
Mesure de H_0 avec le quasar lentillé RXJ1131-1231

ALEXANDRE ADAM

PHY6669 – Cosmologie

Département de physique

Université de Montréal

Résumé

1 Introduction

2 Lentilles Gravitationnelles

2.1 Formalisme

Dans cette section, on révisé la théorie des lentilles gravitationnelles. Plus de détails peuvent être trouvés dans l'excellente revue de TREU 2010.

Une distribution de matière projeté sur le plan normal à la ligne de visée d'un observateur forme ce qu'on appelle un champ de convergence $\kappa(\boldsymbol{\theta})$, où $\boldsymbol{\theta}$ sont les coordonnées angulaires du plan de la lentille. Ce champ génère un potentiel effectif $\psi(\boldsymbol{\theta})$ lié à κ via une équation de Poisson

$$\nabla_{\boldsymbol{\theta}}^2 \psi = 2\kappa(\boldsymbol{\theta}). \quad (1)$$

Cette équation est résolue en introduisant la fonction de Green appropriée

$$\psi(\boldsymbol{\theta}) = \frac{1}{\pi} \int_{\mathbb{R}^2} \kappa(\boldsymbol{\theta}') \ln(\boldsymbol{\theta} - \boldsymbol{\theta}') d^2\boldsymbol{\theta}'. \quad (2)$$

Il est pratique de rendre adimensionnel les quantités d'intérêts :

$$\kappa(\boldsymbol{\theta}) \equiv \frac{\Sigma(\boldsymbol{\theta})}{\Sigma_{\text{cr}}}, \quad (3)$$

où on a introduit la densité de surface critique Σ_{cr}

$$\Sigma_{\text{cr}} \equiv \frac{c^2}{4\pi G} \frac{D_s}{D_\ell D_{\ell s}}. \quad (4)$$

On distingue 3 distances de diamètres angulaires D_s , D_ℓ et $D_{\ell s}$, soit la distance de l'observateur à la source, à la lentille et la distance entre la lentille et la source respectivement. Ces distances préservent les relations trigonométriques entre le plan source et le plan de la lentille, ce qui donne lieu à l'équation de la lentille :

$$\boldsymbol{\beta} = \boldsymbol{\theta} - \boldsymbol{\alpha}(\boldsymbol{\theta}). \quad (5)$$

$\boldsymbol{\beta}$ représente les coordonnées angulaire dans le plan de la lentille et $\boldsymbol{\alpha}$ représente l'angle de deflection. Comme $\boldsymbol{\alpha}(\boldsymbol{\theta}) = \nabla_{\boldsymbol{\theta}} \psi$, alors

$$\boldsymbol{\alpha}(\boldsymbol{\theta}) = \frac{1}{\pi} \int_{\mathbb{R}^2} \kappa(\boldsymbol{\theta}') \frac{\boldsymbol{\theta} - \boldsymbol{\theta}'}{|\boldsymbol{\theta} - \boldsymbol{\theta}'|} d^2\boldsymbol{\theta}'. \quad (6)$$

On note au passage que l'équation de la lentille est linéaire par rapport à $\boldsymbol{\beta}$, mais non-linéaire par rapport à $\boldsymbol{\theta}$. Cet aspect devient important lorsqu'on cherche à optimiser la complexité numérique de la procédure d'optimisation des paramètres de la lentille.

L'équation de la lentille introduit deux effets de distortions, soit la magnification de l'image de la source et le cisaillement. Ces distortions sont décrites par la Jacobienne de l'équation de la lentille

$$A \equiv \frac{\partial \boldsymbol{\beta}}{\partial \boldsymbol{\theta}} = \left(\mathbb{1} - \frac{\partial^2 \psi}{\partial \theta_i \partial \theta_j} \right). \quad (7)$$

Le cisaillement est un pseudo-vecteur $\gamma = (\gamma_1, \gamma_2)$ dans le plan de la lentille qui correspond à la partie antisymétrique et sans trace de la Jacobienne :

$$\gamma_1(\boldsymbol{\theta}) = \frac{1}{2} (\psi_{11} - \psi_{22}); \quad (8)$$

$$\gamma_2(\boldsymbol{\theta}) = \psi_{12} = \psi_{21}. \quad (9)$$

Ainsi, on peut modéliser les perturbations extérieures au déflecteur principal de la lentille via l'effet de cisaillement en introduisant le potentiel extérieur qui correspond à un cisaillement constant :

$$\psi_{\text{ext}} = \frac{1}{2} \gamma_{\text{ext}} \theta^2 \cos 2(\varphi - \phi_{\text{ext}}). \quad (10)$$

Le potentiel extérieur est exprimé en terme des coordonnées polaires du plan de la lentille $\boldsymbol{\theta} = (\theta, \varphi)$.

La magnification correspond à l'inverse du déterminant de la Jacobienne.

$$\mu \equiv \det\{A\}^{-1}. \quad (11)$$

Cette quantité peut être utilisée pour contraindre la luminosité de noyau actif de la galaxie source (AGN) via le ratio du flux des 4 images de l'AGN.

2.2 Paramétrisation

On paramétrise la densité surfacique de la lentille avec un profil elliptique avec une loi de puissance adouci :

$$\kappa(\theta) = \frac{3 - \gamma'}{2} \left(\frac{\theta_E}{\sqrt{q\theta_1^2 + \theta_2^2/q + \theta_c^2}} \right)^{\gamma' - 1}. \quad (12)$$

γ' est la pente logarithmique radiale du profil, q est le paramètre d'ellipticité et θ_E est le rayon d'Einstein de la lentille. On introduit le rayon du coeur du profil θ_c pour éviter l'instabilité numérique du profil à l'origine du système de coordonnées. Il est pratique de fixer sa valeur à un angle plus petit que la taille angulaire d'un pixel de l'image (dans notre cas $\theta_c < 0.04''$).

Les intégrales 2 et 6 ont une solution analytique seulement lorsque $\gamma' = 2$ (profil isotherme elliptique) ainsi que certains autres cas détaillés par KEETON 2001. En première approximation, ce paramètre peut être fixé à 2 sachant que la plupart des systèmes de lentilles sont bien modélisés par ce profil. Laisser ce paramètre complètement libre requiert de procéder avec le traitement de BARKANA 1998, où les intégrales dans le plan sont transformées en intégrales en une dimension.

On choisit une solution intermédiaire valide lorsque l'ellipticité de la lentille est petite (voir BARKANA 1998). Le profil SPEP suppose que la forme du potentiel ψ est identique à celle d'un profil isotrope (où les intégrales ont des solutions analytiques). Cette approche a l'avantage d'être plus rapide numériquement, au prix de développer des isocontours dans le potentiel ψ en forme d'haltères lorsque l'ellipticité s'éloigne du domaine de validité.

3 Délai temporels

Le délai temporel est une mesure de la différence entre le temps d'arrivée d'une image i et une image j de l'AGN. Le formalisme des délais temporels introduit par une lentille gravitationnelle fut initialement introduit par REFSDAL & BONDI 1964. La même année, SHAPIRO 1964 introduisait l'effet de dilation temporelle expérimenté par un photon traversant un champ

gravitationnel. Les deux effets sont combinés dans ce qu'on appelle le potentiel de Fermat :

$$\Psi_{\text{Fermat}} = \frac{(\theta - \beta)^2}{2} - \psi(\theta). \quad (13)$$

Le délai entre deux images (i et j) est donc mesuré par l'équation

$$c\Delta t_{ij} = D_{\Delta t} (\Psi_{\text{Fermat},i} - \Psi_{\text{Fermat},j}), \quad (14)$$

où $D_{\Delta t}$ est la distance caractéristique du délai temporel

$$D_{\Delta t} \equiv (1 + z_\ell) \frac{D_\ell D_s}{D_{\ell s}} \propto H_0^{-1}. \quad (15)$$

4 Méthodologie

4.1

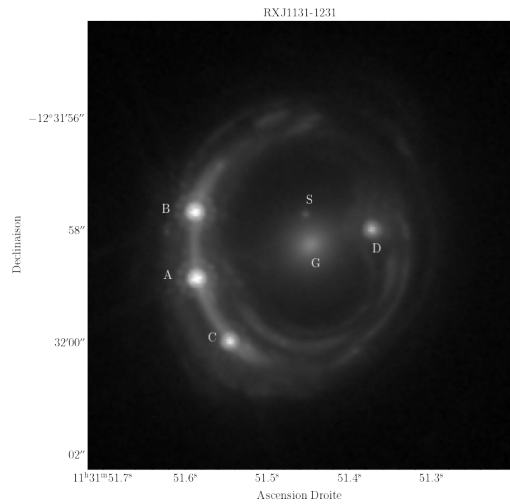


FIGURE 1

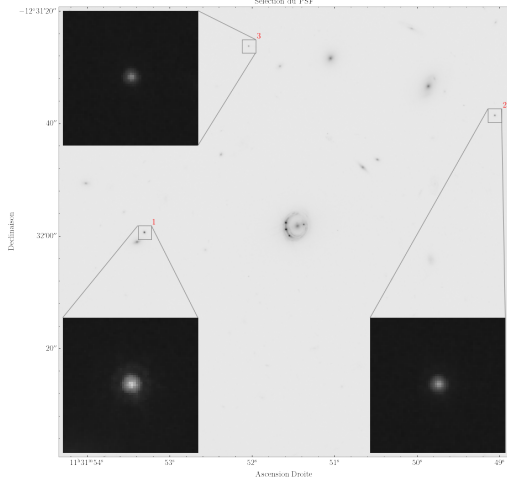


FIGURE 2

$$\log P(\underbrace{\mathbf{d}_{ACS}}_{\mathcal{D}} | \underbrace{\theta_E, e, n, \gamma, \eta, \mathbf{s}}_{\mathcal{M}}) \propto -\frac{1}{2} \sum_{i=1}^{|\mathcal{D}|} \frac{(d_{ACS,i} - d_{\mathcal{M},i})^2}{\sigma_i^2} - \frac{1}{2} \sum_{i < j}^4 \frac{(\beta_i - \beta_j)^2}{(d\theta)^2} \quad (16)$$

$$\log P(\Delta t | D_{\Delta t}, \mathcal{M}) \propto -\frac{1}{2} \sum_i \frac{(\Delta t_i - \Delta t(D_{\Delta t}, \mathcal{M}))^2}{\sigma_{\Delta t}^2} + \log P(\mathbf{d}_{ACS} | \mathcal{M}) \quad (17)$$

5 Résultats et discussion

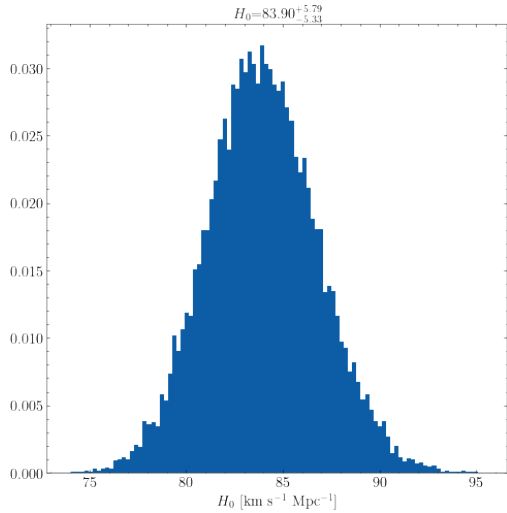


FIGURE 4

TABLE 1: Positions relatives des 4 images du quasar

Images	θ_1 ($''$)	θ_2 ($''$)
A	1.8998	0.5659
B	1.8717	-0.6207
C	1.2654	-1.7385
D	-1.3217	0.2568

6 Conclusion

Références

1. BARKANA, R. Fast Calculation of a Family of Elliptical Gravitational Lens Models. *The Astrophysical Journal* **502**, 531-537. ISSN : 0004-637X. arXiv : [9802002 \[astro-ph\]](#) (1998).
2. KEETON, C. R. A Catalog of Mass Models for Gravitational Lensing. arXiv : [0102341 \[astro-ph\]](#) (2001).
3. REFSDAL, S. & BONDI, H. The Gravitational Lens Effect. *Monthly Notices of the Royal Astronomical Society* **128**, 295-306. ISSN : 0035-8711. <https://academic.oup.com/mnras/article-abstract/128/4/295/2601704> (1964).
4. SHAPIRO, I. I. Fourth test of general relativity. *Physical Review Letters* **13**, 789-791. ISSN : 00319007 (1964).
5. TREU, T. Strong lensing by galaxies. *Annual Review of Astronomy and Astrophysics* **48**, 87-125. ISSN : 00664146. arXiv : [1003.5567](#) (2010).

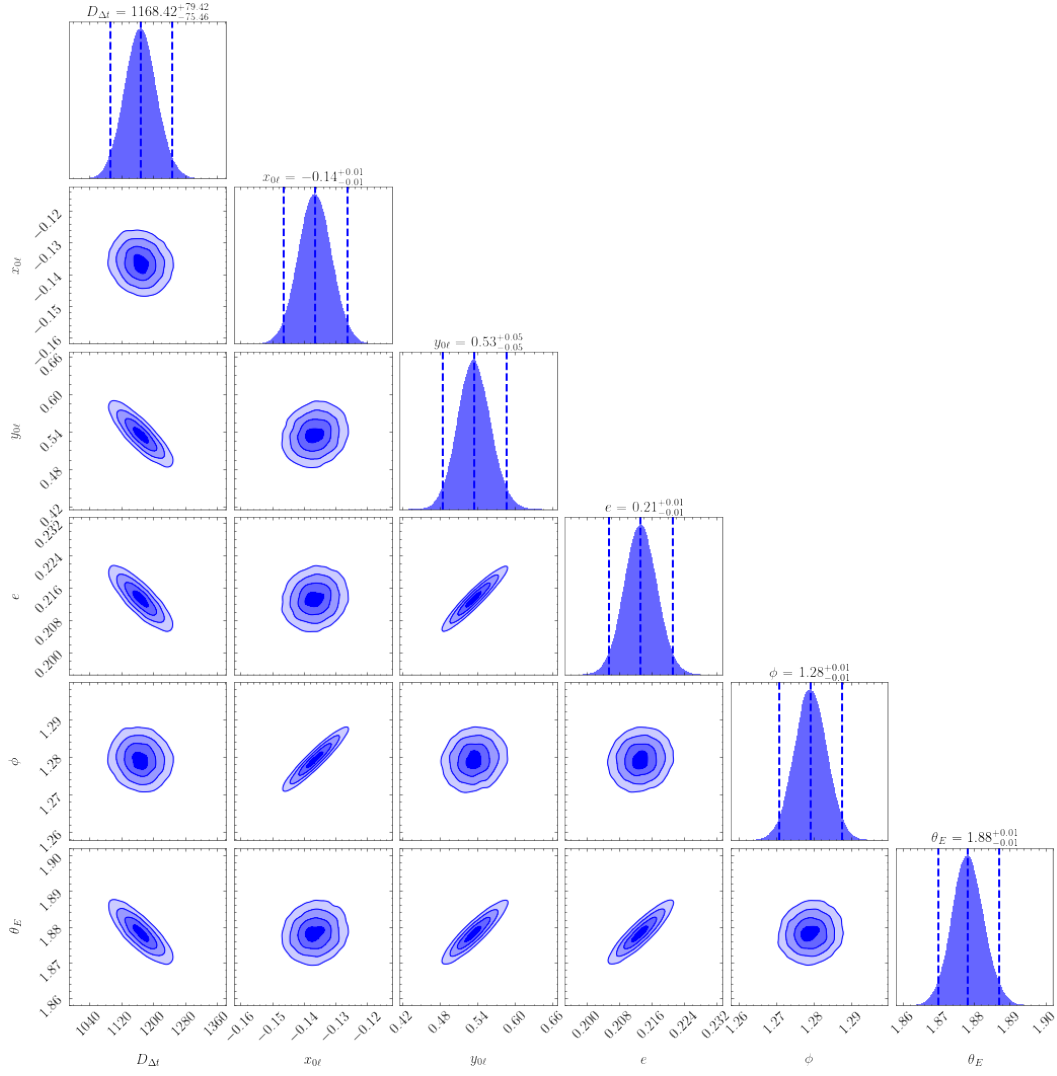


FIGURE 3