1 Dispersion de bosons dans un théorie ϕ^4

On cherche à calculer l'amplitude de la dispersion $\mathcal{M}$ pour pour le processus $\phi\phi \to \phi\phi$ avec un champ scalaire ϕ de Klein-Gordon dans la théorie interagissante ϕ^4. Par définition, l'amplitude de la dispersion se calcul à partir des éléments non-triviaux de la matrice $S = \mathbb{1} + iT$. En attribuant les indices $i \in \{1, 2\}$ pour identifier l'état initial et $j \in \{3, 4\}$ pour identifier l'état final de la dispersion, on a

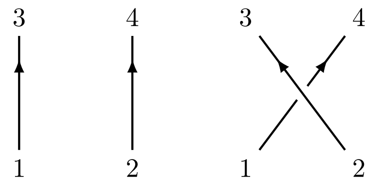
$$(2\pi)^4 \delta^{(4)}(p_1 + p_2 - p_3 - p_4) i\mathcal{M}(p_1 p_2 \to p_3 p_4) = \langle \mathbf{p}_3 \mathbf{p}_4 | iT | \mathbf{p}_1 \mathbf{p}_2 \rangle \tag{1.1}$$

où

$$\langle \mathbf{p}_3 \mathbf{p}_4 | iT | \mathbf{p}_1 \mathbf{p}_2 \rangle = \lim_{T \to \infty(1 - i\epsilon)} \left({}_0\langle \mathbf{p}_3 \mathbf{p}_4 | T\{\exp\left(- i \int_{-T}^{T} dt\, \hat{H}_I(t) \right)\} | \mathbf{p}_1 \mathbf{p}_2 \rangle_0 \right)_{\substack{\text{Connecté} \\ \text{Amputé}}} \tag{1.2}$$

où $\hat{H}_I(t)$ est l'Hamiltonien de l'interaction pour la théorie ϕ^4. Le développement de la série de Dyson se fait en ne considérant que les diagrammes de Feynman qui sont complètement connectés, c'est-à-dire que les chemin externes du graphes doivent être connecté entre eux via au moins un sommet. Les diagrammes amputés correspondent aux diagrammes complètement connectés avec les boucles sur les chemins externes amputées. Avec ces règles, on peut donc commencer à énumérer les diagrammes de Feynman qui contribuent à la matrice T.

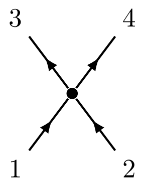
Ordre λ^0 À l'ordre λ^0, on a seulement les diagrammes avec deux propagateurs et aucun sommet d'interaction



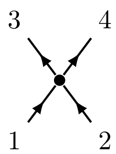
Donc il n'y a pas de termes qui contribue à l'amplitude $\mathcal{M}$.

Ordre λ À l'ordre λ, il n'y a qu'un seul diagramme qui contribue à $\mathcal{M}$, soit

$S = 1$



En utilisant les règle de Feynman, on peut évaluer sa contribution



$$= -i\lambda\delta^{(4)}(p_1 + p_2 - p_3 - p_4) \tag{1.3}$$

Donc, à l'ordre λ, on trouve simplement que $\mathcal{M} = -\lambda + \mathcal{O}(\lambda^2)$.

Ordre λ^2