

---

# Mesure de $H_0$ avec le quasar lentillé RXJ1131-1231

---

ALEXANDRE ADAM

PHY6669 – Cosmologie

Département de physique

Université de Montréal

## Résumé

### 1 Introduction

### 2 Lentilles Gravitationnelles

#### 2.1 Formalisme

Dans cette section, on révisé la théorie des lentilles gravitationnelles. Plus de détails peuvent être trouvés dans l'excellente revue de TREU 2010.

Une distribution de matière projeté sur le plan normal à la ligne de visée d'un observateur forme ce qu'on appelle un champ de convergence  $\kappa(\boldsymbol{\theta})$ , où  $\boldsymbol{\theta}$  sont les coordonnées angulaires du plan de la lentille. Ce champ génère un potentiel effectif  $\psi(\boldsymbol{\theta})$  lié à  $\kappa$  via une équation de Poisson

$$\nabla_{\boldsymbol{\theta}}^2 \psi = 2\kappa(\boldsymbol{\theta}). \quad (1)$$

Cette équation est résolue en introduisant la fonction de Green appropriée

$$\psi(\boldsymbol{\theta}) = \frac{1}{\pi} \int_{\mathbb{R}^2} \kappa(\boldsymbol{\theta}') \ln(\boldsymbol{\theta} - \boldsymbol{\theta}') d^2\boldsymbol{\theta}'. \quad (2)$$

Il est pratique de rendre adimensionnel les quantités d'intérêts :

$$\kappa(\boldsymbol{\theta}) \equiv \frac{\Sigma(\boldsymbol{\theta})}{\Sigma_{\text{cr}}}, \quad (3)$$

où on a introduit la densité de surface critique  $\Sigma_{\text{cr}}$

$$\Sigma_{\text{cr}} \equiv \frac{c^2}{4\pi G} \frac{D_s}{D_\ell D_{\ell s}}. \quad (4)$$

On distingue 3 distances de diamètres angulaires  $D_s$ ,  $D_\ell$  et  $D_{\ell s}$ , soit la distance de l'observateur à la source, à la lentille et la distance entre la lentille et la source respectivement. Ces distances préservent les relations trigonométriques entre le plan source et le plan de la lentille, ce qui donne lieu à l'équation de la lentille :

$$\boldsymbol{\beta} = \boldsymbol{\theta} - \boldsymbol{\alpha}(\boldsymbol{\theta}). \quad (5)$$

$\boldsymbol{\beta}$  représente les coordonnées angulaire dans le plan de la lentille et  $\boldsymbol{\alpha}$  représente l'angle de deflection. Comme  $\boldsymbol{\alpha}(\boldsymbol{\theta}) = \nabla_{\boldsymbol{\theta}} \psi$ , alors

$$\boldsymbol{\alpha}(\boldsymbol{\theta}) = \frac{1}{\pi} \int_{\mathbb{R}^2} \kappa(\boldsymbol{\theta}') \frac{\boldsymbol{\theta} - \boldsymbol{\theta}'}{|\boldsymbol{\theta} - \boldsymbol{\theta}'|^3} d^2\boldsymbol{\theta}'. \quad (6)$$

On note au passage que l'équation de la lentille est linéaire par rapport à  $\boldsymbol{\beta}$ , mais non-linéaire par rapport à  $\boldsymbol{\theta}$ . Cet aspect devient important lorsqu'on cherche à optimiser la complexité numérique de la procédure d'optimisation des paramètres de la lentille.

L'équation de la lentille introduit deux effets de distortions, soit la magnification de l'image de la source et le cisaillement. Ces distortions sont décrites par la Jacobienne de l'équation de la lentille

$$A \equiv \frac{\partial \boldsymbol{\beta}}{\partial \boldsymbol{\theta}} = \left( \mathbb{1} - \frac{\partial^2 \psi}{\partial \theta_i \partial \theta_j} \right). \quad (7)$$

Le cisaillement est un pseudo-vecteur  $\gamma = (\gamma_1, \gamma_2)$  dans le plan de la lentille qui correspond à la partie antisymétrique et sans trace de la Jacobienne :

$$\gamma_1(\boldsymbol{\theta}) = \frac{1}{2} (\psi_{11} - \psi_{22}); \quad (8)$$

$$\gamma_2(\boldsymbol{\theta}) = \psi_{12} = \psi_{21}. \quad (9)$$

Ainsi, on peut modéliser les perturbations extérieures au déflecteur principal de la lentille via l'effet de cisaillement en introduisant le potentiel extérieur qui correspond à un cisaillement constant :

$$\psi_{\text{ext}} = \frac{1}{2} \gamma_{\text{ext}} \theta^2 \cos 2(\varphi - \phi_{\text{ext}}). \quad (10)$$

Le potentiel extérieur est exprimé en terme des coordonnées polaires du plan de la lentille  $\boldsymbol{\theta} = (\theta, \varphi)$ .

La magnification correspond à l'inverse du déterminant de la Jacobienne.

$$\mu \equiv \det\{A\}^{-1}. \quad (11)$$

Cette quantité peut être utilisée pour contraindre la luminosité de noyau actif de la galaxie source (AGN) via le ratio du flux des 4 images de l'AGN.

## 2.2 Paramétrisation

On paramétrise la densité surfacique de la lentille avec un profil elliptique avec une loi de puissance adouci :

$$\kappa(\theta) = \frac{3 - \gamma'}{2} \left( \frac{\theta_E}{\sqrt{q\theta_1^2 + \theta_2^2/q + \theta_c^2}} \right)^{\gamma' - 1}. \quad (12)$$

$\gamma'$  est la pente logarithmique radiale du profil,  $q$  est le paramètre d'ellipticité et  $\theta_E$  est le rayon d'Einstein de la lentille. On introduit le rayon du coeur du profil  $\theta_c$  pour éviter l'instabilité numérique du profil à l'origine du système de coordonnées. Il est pratique de fixer sa valeur à un angle plus petit que la taille angulaire d'un pixel de l'image (dans notre cas  $\theta_c < 0.04''$ ).

Les intégrales 2 et 6 ont une solution analytique seulement lorsque  $\gamma' = 2$  (profil isotherme elliptique) ainsi que certains autres cas détaillés par KEETON 2001. En première approximation, ce paramètre peut être fixé à 2 sachant que la plupart des systèmes de lentilles sont bien modélisés par ce profil. Laisser ce paramètre complètement libre requiert de procéder avec le traitement de BARKANA 1998, où les intégrales dans le plan sont transformées en intégrales en une dimension.

On choisit une solution intermédiaire valide lorsque l'ellipticité de la lentille est petite (voir BARKANA 1998). Le profil SPEP suppose que la forme du potentiel  $\psi$  est identique à celle d'un profil isotrope (où les intégrales ont des solutions analytiques). Cette approche a l'avantage d'être plus rapide numériquement, au prix de développer des isocontours dans le potentiel  $\psi$  en forme d'haltères lorsque l'ellipticité s'éloigne du domaine de validité.

## 3 Délai temporels

Le délai temporel est une mesure de la différence entre le temps d'arrivée d'une image  $i$  et une image  $j$  de l'AGN. Le formalisme des délais temporels introduit par une lentille gravitationnelle fut initialement introduit par REFSDAL & BONDI 1964. La même année, SHAPIRO 1964 introduisait l'effet de dilation temporelle expérimenté par un photon traversant un champ

gravitationnel. Les deux effets sont combinés dans ce qu'on appelle le potentiel de Fermat :

$$\Psi_{\text{Fermat}} = \frac{(\theta - \beta)^2}{2} - \psi(\theta). \quad (13)$$

Le délai entre deux images ( $i$  et  $j$ ) est donc mesuré par l'équation

$$c\Delta t_{ij} = D_{\Delta t} (\Psi_{\text{Fermat},i} - \Psi_{\text{Fermat},j}), \quad (14)$$

où  $D_{\Delta t}$  est la distance caractéristique du délai temporel

$$D_{\Delta t} \equiv (1 + z_\ell) \frac{D_\ell D_s}{D_{\ell s}} \propto H_0^{-1}. \quad (15)$$

## 4 Observations de RXJ1131-1231

La lentille gravitationnelle RXJ1131-1231 a été découverte par SLUSE *et al.* 2003. Des mesures spectroscopiques ont permis de déterminer le décalage vers le rouge de la source  $z_s = 0.658$  et de la lentille  $z_\ell = 0.295$  (SLUSE *et al.* 2003). Dans les prochaines sections, on détail la prise de mesure et le traitement *a posteriori* des mesures pour extraire les données pertinentes à l'inférence.

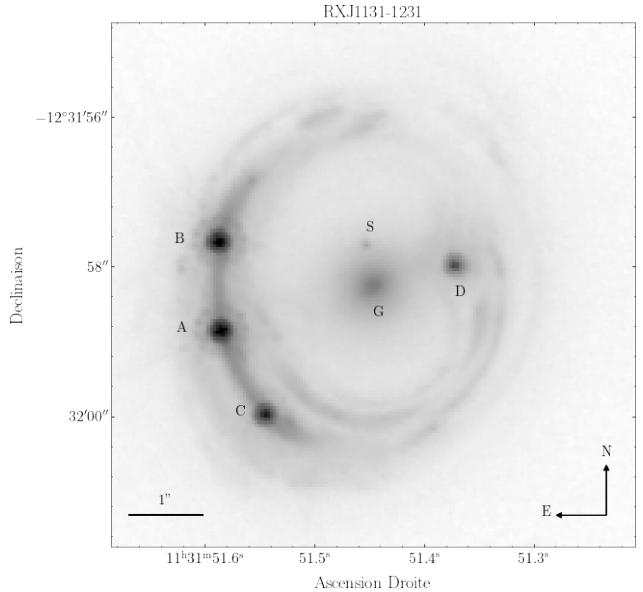


FIGURE 1: Image ACS *drizzled* du système RXJ1131-1231 avec le filtre F814w obtenu à partir de l'archive du télescope *Hubble*. Les 4 images du quasar sont identifiées par les lettres A à D. Le déflecteur principal (G) et son satellite (S) sont aussi identifiés. Les axes sont étiquetés par le système de coordonnées céleste J2000.

## 4.1 Traitement de l'image

La prise de donnée consiste en 5 expositions de 1980.0 secondes avec l'instrument ACS du télescope Hubble dans le filtre F814w. Ces expositions sont combinés par l'algorithme *MultiDrizzle* (voir MASSEY *et al.* 2010 et KOEKEMOER *et al.* 2007) à une taille angulaire par pixel de  $0.04''$ .

Le bruit du compte d'électron dans chaque pixel est modélisé à partir l'image de poids  $w_{\text{ACS},i} = 1/\sigma_{\text{ACS},i}^2$  calculé lors du processus de *drizzling* pour tenir compte de la corrélation du bruit de chaque pixel avec ses voisins lors du rééchantillonnage de l'image dans une grille de pixels effectifs. Ces poids tiennent compte aussi du fond noir du ciel, du courant noir du détecteur et des pixels saturés durant l'exposition (ainsi que des masques appliqués aux rayons cosmiques et traces laissées par des satellites).

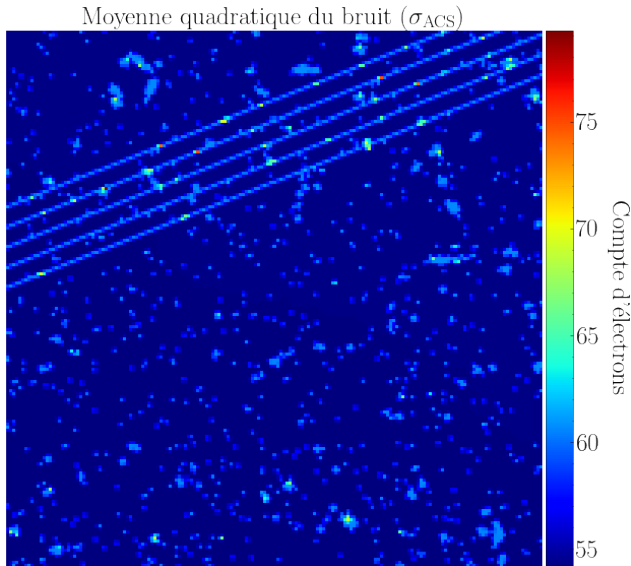


FIGURE 2

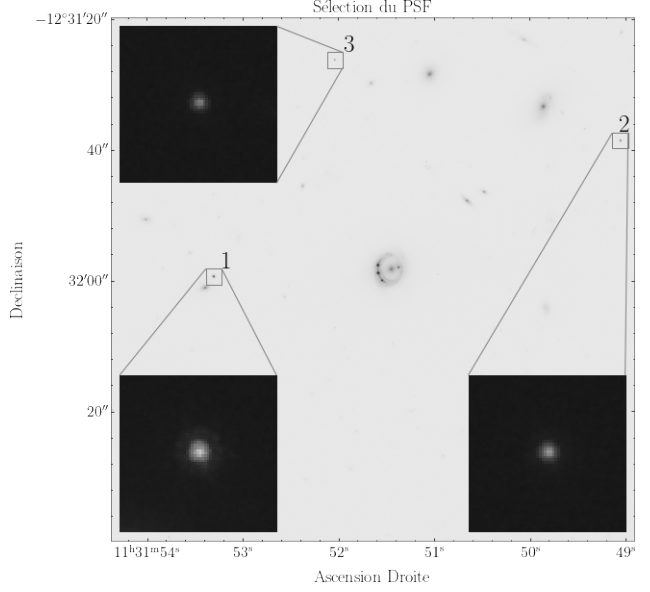


FIGURE 3

$$\log P(\underbrace{\mathbf{d}_{\text{ACS}}}_{\mathcal{D}} | \underbrace{\theta_E, e, n, \gamma, \eta, \mathbf{s}}_{\mathcal{M}}) \propto -\frac{1}{2} \sum_{i=1}^{|\mathcal{D}|} \frac{(d_{\text{ACS},i} - d_{\mathcal{M},i})^2}{\sigma_{\text{ACS},i}^2} - \frac{1}{2} \sum_{i < j}^4 \frac{(\beta_i - \beta_j)^2}{(d\theta)^2} \quad (16)$$

$$\log P(\Delta t | D_{\Delta t}, \mathcal{M}) \propto -\frac{1}{2} \sum_i \frac{(\Delta t_i - \Delta t(D_{\Delta t}, \mathcal{M}))^2}{\sigma_{\Delta t}^2} + \log P(\mathbf{d}_{\text{ACS}} | \mathcal{M}) \quad (17)$$

## 5 Résultats et discussion

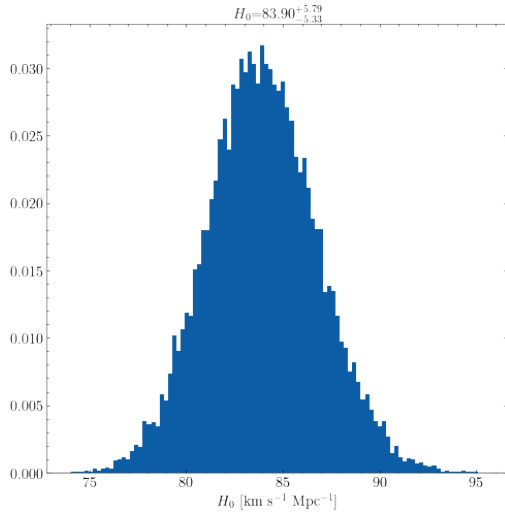


FIGURE 5

TABLE 1: Positions relatives des 4 images du quasar

| Images | $\theta_1$<br>( $''$ ) | $\theta_2$<br>( $''$ ) |
|--------|------------------------|------------------------|
| A      | 1.8998                 | 0.5659                 |
| B      | 1.8717                 | -0.6207                |
| C      | 1.2654                 | -1.7385                |
| D      | -1.3217                | 0.2568                 |

## 6 Conclusion

## Références

1. BARKANA, R. Fast Calculation of a Family of Elliptical Gravitational Lens Models. *The Astrophysical Journal* **502**, 531-537. ISSN : 0004-637X. arXiv : [9802002 \[astro-ph\]](#) (1998).
2. KEETON, C. R. A Catalog of Mass Models for Gravitational Lensing. arXiv : [0102341 \[astro-ph\]](#) (2001).
3. KOEKEMOER, A. M. *et al.* The COSMOS Survey : Hubble Space Telescope Advanced Camera for Surveys Observations and Data Processing. *The Astrophysical Journal Supplement Series* **172**, 196-202. ISSN : 0067-0049. arXiv : [0703095 \[astro-ph\]](#) (2007).
4. MASSEY, R. *et al.* Pixel-based correction for Charge Transfer Inefficiency in the Hubble Space Telescope Advanced Camera for Surveys. *Monthly Notices of the Royal Astronomical Society* **401**, 371-384. ISSN : 0035-8711 (jan. 2010).
5. REFSDAL, S. & BONDI, H. The Gravitational Lens Effect. *Monthly Notices of the Royal Astronomical Society* **128**, 295-306. ISSN : 0035-8711 (1964).
6. SHAPIRO, I. I. Fourth test of general relativity. *Physical Review Letters* **13**, 789-791. ISSN : 00319007 (1964).
7. SLUSE, D. *et al.* A quadruply imaged quasar with an optical Einstein ring candidate : 1RXS J113155.4-123155. *Astronomy & Astrophysics* **406**, L43-L46. ISSN : 0004-6361 (août 2003).
8. TREU, T. Strong lensing by galaxies. *Annual Review of Astronomy and Astrophysics* **48**, 87-125. ISSN : 00664146. arXiv : [1003.5567](#) (2010).

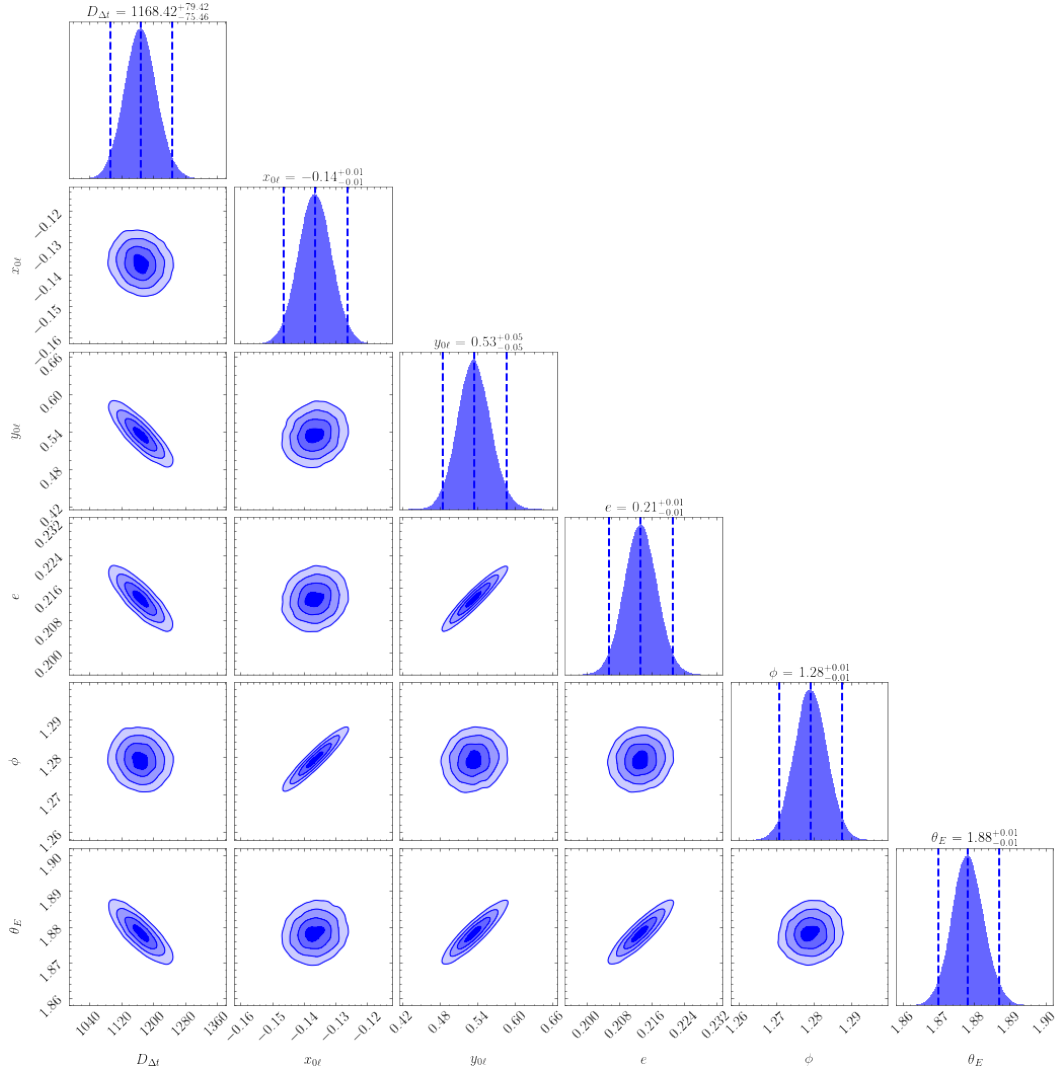


FIGURE 4