppose que l'objet se trouve initialement à l'origine. Ses coordonnées sont donc $(0,0)$.

Le modèle de Singer dépendant d'un paramètre, en général noté α , qui traduit la manière de la fonction d'autocorrélation de l'accélération décroît, on étudiera plusieurs valeurs de ce paramètre et son impact sur la trajectoire générée.

- ✓ Fournir, sur une même figure, plusieurs réalisations d'un objet suivant un mouvement de Singer. Le nombre d'observations N sera de 500, la période d'échantillonnage sera prise égale à 1 s. La variance de l'accélération et du jerk seront choisies par le binôme qui devra les mentionner dans le rapport. Donner trois figures avec trois valeurs de α .

2.2 Partie 2 : filtrage de Kalman, cas nominal

Dans cette partie, on se place dans un cas d'école où les matrices définissant la représentation dans l'espace d'état d'un modèle de Singer sont connues.

- ✓ Appliquer le filtrage de Kalman sur une réalisation de trajectoire bruitée.
- ✓ Représenter sur une figure la trajectoire théorique non bruitée, la trajectoire bruitée et celle estimée par filtrage de Kalman.
- ✓ Commenter le résultat obtenu dans le rapport.

2.3 Partie 3 : lissage de Kalman, cas nominal

Dans cette partie, on se place toujours dans un cas d'école où les matrices définissant la représentation dans l'espace d'état d'un modèle de Singer sont connues.

- ✓ Appliquer un lissage de Kalman sur une réalisation de trajectoire bruitée.
- ✓ Représenter sur une figure la trajectoire théorique non bruitée, la trajectoire bruitée, celle estimée par filtrage de Kalman et celle obtenue par lissage de Kalman. Pour cette dernière, la procédure à adopter est la suivante : on applique le filtrage de Kalman. Puis, pour obtenir l'estimation du vecteur d'état à partir des N observations disponibles, ce que l'on note $\underline{x}(k/N)$, $\forall k \in [1, N]$, on utilise l'algorithme récursif rétrograde suivant :

$$\underline{\hat{x}}(k/N) = \underline{\hat{x}}(k/k) + A(k)(\underline{\hat{x}}(k+1/N) - \Phi \underline{\hat{x}}(k/k)) \quad (1)$$

$$P(k/N) = P(k/k) + A(k) \left(P(k+1/N) - P(k+1/k) \right) A(k)^T \quad (2)$$

où
$$A(k) = P(k/k) \Phi^T P(k+1/k)^{-1}. \quad (3)$$

A noter que les autres notations ont été introduites dans le cours.

- ✓ Commenter les résultats obtenus

2.4 Partie 3 : filtrage de Kalman, sensibilité aux paramètres

Dans cette partie, on analyse la sensibilité du filtrage de Kalman aux choix des paramètres et en particulier aux matrices de covariance du bruit de mesure et du bruit de modèle dans la représentation dans l'espace d'état.

- ✓ Appliquer le filtrage de Kalman sur une réalisation de trajectoire de type Singer bruitée, en optant dans un premier temps pour une matrice de covariance erronée du bruit de mesure dans la représentation dans l'espace d'état, la matrice de covariance du bruit de modèle étant supposée idéale. On sous-estimera puis sur-estimera la variance du bruit additive.
- ✓ Faire de même à présent avec la matrice de covariance du bruit de modèle, en supposant la matrice de covariance du bruit de mesure connue. Commenter. Pour cela, on fera une hypothèse sur α différente de la valeur utilisée pour la génération de la trajectoire synthétique.
- ✓ Traiter à présent les deux cas conjointement. Commenter.