

Cohérence de la lumière

Alexandre Adam

Résumé

Ce laboratoire utilise la théorie de la cohérence et un interféromètre de Michelson pour mesurer la longueur d'onde de la raie verte de mercure $\lambda = 0.55 \pm 0.02$ nm. On a mesurer la longueur d'onde moyenne du doublet du sodium à $\lambda = 0.58 \pm 0.02$ μ m. La longueur de cohérence mesurée de ce faisceau $l_c = 312 \pm 5$ μ m nous a permis d'estimer la séparation entre le doublet, soit 1.10 ± 0.07 nm. Nous avons aussi mesurer la longueur de cohérence de différents faisceaux de lumière blanche dans le visible, et estimé que l'équation la théorie d'un train d'onde de longueur spectrale finie prédit correctement le comportement de la longueur de cohérence en fonction de la longueur d'onde. Finalement, nous avons mesurer l'indice de réfraction de l'air $(n - 1) \times 10^5 = 26.8 \pm 0.9$, de l'hélium 3.6 ± 0.4 et de l'hexafluorure de soufre 85 ± 6 . Les valeurs expérimentales pour l'air et l'hélium sont en bon accord avec les valeurs acceptées dans la littérature, alors que la valeur pour SF_6 excède de $\sim 2\sigma$ la valeur attendue.

1 Introduction

La théorie de la cohérence optique a des implications importantes en radio-astronomie pour reconstruire la taille réel d'une source lointaine comme une étoile (dont la taille angulaire est trop petite pour être visible directement par nos télescopes). L'application du théorème de van Cittert-Zernike permet de considérer qu'une étoile, une source spatialement étendue et hautement incohérente, apparaît toutefois comme une source cohérente à très large distance. Le théorème stipule que sous ces conditions, la transformée de Fourier de la fonction source est égale à la visibilité complexe ν observé par l'addition du champ I observé par deux antennes radio séparés d'une certaine distance.

La première application connu de ce théorème est dû à Albert Abraham Michelson, qui utilisa son interféromètre pour additionner directement deux champs sources séparés par la longueur de cohérence l_c de l'étoile Betelgeuse pour mesurer sa taille géométrique $d = 240 \times 10^6$ miles¹ (inaccessible aux méthodes contemporaines).

Dans ce laboratoire, on propose de mesurer la longueur de cohérence et la larguer spectrale de plusieurs bandes de couleurs de la lumière blanche, d'une lampe de sodium et une lampe de mercure en utilisant l'interféromètre de Michelson. On se propose aussi de mesurer la longueur d'onde de la raie principale de la lampe de mercure et la longueur d'onde moyenne du doublet du sodium ainsi que la séparation entre les deux raies.

On accomplit aussi la mesure de l'indice de réfraction de l'air, de l'hélium et de SF_6 en mesurant la différence de chemin optique d'un laser He-Ne ($\lambda = 632.8$ nm) lorsqu'on retire le gaz à température/pression ambiante de l'enceinte situé dans un des bras de l'interféromètre.

Finalement, on mesure l'indice de réfraction de l'hélium avec un laser GaN, $\lambda = 405$ nm.

2 Théorie

Le terme cohérence est utilisé pour décrire la corrélation de la phase d'un faisceau monochromatique². Dans

un faisceau de radiation cohérent, la phase des différents rayons de lumière s'additionne, créant un patron d'interférence périodique sur une largeur qu'on nomme la longueur de cohérence. Un faisceau incohérent possède des rayons avec des phases aléatoires et le patron de lumière observé est uniforme (sans structure).

Dans ce laboratoire, on considère des sources temporellement cohérentes (source monochromatique), soit un laser He-Ne, une lampe de mercure, de sodium et une source de lumière blanche qu'on fait passer par différents filtres passes-bandes. On analyse la cohérence *spatiale* de ces sources à l'aide d'un interféromètre de Michelson.

Le principe de l'expérience est le suivant : si la distance de chemin optique Δ entre les faisceaux des deux bras de l'interféromètre est plus petite que la longueur de cohérence l_c , alors un patron d'interférence devient bien visible ; *c.-à-d.* que le contraste

$$\nu = \frac{I_{\max} - I_{\min}}{I_{\max} + I_{\min}} \quad (1)$$

atteint $\nu \sim 1$. Le degré de cohérence est associé à ce contraste ν . En augmentant Δ , on réduit le degré de cohérence, et donc $\nu \rightarrow 0$. En principe, ν est une fonction périodique de Δ par le théorème de van Cittert-Zernike, qui stipule que la fonction $\nu(\Delta)$ devrait suivre le patron de diffraction des deux fentes de Young³. On mesure la longueur de cohérence l_c en laboratoire en mesurant la distance entre deux minimum de la visibilité ν .

La zone de cohérence du faisceau nous permet aussi de mesurer la longueur d'onde moyenne $\bar{\lambda}$ et sa largeur $\Delta\lambda$ en mesurant directement la distance entre m maxima du patron d'interférence. La géométrie de l'interféromètre de Michelson nous permet de trouver que le nombre de franges Δm dans un intervalle spatial Δd est²

$$\Delta m = \frac{2\Delta d}{\lambda} \quad (2)$$

La longueur de cohérence pour un faisceau quasi-monochromatique (composé d'une bande fréquence de

larguer $\Delta\nu$) est défini par rapport au temps de vie τ_0 d'un train d'onde. Ainsi,

$$l_c = c\tau_0 = \frac{c}{\Delta\nu} \simeq \frac{\lambda^2}{\Delta\lambda} \quad (3)$$

où $\Delta\lambda$ est défini comme la largeur de la bande en longueur d'onde.

Pour mesurer l'indice de réfraction d'un gaz, on doit mesurer la différence de chemin optique lorsque le gaz est présent dans une enceinte de longueur L , à comparer au moment où l'enceinte est vide ($n_{\text{vide}} = 1$). La différence de chemin optique (Δd dans l'équation 2), est alors donné par

$$\Delta d = (n - 1)L \quad (4)$$

En comptant le nombre de franges lorsque $P \rightarrow 0$, on peut donc estimer n en combinant (4) et (2).

$$n = 1 + \frac{\lambda \Delta m}{2L} \quad (5)$$

3 Méthodologie

3.1 Mesure de l_c

Pour mesurer la longueur de cohérence, on utilise l'interféromètre de Michelson dépeint à la Figure 1. On contrôle la longueur du bras L_2 avec une vis micrométrique. La vis doit être calibrée en utilisant le laser He-Ne dont λ est connu. Ainsi, on mesure un certain Δm , qu'on peut faire correspondre à Δd en utilisant l'équation (2).

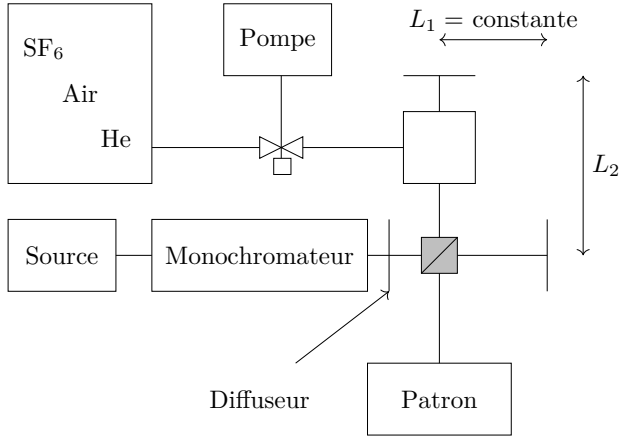


FIGURE 1 – Montage pour mesurer la longueur de cohérence l_c d'un faisceau monochromatique ou quasi-monochromatique. On fait passer le faisceau dans un filtre passe-bande (monochromateur) si nécessaire. L'interféromètre de Michelson sépare le faisceau en deux avec un miroir semi-réfléchissant (boîte grise). On varie la longueur du bras L_2 , on change la différence de chemin optique Δ , et donc le patron observé. Un système de pompe permet d'injecter du gaz dans la chambre à air dans le bras L_2 , pour mesurer l'indice de réfraction des différents gaz.

Après la calibration, on peut mesurer la longueur de cohérence en cherchant deux minimums de la fonction de contraste $\nu(\Delta)$ (équation (1)). La distance est mesurée directement à partir du déplacement du miroir entre les deux minimums.

Ce montage permet aussi de mesurer la longueur d'onde de la raie principale de la lampe de mercure et $\bar{\lambda}$ de la lampe de sodium. En s'assurant que $\Delta < l_c$, on tourne la vis micrométrique jusqu'à ce que $\Delta m = 100$ franges passent devant une position de référence dans l'image du patron. L'équation (2) nous permet alors d'obtenir $\bar{\lambda}$.

$\Delta\lambda$ est dérivé des résultats précédents pour $\bar{\lambda}$ et l_c .

3.2 Mesure de l'indice de réfraction

Pour cette portion de l'expérience, on utilise la chambre à air et le système de pompe (voir montage de la Figure 1). On remplit la chambre du gaz choisi, puis on laisse la pompe vider tranquillement la chambre du gaz alors qu'on compte le nombre de frange Δm .

4 Résultats et discussion

4.1 Calibration

Pour la calibration, on utilise le laser He-Ne, avec $\lambda = 632.8$ nm. On estime, en mesurant un déplacement de $\Delta m = 100$ franges pour trois mesures, que chaque graduations de la vis correspondent à un déplacement de $2 \mu\text{m}$ du miroir. Ainsi, notre précision sur Δd est environ $\delta d \simeq 1 \mu\text{m}$, soit la moitié de la plus petite graduation.

4.2 Longueur d'onde de la raie verte du mercure

Pour mesurer la longueur d'onde de la raie verte du mercure, on déplace le miroir primaire du bras L_2 pour obtenir $\Delta m = 110$ franges. En prenant en note le déplacement Δd correspondant, on trouve 0.55 ± 0.02 nm. La table 1 résume nos résultats, et montre que la longueur est en bon accord avec la valeur attendue considérant les incertitudes sur nos mesures.

TABLE 1 – Valeur moyenne des mesures pour mesurer λ_{Hg} .

	Exp.	Th.
Δm	110	-
$\Delta d [\mu\text{m}]$	15.5 ± 1	-
$\lambda [\mu\text{m}]$	0.55 ± 0.02	0.5461

4.3 Longueur d'onde moyenne du doublet du sodium

La même procédure nous permet de déterminer que la longueur d'onde moyenne du doublet de sodium est $\bar{\lambda} = 0.58 \pm 0.02 \mu\text{m}$. La valeur attendue (voir Table 2) se trouve dans l'intervalle d'incertitude.

TABLE 2 – Mesure relatives à $\bar{\lambda}_{\text{Na}}$.

	Exp.	Th.
Δm	100	-
Δd [μm]	15 ± 1	-
λ [μm]	0.58 ± 0.02	0.5893
$\Delta\lambda$ [nm]	1.10 ± 0.07	0.5974
l_c [μm]	312 ± 5	297.91

La présence du doublet nous permet de mesurer la séparation après avoir mesurer expérimentalement la longueur de cohérence l_c par la méthode décrite dans la section 3. La valeur de la longueur de cohérence expérimentale est plus grande que la valeur théorique par $\sim 3\sigma$. Une erreur systématique est présente sur cette mesure, soit le jugement de l'expérimentateur au moment de mesurer ce qui constitue un minimum approprié pour la fonction $\nu(\Delta)$. Pour essayer de palier à ce fait, nous avons répéter la mesure avec deux expérimentateurs différents et pris la valeur de l_c pour laquelle les deux expérimentateurs étaient en accord. Nous avons augmenter l'incertitude de 1 μm à 5 μm pour refléter cette erreur. Malgré cela, l'estimation de $\Delta\lambda$ reste difficile puisque l'erreur sur ce nombre est dominé par l'incertitude δd .

La valeur obtenu pour $\Delta\lambda$ est donc 86% plus élevé que la valeur attendue.

4.4 l_c et $\Delta\lambda$ des faisceaux de lumière blanche

Pour la lumière blanche, on utilise une roulette filtre passe bande (monochromateur dans le montage, Figure 1) d'une largeur spectrale de 10 nm. On vérifie la largeur spectrale par la mesure expérimentale de l_c en utilisant l'équation (3) puisqu'on connaît la longueur d'onde centrale des filtres. On utilise 6 filtres, allant d'une longueur d'onde moyenne de 450 nm à 700 nm. Nous n'avons pas pu utiliser le filtre 400 nm puisque l'intensité était trop faible pour accomplir la mesure. Les résultats sont compilés dans la tables 3.

TABLE 3 – Longueurs de cohérence et largeur spectrale des faisceaux de lumière blanche.

λ [nm]	l_c [μm]	$\Delta\lambda$
450	17 ± 5	11 ± 3
500	19 ± 5	12 ± 3
550	27 ± 5	11 ± 2
600	31 ± 5	11 ± 2
650	33 ± 5	12 ± 2
700	33 ± 5	15 ± 2

La largeur spectrale est en bon accord avec la valeur du manufacturier, quoique systématiquement plus élevé (11 nm en moyenne). On remarque aussi que la longueur de cohérence est un ordre de grandeur plus petite que la valeur mesurée pour la lampe de sodium. La longueur de

cohérence augmente en fonction de la longueur d'onde, tels qu'attendu par l'équation (3) lorsqu'on augmente la longueur d'onde.

4.5 Indice de réfraction

Pour mesurer l'indice de réfraction, on suit la méthode discutée à la section 3. Pour estimer l'erreur sur le nombre de franges, on a répéter la mesure trois fois pour chaque gaz et observer la variation de Δm . On a remarque que pour l'air et l'hélium, le compte variait peu. Or pour SF_6 , le compte variait beaucoup plus et il était difficile d'estimer sa valeur. On estime l'erreur pour RF_6 comme étant $\sqrt{\Delta m}$, soit l'erreur tirée d'une distribution de Poisson. L'idée est de tenter de refléter les erreurs aléatoires qui peuvent survenir dans le compte d'un grand nombre de franges.

TABLE 4 – Indices de réfraction $(n - 1) \times 10^5$

	(Exp.)	(Th.) ⁴	Δm
Air	26.8 ± 0.9	27.2	61 ± 2
He	3.6 ± 0.4	3.488	8 ± 1
SF_6	85 ± 6	72.76	195 ± 14

Les mesures de l'indice de réfraction de l'air et de l'hélium sont en bon accord avec les valeurs dans la littérature. Toutefois, l'indice de réfraction obtenu pour SF_6 est 2σ plus élevé que la valeur accepté dans la littérature.

4.6 Dispersion de l'indice de réfraction de l'hélium

On utilise un laser GaN de longueur d'onde $\lambda = 405$ nm pour mesurer l'indice de réfraction de l'hélium. Selon la littérature⁴, la relation de dispersion prend la forme

$$n - 1 = \frac{0.014744297}{429.29740 - \lambda^{-2}} \quad (6)$$

Ainsi, on s'attend à ce que l'indice de réfraction dépendent de la longueur d'onde. Or, la valeur obtenue expérimentalement à varier beaucoup plus qu'attendu, passant de 3.6 ± 0.4 à 4.2 ± 0.3 .

TABLE 5 – Indices de réfraction de l'hélium à $\lambda = 405$ nm, $(n - 1) \times 10^5$

(Exp.)	(Th.) ⁴	Δm
4.2 ± 0.3	3.5116	15 ± 1

L'expérience a été répétée pour l'air et SF_6 , pour lesquelles on ne trouve aucune différence notable avec les valeurs obtenues précédemment.

5 Conclusion

En utilisant la théorie de la cohérence et un interféromètre de Michelson, on a mesuré la longueur d'onde de la raie verte de mercure comme étant 0.55 ± 0.02 nm.

On a mesuré la longueur d'onde moyenne du doublet du sodium à $0.58 \pm 0.02 \mu\text{m}$. La longueur de cohérence mesurée de ce faisceau $l_c = 312 \pm 5 \mu\text{m}$ nous a permis d'estimer la séparation entre le doublet, soit $1.10 \pm 0.07 \text{ nm}$.

Nous avons mesuré la longueur de cohérence de différents faisceaux de lumière blanche dans le visible, et estimé que l'équation (3) tiré de la théorie d'un train d'onde de longueur spectrale finie prédit correctement le comportement de la longueur de cohérence en fonction de la longueur d'onde.

Finalement, nous avons mesuré l'indice de réfraction de l'air $(n - 1) \times 10^5 = 26.8 \pm 0.9$, de l'hélium 3.6 ± 0.4 et de l'hexafluorure de soufre 85 ± 6 . Les valeurs expérimentales pour l'air et l'hélium sont en bon accord avec les valeurs acceptées dans la littérature. L'indice de réfraction de l'hélium est mesuré à 4.2 ± 0.3 avec le laser GaN $\lambda = 405 \text{ nm}$.

Références

1. MICHELSON, A. A. & PEASE, F. G. Measurement of the Diameter of Alpha-Orionis by the Interferometer. *Proceedings of the National Academy of Sciences* **7**, 143-146. ISSN : 0027-8424 (mai 1921).
2. PEDROTTI, F., PEDROTTI, L. & PEDROTTI, L. *Introduction to Optics* 3^e éd. (Pearson Education Inc., 2008).
3. MCCUTCHEN, C. W. Generalized Source and the van Cittert-Zernike Theorem : A Study of the Spatial Coherence Required for Interferometry. *Journal of the Optical Society of America* **56**, 727. ISSN : 0030-3941 (juin 1966).
4. POLYANSKIY, M. N. *Refractive index database* <https://refractiveindex.info>. Accessed on 2019-12-16.