# Mesure de $H_0$

Détermination du potentiel de Fermat de la lentille RXJ1131-1231

Alexandre Adam, Charles Wilson

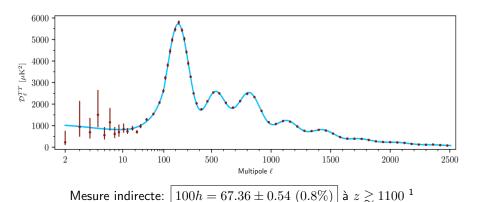
Département de Physique Université de Montréal

PHY6669 - Cosmologie

- Contexte
  - Mesures
  - Tension
- 2 Théorie
  - Équation du délai temporel
  - Théorie des lentilles gravitationnelles
  - Modélisation de  $\kappa(\theta)$
- RXJ1131-1231
  - Prétraitement
  - Inférence
- 4 Conclusion

- Contexte
  - Mesures
  - Tension
- 2 Théorie
  - Équation du délai temporel
  - Théorie des lentilles gravitationnelles
  - Modélisation de  $\kappa(\theta)$
- RXJ1131-1231
  - Prétraitement
  - Inférence
- 4 Conclusion

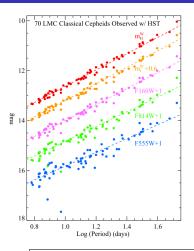
# Mesures $Planck (2018) + \Lambda CDM$



<sup>&</sup>lt;sup>1</sup>Planck Collaboration [2018]

### Mesures

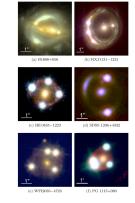
Sh0es (Riess et al.)



Mesure directe:

$$\left|\:100h = 74.03 \pm 1.42 \; (1.9\%)\:\right|$$
 à  $z \ll 1^{-2}$ 

# Mesures H0LiCOW (Suyu et al.)

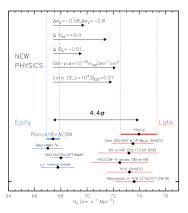


Mesure semi-directe: 
$$100h=73.3^{+1.7}_{-1.8}~(2.4\%)$$
 avec  $z_{\ell}\sim0.5$  et  $z_{s}\lesssim2.$  <sup>3</sup>

<sup>&</sup>lt;sup>3</sup>Wong et al. [2020]

- Contexte
  - Mesures
  - Tension
- 2 Théorie
  - Équation du délai temporel
  - Théorie des lentilles gravitationnelles
  - Modélisation de  $\kappa(\theta)$
- 3 RXJ1131-1231
  - Prétraitement
  - Inférence
- 4 Conclusion

### **Tension**



<sup>4</sup> Les mesures locales sont en conflit avec  $H_0$  dérivée du CMB, des oscillations acoustiques baryoniques (BAO) et de la nucléosynthèse du Big Bang (BBN)

<sup>4</sup>Riess et al. [2019]

- Contexte
  - Mesures
  - Tension
- 2 Théorie
  - Équation du délai temporel
  - Théorie des lentilles gravitationnelles
  - Modélisation de  $\kappa(\theta)$
- 3 RXJ1131-1231
  - Prétraitement
  - Inférence
- 4 Conclusion

# Équation du délai temporel

$$\Delta t_{ij} = (1 + z_{\ell}) \frac{D_{\ell} D_s}{D_{\ell s} c} \left[ \underbrace{\frac{(\theta_i - \beta)^2}{2} - \frac{(\theta_j - \beta)^2}{2}}_{\text{Refsdal and Bondi [1964]}} - \underbrace{\psi(\theta_i) + \psi(\theta_j)}_{\text{Shapiro [1964]}} \right]$$
(1)

La mesure de  $H_0$  se fait via la distance caractéristique du délai temporel

$$D_{\Delta t} \equiv (1 + z_{\ell}) \frac{D_{\ell} D_s}{D_{\ell s}} \propto \frac{c}{H_0}$$
 (2)

On assume  $\Lambda CDM$  plat.

- Contexte
  - Mesures
  - Tension
- 2 Théorie
  - Équation du délai temporel
  - Théorie des lentilles gravitationnelles
  - Modélisation de  $\kappa(\theta)$
- 3 RXJ1131-1231
  - Prétraitement
  - Inférence
- 4 Conclusion

# Théorie des lentilles gravitationnnelles

#### Potentiel de Fermat

Le potentiel a comme source la densité (baryonique) projeté sur le plan de la lentille. On doit donc résoudre une équation de Poisson:

$$\nabla_{\boldsymbol{\theta}}^2 \psi = 2\kappa(\boldsymbol{\theta}) \tag{3}$$

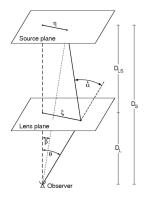
$$\psi(\theta) = \frac{1}{\pi} \int_{\mathbb{R}^2} \kappa(\boldsymbol{\theta'}) \ln(\boldsymbol{\theta} - \boldsymbol{\theta'}) d^2 \boldsymbol{\theta'}$$
 (4)

 $\kappa$  est la *convergence*, soit une mesure adimensionnelle de la densité de surface projeté sur le plan de la lentille

$$\kappa \equiv \frac{\Sigma}{\Sigma_{\rm cr}}, \qquad \Sigma_{\rm cr} \equiv \frac{c^2}{4\pi G} \frac{D_s}{D_\ell D_{\ell s}}$$
(5)

# Théorie des lentilles gravitationnelles

### Équation de la lentille



Sketch d'une lentille gravitationnelle Bartelmann and Schneider [2001] L'image lentillée est obtenu via l'équation de la lentille:

$$\beta = \theta - \alpha(\theta) \tag{6}$$

Les angles de déflections sont obtenus en prenant le gradient du potentiel:

$$\alpha(\boldsymbol{\theta}) = \frac{1}{\pi} \int_{\mathbb{R}^2} \kappa(\boldsymbol{\theta}') \frac{\boldsymbol{\theta} - \boldsymbol{\theta}'}{|\boldsymbol{\theta} - \boldsymbol{\theta}'|} d^2 \boldsymbol{\theta} \tag{7}$$

- Contexte
  - Mesures
  - Tension
- 2 Théorie
  - Équation du délai temporel
  - Théorie des lentilles gravitationnelles
  - Modélisation de  $\kappa(\theta)$
- 3 RXJ1131-1231
  - Prétraitement
  - Inférence
- 4 Conclusion

# Modélisation de $\kappa(\boldsymbol{\theta})$

On considère la famille de profil elliptique à puissance radial adoucie: 5,6,7

$$\kappa(\theta_1, \theta_2) = \frac{3 - \gamma}{2} \left( \frac{\theta_E}{\sqrt{\frac{\theta_1^2}{1 - e} + \theta_2^2 (1 - e) + \theta_c^2}} \right)^{\gamma - 1}$$
(8)

- $\theta_E$ : Rayon d'Einstein;
- e: Paramètre d'ellipticité;
- $\theta_c$ : Rayon de troncation du profile.
- $\gamma$ : Pente logarithmique du profil (fixée à  $\gamma=2$ ; profil NIE).



<sup>&</sup>lt;sup>5</sup>Barkana [1998]

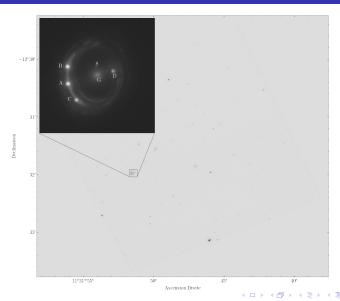
<sup>&</sup>lt;sup>6</sup>Suyu et al. [2013]

<sup>&</sup>lt;sup>7</sup>Keeton [2001]

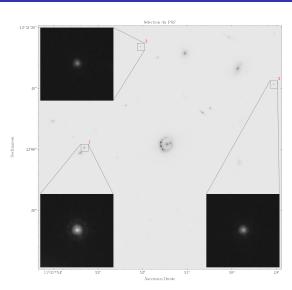
- Contexte
  - Mesures
  - Tension
- 2 Théorie
  - Équation du délai temporel
  - Théorie des lentilles gravitationnelles
  - Modélisation de  $\kappa(\theta)$
- RXJ1131-1231
  - Prétraitement
  - Inférence
- 4 Conclusion

## Prétraitement

HST ACS F814w (archive), Sluse et al. [2003]



# Prétraitement PSF



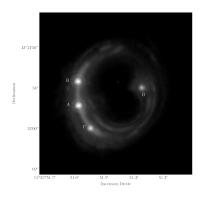
### Prétraitement

Alternative pour le PSF: Tiny Tim (Krist et al. [2011])

### Prétraitement

### Décomposition de la lumière

On ajuste un profil de Vaucouleur (profile de Sérsic<sup>8</sup> avec n=4) sur la galaxie G et on modélise S par le PSF avec GalFit<sup>9</sup>. Finalement, on soustrait le ciel noir pour obtenir l'image résiuduelle:



<sup>&</sup>lt;sup>8</sup>Sérsic [1963] <sup>9</sup>Peng et al. [2002]

- Contexte
  - Mesures
  - Tension
- 2 Théorie
  - Équation du délai temporel
  - Théorie des lentilles gravitationnelles
  - Modélisation de  $\kappa(\theta)$
- RXJ1131-1231
  - Prétraitement
  - Inférence
- 4 Conclusion

On cherche la solution qui maximise la distribution postérieur. Le *likelihood* des données de lentilles est:

$$\log P(\underbrace{\mathbf{d}_{\mathsf{ACS}}}_{\mathcal{D}} \mid \underbrace{\theta_{E}, e, \theta_{c}, \boldsymbol{\eta}, \mathbf{s}}_{\mathcal{M}}) = -\frac{1}{2} \sum_{i=1}^{N_{d}} \frac{(d_{\mathsf{ACS},i} - d_{\mathcal{M},i})^{2}}{\sigma_{i}^{2}}$$

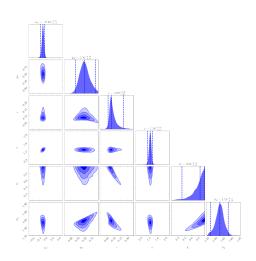
$$-\frac{1}{2} \sum_{i=1}^{3} \sum_{j=1}^{4} \frac{(\boldsymbol{\beta}_{i} - \boldsymbol{\beta}_{j})^{2}}{(d\theta)^{2}} + C$$
(9)

- Premier terme: résiduel sur la structure étendue de la source;
- ② Deuxième terme: source ponctuelle pour les images de l'AGN.

On ne considère que le second terme pour la suite. Premier terme rend l'inférence difficile. Suyu et al. [2013] adoptent une inversion régularisée non-paramétrique pour ce terme.

### Inférence

Dynamic Nested Sampling  $^{10,11}$ 



<sup>&</sup>lt;sup>10</sup>Skilling [2006]



23/31

<sup>&</sup>lt;sup>11</sup>Higson et al. [2017] Alexandre Adam, Charles Wilson

## Inférence

#### Inférence jointe

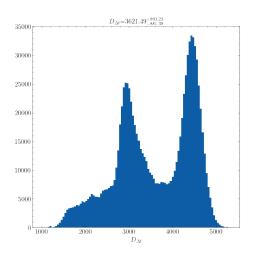
On combine l'analyse de la lentille avec le likelihood du délai temporel

$$\log P(\Delta \mathbf{t} \mid D_{\Delta t}, \mathcal{M}) = -\frac{1}{2} \sum_{i} \left( \frac{\Delta t_{i} - \Delta t(D_{\Delta t}, \mathcal{M})_{i}}{\sigma_{\Delta t}} \right)^{2} + \log P(\mathbf{d}_{ACS} \mid \mathcal{M}) + C$$
(10)

On modélise la distribution postérieur par avec MCMC et une distribution *prior* uniforme. Nos chaînes sont générés à partir de la distribution postérieur des paramètres de lentilles.

### Inférence

### Distribution postérieur marginale



Résultat préliminaire en assumant  $\Lambda$ CDM plat  $100h = 71^{+22}_{-14}$ 

### Conclusion

### Travail à faire pour réduire l'incertitude!

- Modéliser le *cisaillment* (shear) extrinsèque  $\gamma_{\text{ext}}$ ;
- Modéliser la convergence extrinsèque  $\kappa_{\text{ext}}$ ;
- Contraindre le modèle avec d<sub>ACS</sub>;
- Modéliser l'extinction avec une deuxième couleur;
- Résoudre la dégénérescence entre  $D_{\Delta t}$  et  $\kappa_{\mathsf{ext}}$ .

### Références l'

- R. Barkana. Fast Calculation of a Family of Elliptical Gravitational Lens Models. The Astrophysical Journal, 502(2):531–537, 1998. ISSN 0004-637X. doi: 10.1086/305950. URL www.sns.ias.edu/Dbarkana/ellip.html.
- M. Bartelmann and P. Schneider. Weak gravitational lensing. Technical Report 4-5, dec 2001. URL http://arxiv.org/abs/astro-ph/9912508http: //dx.doi.org/10.1016/S0370-1573(00)00082-X.
- E. Higson, W. Handley, M. Hobson, and A. Lasenby. Dynamic nested sampling: An improved algorithm for parameter estimation and evidence calculation. Technical report, 2017. URL https://github.com/joshspeagle/dynesty.
- C. R. Keeton. A Catalog of Mass Models for Gravitational Lensing. 2001. URL http://cfa-www.harvard.edu/castles.http: //arxiv.org/abs/astro-ph/0102341.

### Références II

- J. E. Krist, R. N. Hook, and F. Stoehr. 20 years of Hubble Space Telescope optical modeling using Tiny Tim. In *Optical Modeling and Performance Predictions V*, volume 8127, page 81270J, 2011. ISBN 9780819487377. doi: 10.1117/12.892762. URL http://spiedl.org/terms.
- C. Y. Peng, L. C. Ho, C. D. Impey, and H.-W. Rix. Detailed Structural Decomposition of Galaxy Images. *The Astronomical Journal*, 124(1): 266-293, jul 2002. ISSN 00046256. doi: 10.1086/340952. URL https://iopscience.iop.org/article/10.1086/340952/meta.
- Planck Collaboration. Planck 2018 results. I. Overview and the cosmological legacy of Planck. 2018. URL http://www.esa.int/Planckhttp://arxiv.org/abs/1807.06205.

## Références III

- S. Refsdal and H. Bondi. The Gravitational Lens Effect. Monthly Notices of the Royal Astronomical Society, 128(4):295-306, 1964. ISSN 0035-8711. doi: 10.1093/mnras/128.4.295. URL https://academic.oup.com/mnras/article-abstract/128/4/295/2601704.
- A. G. Riess, S. Casertano, W. Yuan, L. M. Macri, and D. Scolnic. Large Magellanic Cloud Cepheid Standards Provide a 1the Determination of the Hubble Constant and Stronger Evidence for Physics beyond  $\Lambda \text{CDM}.$  The Astrophysical Journal, 876:85, 2019. doi: 10.3847/1538-4357/ab1422. URL
  - https://doi.org/10.3847/1538-4357/ab1422.
- J. L. Sérsic. Influence of the atmospheric and instrumental dispersion on the brightness distribution in a galaxy. *Boletin de la Asociacion Argentina de Astronomia La Plata Argentina*, 6:41–43, Feb. 1963.

### Références IV

- I. I. Shapiro. Fourth test of general relativity. *Physical Review Letters*, 13 (26):789–791, 1964. ISSN 00319007. doi: 10.1103/PhysRevLett.13.789.
- J. Skilling. Nested sampling for general Bayesian computation. Bayesian Analysis, 1(4):833–860, dec 2006. ISSN 19360975. doi: 10.1214/06-BA127. URL http://projecteuclid.org/euclid.ba/1340370944.
- D. Sluse, J. Surdej, J.-F. Claeskens, D. Hutsemékers, C. Jean, F. Courbin, T. Nakos, M. Billeres, and S. V. Khmil. A quadruply imaged quasar with an optical Einstein ring candidate: 1RXS J113155.4–123155. Astronomy & Astrophysics, 406(2):L43–L46, aug 2003. ISSN 0004-6361. doi: 10.1051/0004-6361:20030904. URL http://www.aanda.org/10.1051/0004-6361:20030904.

### Références V

- S. H. Suyu, M. W. Auger, S. Hilbert, P. J. Marshall, M. Tewes, T. Treu, C. D. Fassnacht, L. V. E. Koopmans, D. Sluse, R. D. Blandford, F. Courbin, and G. Meylan. TWO ACCURATE TIME-DELAY DISTANCES FROM STRONG LENSING: IMPLICATIONS FOR COSMOLOGY. *The Astrophysical Journal*, 766:70, 2013. doi: 10.1088/0004-637X/766/2/70.
- K. C. Wong, S. H. Suyu, G. C. Chen, C. E. Rusu, M. Millon, D. Sluse, V. Bonvin, C. D. Fassnacht, S. Taubenberger, M. W. Auger, S. Birrer, J. H. Chan, F. Courbin, S. Hilbert, O. Tihhonova, T. Treu, A.-a. Agnello, X. Ding, I. Jee, E. Komatsu, A. J. Shajib, A. Sonnenfeld, R. D. Blandford, L. V. Koopmans, P. J. Marshall, and G. Meylan. H0LiCOW-XIII. A 2.4 per cent measurement of H0from lensed quasars:  $5.3\sigma$  tension between early-and late-Universe probes. *Monthly Notices of the Royal Astronomical Society*, 498(1):1420–1439, 2020. ISSN 13652966. doi: 10.1093/mnras/stz3094.