Alexandre Duhamel - G7 ***<u>Activités réalisées en soutien</u> :*** 27/01/2023

1. Dénombrement :

Comme nous n'étions pas tous familier avec le dénombrement, nous avons fait une activité à ce sujet. Afin de travailler cela, nous avons étudier la situation suivante composée de 1 criminel, 10 suspects et 4 témoins. Tout d'abord, nous cherchions la probabilité que 2 témoins désignent le même suspect. Deuxièmement, la probabilité que 2 témoins choisissent le même suspect que la police, si la police à un suspect en tête.

Pour répondre à la première question, nous avons du réfléchir en groupe. La solution ne nous semblait pas évidente. Grâce à nos échanges, nous sommes arrivés au résultat de 4320 possibilités sur 10^4 éventualités. Notre raisonnement a été guidé par notre enseignant afin que nous ne développions pas de fausses croyances. Pour arriver à ce résultat, nous avons dessiné au tableau les 4 témoins. Après avoir fait un exemple, le nombre de cas où un des dix suspects est choisi parmi que 2 des 4 témoins (cela représente une seule situation parmi toutes les combinaisons), est de : $10 \times 1 \times 9 \times 8$. Après cela, nous avons pensé aux différentes combinaisons possibles et nous nous sommes rappelés la combinaison mathématique : $\binom{n}{k} = \frac{n!}{k!(n-k)!}$. Celle-ci nous a permis de donner toutes les combinaisons possibles entre les différents témoins et suspects. Nous cherchions à avoir 2 témoins en accord parmi les 4. Ainsi, avec n = 4 et k = 2, il fallait simplement multiplier notre résultat par 6 pour obtenir $10 \times 1 \times 9 \times 8 \times \binom{4}{2} =$ 4320 possibilités.

Ainsi la probabilité d'obtenir la première situation est de : $\frac{4320}{10^4} \approx 43\,\%$

Or, si la police a un suspect en tête parmi les 10, la probabilité pour que les 2 témoins le choisissent aussi, tombe à 4,3%. La police ne devrait pas seulement se fier au fait que 2 témoins désignent un même suspect. Si ces 2 témoins choisissent au hasard un même suspect, de manière équiprobable, le policier à quasiment une chance sur deux de condamner le mauvais suspect s'il écoute uniquement les témoins. Par conséquent, si la police a déjà un suspect en tête, et qu'il s'agit du même suspect choisit par les 2 témoins, la probabilité qu'il s'agisse simplement d'une coïncidence est beaucoup plus faible que si elle n'écoutait que les témoins.

Ce qui m'a plus avec cette activité, c'est le fait qu'elle met en avant la force mais également le danger des probabilités quant à des situations qui nous paraissent évidentes. Il faut donc toujours bien faire attention à chaque résultat et aux moindres hypothèses utilisées pour y aboutir.

Cet exercice m'a également permis de réaliser l'utilité « pratique » du dénombrement qui s'applique assez facilement dans des cas d'équiprobabilité des évènements. Je me sens désormais plus à l'aise avec le dénombrement.

2. Différence entre probabilités continues et discrètes :

Afin de bien marquer la différence entre les probabilités discrètes et continues, nous avons utilisé des télécommandes pour voter et répondre à une question portant sur le sujet. Comme nous n'avions travailler que en discret jusqu'à présent, la question fût : « Quelle est la probabilité d'attendre un bus qui passe toutes les 10min *exactement* 5min ? »

Nous avions alors plusieurs choix de l'ordre de :

- 0
- 0.0456
- Proche de 0
- 1/2

J'ai particulièrement apprécié le fait que nous avons tous pu voter honnêtement, sans jugement, grâce à ce système. Après, nous avons affiché les scores et débattus à propos de nos différent points de vu, jusqu'à ce que nous soyons tous convaincu qu'il s'agissait bel est bien de 0. L'argument qui a mit tout le monde d'accord est le fait qu'il y a une infinité d'instants. Donc, la probabilité d'arriver pile au bon moment est « schématiquement parlant » de 1/nb_instants où le nb_instants tend vers l'infini. Le support d'une variable aléatoire qui modéliserait le temps d'attente n'est pas dénombrable ici.

Cela m'a fait réaliser l'importance du support de la variable aléatoire. S'il est dénombrable, alors on travail avec des probabilités discrètes, s'il ne l'est pas, il s'agit de probabilités continues.

3. Distribution normale dans la nature :

J'ai souvent entendu dire que les phénomènes dans la nature suivaient des loi normales. Or, comme je n'avais jamais fait de probabilités continues auparavant, je ne savais pas vraiment ce que cela signifiait. Heureusement, nous avons fait deux activités en cours dessus. Le première portait sur la modélisation de la surcharge d'un ascenseur en se basant sur la distribution du poids de la population et la seconde sur la distribution d'un lancé de boule de pétanque.
Pour l'activité de l'ascenseur, nous avons regardé sur le site de l'OMS le poids moyen des français et sa variance. Avec ses valeurs, nous avons calculé que pour un ascenseur avec un seuil de 450kg de surcharge et 6 personnes à l'intérieur, la probabilité que l'ascenseur soit en surcharge est de 46% ! Cela m'a fait réalisé qu'il s'agit en réalité d'une situation beaucoup plus courante que je ne l'aurais pensé !
Cette activité m'a été utile car elle m'a permit de revoir comment centrer et réduire une loi normale (en utilisant le fait que $\frac{X - \mathbb{E}[X]}{\sigma} \sim \mathcal{N}(0,1)$), pour ensuite lire la valeur dans un tableau donné.

Pour la seconde activité, nous avons modélisé une partie de pétanque où l'un des deux joueurs avait un lancer plus fiable que son adversaire; les deux avaient un « lancer moyen nul » autour du cochonnet. Cela se traduit par le fait que les deux joueurs ont une distribution de leur lancers qui suivent des loi normales centrées autour du cochonnet.
Ici, notre but était de savoir quel joueur avait le plus de chances d'avoir tiré la boule, sans savoir qui a tiré.

Ainsi, nous avons posé un évènement : Marius (resp. Jeanette) : « M (resp. J) a lancé la boule » et une variable aléatoire X modélisant la distance de la boule au cochonnet.
Cela m'a permis de retravailler la méthodologie de poser des évènements et des variables aléatoires pour expliciter un problème. Ce qui représente à mes yeux la partie cruciale de la résolution d'un problème en probabilités. De plus, ce que j'ai trouvé intéressant dans notre modélisation, c'est qu'en choisissant le bon référentiel associé à notre variable aléatoire, nous avons pu centrer notre loi sur le cochonnet.
Nous avons donc pu aisément expliciter la fonction de réparation de X en utilisant les probabilités totales et donc avoir sa densité.

Ensuite, comme nous voulions calculer « $P(M \mid X = x)$ », nous nous sommes intéressés à « $P(M \mid X \in [x, x + dx])$ » avec $dx \longrightarrow 0$ car il s'agissait d'une loi à densité nulle.
Ce qui m'a plu avec cette technique, c'est que nous avons utilisé des quantités infinitésimales aux travers de limites pour expliciter notre résultat et nous permettre d'appliquer la formule de Bayes qui est intuitive à utiliser. Il s'agit ici d'une méthode intelligente et pratique que je pourrais réutiliser dans le futur.

Ce travail nous a permis de déterminer un seuil, à savoir la distance au cochonnet, à partir de laquelle M (resp. J) a la plus de chance d'avoir tiré.